Calculus & Lineære Algebra

Noter fra Student: Vivek Misra

vimis22@student.sdu.dk

University of Southern Denmark (SDU)

Introduktion til Matrisser

- Matrisser eller Matrix, er en sæt af tal som er arrangeret i rækker og kolonner som er med til at danne en rektangulært array.
  - Tallene som er placeret inde i matrissen er kaldt for elementer, eller ”entries” af matrissen.
  - Matrisser er brugt i applikation specifikt i ingeniørvidenskab, samt i fysik, økonomi og også i statistik.

Opbygning af Matrisser

- Et eksempel på opbygning af matrisser kan ses her.
    - Rækkerne kan tælles fra venstre og højre side.
    - Kolonnerne kan tælles fra nederst side.

$$\text{Rækker}\;\left\{\underbrace{\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix}}_{\text{Kolonner}}\right.$$

- Hvordan tæller vi rækker og kolonner?

$$\begin{array}{c c}
\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix} \\
 & \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{matrix}
\end{array}$$

Opbygning af Matrisser

- Placering af en element på en matrisse, skrives således:

$$A_{r,k}$$

Kolonner

Rækker

- EXAMPLE: Please calculate the value placed at the Matrice $A_{2,2}$
  - Vi har defineret vores Matrix A på følgende måde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

  - Nu skal vi bare finde pladsen, og her kan vi se følgende.

$$\begin{array}{cc} R_2 & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = 5 \\ & C_2 \end{array}$$

Operationer på Matrisser

- Når vi snakker om Matrisser, plejer vi at sige at vi ønsker at udvikle algebra blandt matrisserne.
- Det betyder, at vi ønsker at udføre operationer, som vi ville normalt gøre med talværdier.
- Derfor skal vi snakke om at lægge Matrisser sammen og trække dem fra hinanden, mere frem i Præsentationen!
- Størrelsen af Matrissen, kan ses på forholdet mellem rækker og kolonner som følgende: $|r\ x\ c|$.
- I klassen har vi fulgt en standardiseret notation som er: $r\ x\ c$

Vi siger " r **by** c"

Forskellige Typer af Matrisser

Navn af Type	Matematisk Definition	Overview
Square Matrix	$r = c$	[ ]
Fat Matrix	$r < c$	[ ]
Tall Matrix	$r > c$	[ ]

- Nu har nedenfor dannet eksempler på Opgaver med Typer af Matrix.

A	B	C	D
$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \\ g & h \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$	$D = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$
Tall Matrix	Fat Matrix	Square Matrix	Tall Matrix

Transpose af Matrisser $\boldsymbol{M^T}$

- Tranpose af Matrisser betyder, at konverterer rækkerne om til kolonnerne på den samme matrisse. Vi skriver altid T opløftet for Matrissen navns!
- Vi viser følgende Eksempel med Matrisse A.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$$

- Vi konverter på følgende måde:

$$A^T = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}$$

Eksempler af Transpose $\boldsymbol{M^T}$

- Tranpose af Matrisser betyder, at konverterer rækkerne om til kolonnerne på den samme matrisse. Vi skriver altid T opløftet for Matrissen navns!
- Vi viser følgende Eksempel med Matrisse B.

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 8 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

- Vi konverter på følgende måde:

$$B^T = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 7 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Eksempler af Transpose $\boldsymbol{M^T}$

- Tranpose af Matrisser betyder, at konverterer rækkerne om til kolonnerne på den samme matrisse. Vi skriver altid T opløftet for Matrissen navns!
- Vi viser følgende Eksempel med Matrisse C.

$$C = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$$

- Vi konverter på følgende måde:

$$C^T = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Addition mellem Matrisser

- **VIGTIG REGEL: Addition mellem Matrisserne er kun muligt blandt matrisser som er lige i både antal rækker og kolonner.**

Vi har følgende vektorer:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

Addition sker på følgende måde:

$$A + B = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + (-3) & -4 + (-4) \\ 5 + (-5) & 6 + 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Forskellige Typer af Matrisser

$$A_{2x2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Dette er kaldt for Principiel Diagonal, eller Main Diagonal Matrix!

$$B_{3x3} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & -5 & 9 \\ 9 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Hvis alle diagonale-værdier i det røde felt ligges sammen på den tredimensionelle matrisse, så er det kaldt for ”Trace of Matrix”.

$$tr(B) = 5 + (-5) + 4$$

$$C_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Hvis de diagonale værdier i en matrix, er omringet af nul-taller, så er det en Diagonal Matrisse.

