

# Infographie - M1

Examen du 22/06/2012  
Indications de correction.

## Exercice 1

Il faut calculer les coordonnées du point  $D$ , projection orthogonale de  $C$  sur  $\Pi$ . L'intersection de  $\Pi$  et  $\mathcal{S}$  est non vide si et seulement si  $\|C\vec{D}\| \leq R$ .

Si cette dernière propriété est vérifiée, on a  $C' = D$ . Le rayon  $R'$  est donné par le théorème de Pythagore : étant donné un point  $M$  quelconque du cercle, on a (faire un diagramme)  $\|C\vec{M}\|^2 = R^2 = \|C\vec{C}'\|^2 + R'^2$ . Le rayon  $R'$  peut donc s'exprimer en fonction de  $R$  et de  $\|C\vec{C}'\|$ .

## Exercice 2

Soit  $\Pi$  le plan contenant  $R$  - on peut prendre pour normale à ce plan le vecteur  $R_0\vec{R}_1 \wedge R_0\vec{R}_3$ . On doit d'abord déterminer si  $[AL]$  et  $\Pi$  s'intersectent. On calcule le  $\alpha$  tel que pour  $A\vec{M} = \alpha \times \vec{AL}$ , on ait  $M \in \Pi$ , et on vérifie que  $\alpha \in ]0 \dots 1[$ . Si  $\alpha$  est indéfini, ou en dehors de cet intervalle, l'observateur voit la lumière. Dans le cas dégénéré où  $A \in \Pi$  ou  $L \in \Pi$ , on peut par exemple considérer que la lumière est visible.

Si  $[AL] \cap \Pi = M$ , l'observateur voit  $L$  si et seulement si  $M$  est extérieur au rectangle. On exprime les coordonnées  $(x, y)$  de  $M$  dans le repère local  $(R_0, R_0\vec{R}_1, R_0\vec{R}_3)$ , ( $x = R_0\vec{M} \cdot R_0\vec{R}_1 / \|R_0\vec{R}_1\|$ ,  $y = R_0\vec{M} \cdot R_0\vec{R}_3 / \|R_0\vec{R}_3\|$ ). le point  $M$  est extérieur au rectangle si et seulement si l'une au moins de ces coordonnées n'est pas dans l'intervalle  $[0 \dots 1]$ .

## Exercice 3

Il faut dynamiquement, pour chaque pixel de la ligne de balayage, déterminer le nombre de polygones auquel le point associé est intérieur. Voici une solution très simple.

On étiquette les entrées du tableau statique par des numéros de polygones - s'il y a  $K$  polygones, on les numérote de 0 à  $K - 1$ , et l'on étiquette dans le tableau statique chaque entrée par le numéro de son polygone.

Immédiatement avant de lancer la partie dynamique de l'algorithme, on déclare un tableau de booléens  $I[0, \dots, K[$  dont les cases sont initialisées à *Faux*.

L'opération d'affichage de la ligne d'ordonnée  $y$  se fait ensuite de la manière suivante. On déclare deux variables entières  $N$  et  $X$  initialisées à 0. Tant que la liste dynamique n'a pas été entièrement parcourue :

- soit  $e$  l'entrée suivante, soit  $x$  son abscisse, soit  $k$  son numéro de polygone.
- si  $N > 0$ , les pixels entre  $(X, y)$  et  $(x, y)$  reçoivent la couleur  $N$ .  
Invariant : le segment compris entre  $X$  et  $x$  est intérieur à  $N$  polygones, et pour chaque  $i \in [0, \dots, K[$ , on a  $I[i] = \text{Vrai}$  si et seulement si ce segment est intérieur au polygone  $P_i$ .
- si  $I[k] = \text{Faux}$  alors  $I[k] \leftarrow \text{Vrai}$  et  $N \leftarrow N + 1$  (on rentre dans  $P_k$ );  
sinon,  $I[k] \leftarrow \text{Faux}$  et  $N \leftarrow N - 1$  (on sort de  $P_k$ ) .
- $X \leftarrow x$ .

#### Exercice 4

Soit  $\mathcal{D}$  la droite contenant  $A$  et parallèle à  $\Delta$ . L'ensemble  $\mathcal{P}$  est cernable par  $A, \Delta$  si et seulement si les points de  $\mathcal{P}$  sont dans la bande comprise entre  $\mathcal{D}$  exclus et  $\Delta$  inclus. Le test peut facilement se faire à l'aide de produits en croix.

En supposant qu'il existe deux enveloppe de segments associés  $[B_1 B_2], [B'_1 B'_2]$  distinctes, et en posant  $[B''_1 B''_2] = [B_1 B_2] \cap [B'_1 B'_2]$ , le triangle  $(A, B''_1 B''_2)$  est alors un enveloppe de segment associé strictement plus court, une contradiction.

Voici la manière dont on peut calculer l'enveloppe. Pour chaque  $P_i$  de  $\mathcal{P}$ , on calcule le point  $Q_i$  impact de  $P_i$  sur  $\Delta$  suivant le vecteur  $\vec{AP_i}$  (toujours défini, car  $\vec{AP_i}$  ne peut pas être parallèle à  $\Delta$ ). On obtient un ensemble de points  $Q_0, \dots, Q_{n-1}$ , et il suffit de trouver deux points  $B_1, B_2$  dans cet ensemble tels que tous les  $Q_i$  appartiennent à  $[B_1 B_2]$  ( $B_1 \vec{Q_i} = \alpha_i \times B_1 \vec{B_2}$  avec  $\alpha_i$  entre 0 et 1).