Forskellige Typer af Matrisser

Her har vi eksempler på Triangulær Matrisser.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Identity Matrix:
Main Diagonal værdier skal være identiske, og omringet af 0 på begge sider.

$$\begin{bmatrix} a & c & d \\ 0 & b & e \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

Upper Triangulære Matrix:
Venstre nedre trekant skal være 0 under de diagonale værdier, således at de øvrige værdier er anderledes.
BRUG SARKASME REGLEN HER PÅ NAVNGIVNINGEN

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ c & d & 0 \\ e & f & g \end{bmatrix}$$

Lower Triangulære Matrix:
Højre øvre trekant skal være 0 over de diagonale værdier, således at de nedre værdier er anderledes.
BRUG SARKASME REGLEN HER PÅ NAVNGIVNINGEN

Unit Matrix: Alle Diagonale Værdier er 1.
Strict Matrix: Alle Diagonale Værdier er 0.
Identity Matrix: Alle Diagonal Værdier er de samme, uanset hvad.

$$\begin{bmatrix} 1 & c & d \\ 0 & 1 & e \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Upper Unit Triangulære Matrix:
Main Diagonal værdier skal være 1 for at kunne tilkalde sig Unit, dog skal på samtidig tidspunkt opfylde kravet for Upper Triangulære Matrix.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 \\ e & f & 1 \end{bmatrix}$$

Lower Unit Triangulære Matrix:
Main Diagonal værdier skal være 1 for at kunne tilkalde sig Unit, dog skal på samtidig tidspunkt opfylde kravet for Lower Triangulære Matrix.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 \\ e & f & 0 \end{bmatrix}$$

Strictly Lower Triangulære Matrix:
Main Diagonal værdier skal være 0 for at kunne tilkalde sig Strict, dog skal på samtidig tidspunkt opfylde kravet for Lower Triangulære Matrix.

$$\begin{bmatrix} 0 & c & d \\ 0 & 0 & e \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Strictly Upper Triangulære Matrix:
Main Diagonal værdier skal være 0 for at kunne tilkalde sig Strict, dog skal på samtidig tidspunkt opfylde kravet for Upper Triangulære Matrix.

Produkt mellem Matrisser

$$A_{nxm} = a_{r\,x\,c}$$

$$B_{rxc} = b_{r\,x\,c}$$

Man kan lægge værdier sammen fordi de har den samme størrelse.

Vi kan se, at ved Multiplikation at antallet af kolonner ved A skal være lig rækkerne ved B.

$$A_{nxm}$$

$$B_{nxm}$$

Produkt af C er følgende:

$$c = AxB = \sum_{\substack{i=1\\j=1}}^{i} a_{ij} \quad b_{ij}$$

Eksempel på Udregning af Produkt

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

Nu ganger vi på tværs og får følgende

$$C = \begin{bmatrix} a \cdot p + b \cdot r & a \cdot q + b \cdot s \\ c \cdot b + b \cdot r & c \cdot q + d \cdot s \end{bmatrix}$$

Produkt mellem Matrisser

- **Her fremviser vi eksempel på Multiplikation mellem Matrisser.**

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$2 \cdot 1 = 2$ $\quad$ $2 \cdot 2 = 4$ $\quad$ $3 \cdot 1 = 3$ $\quad$ $3 \cdot 2 = 6$

$3 \cdot 2 = 6$ $\quad$ $3 \cdot 3 = 9$ $\quad$ $4 \cdot 2 = 8$ $\quad$ $4 \cdot 3 = 12$

$2 + 6 = 8$ $\quad$ $4 + 9 = 13$ $\quad$ $3 + 8 = 11$ $\quad$ $6 + 12 = 18$

$$C = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ 11 & 18 \end{bmatrix}$$

Produkt mellem Matrisser

- **Her viser vi en Eksempel på Udregning af en Opgave.**

$$\boldsymbol{C = AxB = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{x} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}}$$

$$\boldsymbol{C = \begin{bmatrix} 1\cdot 2 + 3\cdot 4 & 1\cdot(-2) + 3\cdot 0 & 1\cdot(-1) + 3\cdot 1 & 1\cdot 3 + 3\cdot(-1) \\ 0\cdot 2 + (-5)\cdot 4 & 0\cdot(-2) + (-5)\cdot 0 & 0\cdot(-1) + (-5)\cdot 1 & 0\cdot 3 + (-5)\cdot(-1) \\ 1\cdot 2 + 2\cdot 4 & 1\cdot(-2) + 2\cdot 0 & 1\cdot(-1) + 2\cdot 1 & 1\cdot 3 + 2\cdot(-1) \end{bmatrix}}$$

$$\boldsymbol{C = \begin{bmatrix} 14 & -2 & 2 & 0 \\ -20 & 0 & -5 & 5 \\ 10 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}}$$

Determinanten til Matrisser det($\boldsymbol{S}$) / $|\boldsymbol{S}|$

- Vi skal nu videre og kigge på Invers af Matrisser og Determinanter.
- **HVERDAGS KONTEKST**
  - Når man arbejder med Algoritmers Stabilitet i Machine Learning, ønskes der en stabilitet blandt dataene.
  - Når man laver analyse på Stabilitet, så ønskes det at determinanten skal IKKE være 0.

STEPS TIL UDREGNING AF DETERMINANT I 2D.

1. Co-factor
2. Ignorere de samme kolonner og rækker.
3. Find endelige Determinant.

Determinanten til 2D-Matrisser det($\boldsymbol{S}$) / |$\boldsymbol{S}$|

STEP 1: Find Co-factor

- Co-factoren betyder at finde foretegn, baseret på de elementer som står (kun) i Række 1 i Matrissen.
- Cofactoren for a er 2, fordi den befinder sig i række 1 og kolonne 1. Fordi begge placeringstal tilsammengør 2 i summen, er det en positiv lige tal.
- Derfor skrives + i foretegnet for a i determinanten.

$$\begin{array}{c c} \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \end{array} & \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \\ & \begin{array}{cc} C_1 & C_2 \end{array} \end{array}$$

$$co(a) = R_1 + C_1 = 2$$

$$co(a) = 2 = +a$$

STEP 2: Ignorere de samme kolonner og rækker.

- Når vi finder Co-factoren for en værdi, skal alle værdier i den samme række og kolonne ignoreres.

$$\begin{array}{c c} \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \end{array} & \begin{bmatrix} a & \\ & d \end{bmatrix} \\ & \begin{array}{cc} C_1 & C_2 \end{array} \end{array}$$

Determinanten til 2D-Matrisser det($\boldsymbol{S}$) / $|\boldsymbol{S}|$

STEP 3: Find det endelige Determinant.

- Vi ganger den modsatte værdi som befinder sig diagonal overfor den anden side.

$$(a \cdot d) - (b \cdot c)$$

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \end{array} & \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \\ & \begin{array}{cc} C_1 & C_2 \end{array} \end{array}$$

STEPS TIL UDREGNING AF DETERMINANT I 3D.

1. Find Co-factor.
2. Find Determinanten
   a) Ignorere de samme kolonner og rækker.

Determinanten til 3D-Matrisser det($\boldsymbol{S}$) / |$\boldsymbol{S}$|

STEP 1: Find Co-factor

- Vi starter med, at finde de negative og positive koefficenter ved værdierne placeret på første række af Matrissen.

$$R_1 + C_1 = 2 = +$$
$$R_1 + C_2 = 3 = -$$
$$R_1 + C_3 = 4 = +$$

$$\begin{array}{cc} \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \\ & \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{matrix} \end{array}$$

STEP 2: Ignorere de samme kolonner og rækker.

a) UNDERTRIN: Vi ignorere de forskellige værdier, (mens) vi udregner Determinanten.

$$\begin{array}{cc} \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \\ & \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{matrix} \end{array}$$

Determinanten til 3D-Matrisser det($\boldsymbol{S}$) / $|\boldsymbol{S}|$

STEP 1: Find Co-factor

- Vi starter med, at finde de negative og positive koefficenter ved værdierne placeret på første række af Matrissen.

$$R_1 + C_1 = 2 = +$$
$$R_1 + C_2 = 3 = -$$
$$R_1 + C_3 = 4 = +$$

$$\begin{array}{cc} \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \\ & \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{matrix} \end{array}$$

STEP 2: Ignorere de samme kolonner og rækker.

a) UNDERTRIN: Vi ignorere de forskellige værdier, (mens) vi udregner Determinanten.

- Sort farve: Viser at vi ignorere de andre værdier mens vi udregner værdierne på en af dem.
- Rød farve: Ignorere kolonne 1, når vi arbejder med element 1.
- Orange farve: Ignorere kolonne 2, når vi arbejder med element 2.
- Grøn farve: Ignorere kolonne 3, når vi arbejder med element 3.

$$\begin{array}{cc} \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \\ & \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{matrix} \end{array}$$

Introduktion til Matrisser

- Sådan udregnes Determinanten til Matrisser.

$$\det(A) = +1 \cdot (5 \cdot 9 - 6 \cdot 8) - 2 \cdot (4 \cdot 9 - 6 \cdot 7) + 3 \cdot (4 \cdot 8 - 5 \cdot 7) = 0$$

$$\det(A) = 0$$

$$\det(1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad \det(2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad \det(2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Inverse for 2D-Matrisser

- Nu skal vi til at introducere til Matrisser i Inverse-Form i 2D.

STEPS TIL UDREGNING AF DETERMINANT I 2D.

1. Determinanten
2. Co-factor
3. Adjustment eller Transpose
4. Multiply Determinant med Transpose

- Vi arbejder med følgende Matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Inverse for 2D-Matrisser

1. STEP - DETERMINANTEN

$$\boldsymbol{det(A) = 0 \cdot 2 - 7 \cdot 1 = -7}$$

2. STEP – COFACTOR

$\begin{bmatrix} \cancel{0} & \cancel{7} \\ \cancel{1} & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cancel{0} & \cancel{7} \\ 1 & \cancel{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cancel{0} & 7 \\ \cancel{1} & \cancel{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & \cancel{7} \\ \cancel{1} & \cancel{2} \end{bmatrix}$
$+2$	-1	-7	$+0$

Det her er Matrissen, som er visualiseret med Cofactoren.

$$\begin{bmatrix} +2 & -1 \\ -7 & +0 \end{bmatrix}$$

Inverse for 2D-Matrisser

3. STEP – ADJUSTMENT ELLER TRANSPOSE

- Her skal vi bare sætte vores Matrisse i Transpose, hvor vi konverterer vores rækker om til kolonner!

$$\begin{bmatrix} +2 & -1 \\ -7 & +0 \end{bmatrix} \Longrightarrow adj(A) = A^T = \begin{bmatrix} +2 & -7 \\ -1 & +0 \end{bmatrix}$$

4. STEP – MULTIPLY DETERMINANT MED TRANSPOSE

$$\frac{1}{-7} \cdot \begin{bmatrix} +2 & -7 \\ -1 & +0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{2}{7}\right) & +\left(\frac{7}{7}\right) \\ +\left(\frac{1}{7}\right) & -\left(\frac{0}{7}\right) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Answer} = \begin{bmatrix} -\left(\boldsymbol{\frac{2}{7}}\right) & +\left(\boldsymbol{\frac{7}{7}}\right) \\ +\left(\boldsymbol{\frac{1}{7}}\right) & -\left(\boldsymbol{\frac{0}{7}}\right) \end{bmatrix}$$

Inverse for 3D-Matrisser

- Nu skal vi til at introducere til Matrisser i Inverse-Form i 3D.

STEPS TIL UDREGNING AF DETERMINANT I 2D.

1. Den Generelle Determinant
2. Co-factor
3. Adjustment eller Transpose
4. Multiply Determinant med Transpose

- Vi arbejder med følgende Matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 3 \\ 4 & -5 & -4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Inverse for 3D-Matrisser

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 3 \\ 4 & -5 & -4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

- **1. STEP – DEN GENERELLE DETERMINANT**
  - Vi starter allerførst med, at finde den generelle Determinant.
  - Det betyder, at vi udregner Determinanten fra værdierne i første Række.

$$\det(A) = +7 \cdot \big(-40 - (-4)\big) - (-6) \cdot \big(32 - (-8)\big) + 3 \cdot \big(4 - (-10)\big)$$
$$= +7 \cdot (-36) + 6 \cdot (40) + 3 \cdot (14) = -252 + 240 + 42 = 30$$

2. STEP – CO-FACTOR

- Her skal vi finde Determinanten for enhver position som er i Matrissen.
- Det betyder, at vi starter med, at opstille determinant værdierne i en firkant, og derefter udregner enkelte værdier.
- Husk, at vi sætter fortegn afhængig af Co-factorens placering i Matrissen.
- På næste side viser vi et tydeligt eksempel.

Inverse for 3D-Matrisser

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 3 \\ 4 & -5 & -4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

- **2. STEP – CO-FACTOR**
  - **Her skriver vi alle de værdier som skal bruges til at udregne Determinanten.**
  - **Vi husker, at sætte alle positive og negative fortegn afhængig af Co-factorens placering.**

$$A = \begin{bmatrix} +\begin{vmatrix} -5 & -4 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 4 & -4 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -6 & 3 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 7 & -6 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} -6 & 3 \\ -5 & -4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 7 & -6 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

Inverse for 3D-Matrisser

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 3 \\ 4 & -5 & -4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

- **2. STEP – CO-FACTOR**
  - **Vi ender efterfølgende med disse resultater når Determinanten udregnes ved multiplikation af diagonale værdier og subtraktionen mellem dem som vi kender.**

$$\boldsymbol{det(P) = -5 \cdot 8 - (-4) \cdot 1 = -40 - 4 =+ -36 = -36}$$

$$A = \begin{bmatrix} +|-36| & -40 & 14 \\ 51 & 50 & -19 \\ 39 & 40 & -11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{-36} & \mathbf{-40} & \mathbf{14} \\ \mathbf{51} & \mathbf{50} & \mathbf{-19} \\ \mathbf{39} & \mathbf{40} & \mathbf{-11} \end{bmatrix}$$

- **3. STEP – ADJUSTMENT ELLER TRANSPOSE**
  - På næste side viser vi, hvordan vi laver Transposen af Matrissen.

Inverse for 3D-Matrisser

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 3 \\ 4 & -5 & -4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

- **3. STEP – ADJUSTMENT ELLER TRANSPOSE**
  - **Her konverterer vi alle rækker om til Kolonner ved Transpose af Matrissen.**
  - **Bemærk, at de Diagonale Værdier i Midten bevares i Transposen mens de andre dvs. Røde og Grønne Værdier skifter pladser.**

$$A = \begin{bmatrix} -36 & -40 & 14 \\ 51 & 50 & -19 \\ 39 & 40 & -11 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} -36 & 51 & 39 \\ -40 & 50 & 40 \\ 14 & -19 & -11 \end{bmatrix}$$

Inverse for 3D-Matrisser

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 3 \\ 4 & -5 & -4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

4. STEP – MULTIPLY GENERELLE DETERMINANT MED TRANSPOSE

- **Vi fandt ude af, at vores Generelle Determinant var $\boldsymbol{det(A) = 30}$.**
- **Derfor skal vi bare gange dette Determinant med Tranpose Matrissen.**

$$\boldsymbol{A^T = \begin{bmatrix} -36 & 51 & 39 \\ -40 & 50 & 40 \\ 14 & -19 & -11 \end{bmatrix}}$$

- **Nu ganger vi vores Determinant med Matrissen, husk at vi omskriver determinaten i brøker.**

$$\boldsymbol{det(A) * A^T = \frac{1}{30} * \begin{bmatrix} -36 & 51 & 39 \\ -40 & 50 & 40 \\ 14 & -19 & -11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{36}{30} & \frac{51}{30} & \frac{39}{30} \\ -\frac{40}{30} & \frac{50}{30} & \frac{40}{30} \\ \frac{14}{30} & -\frac{19}{30} & -\frac{11}{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{6}{5} & \frac{17}{10} & \frac{13}{10} \\ -\frac{4}{5} & \frac{5}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{7}{15} & -\frac{19}{30} & -\frac{11}{30} \end{bmatrix}}$$

SLUT 2

Noter fra Student: Vivek Misra

vimis22@student.sdu.dk

University of Southern Denmark (SDU)