

2023-2024-2《高等数学A(下)》

综合练习题

1.若向量 \vec{b} 平行于向量 \vec{a} ,则存在常数 λ 使得 $\vec{b}=\lambda\vec{a}$. ()

2.若 $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$,则 $\vec{a}\perp\vec{b}$. ()

3.设 \vec{a},\vec{b} 为非零向量,则必有 $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{a}$. ()

4.平面 $z=1$ 截曲面 $z=\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}$ 所得截痕为一椭圆. ()

5.已知函数 $f(x,y)=\frac{xy}{x^2+y^2}$ 沿直线 $y=x$ 趋于 $(0,0)$ 时极限为 $\frac{1}{2}$,所以 $\lim_{(x,y)\rightarrow(0,0)}\frac{xy}{x^2+y^2}=\frac{1}{2}$. ()

6.不存在函数 $f(x,y)$ 使得 $f_x(x,y)=y$ 且 $f_y(x,y)=2x$. ()

7.如果点 (x,y) 沿着直线 $y=x$ 趋近于 $(0,0)$ 时, $f(x,y)$ 趋于常数 A ,则极限 $\lim_{(x,y)\rightarrow(0,0)}f(x,y)=A$. ()

8.若函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微,则 $\lim_{x\rightarrow\infty}f(x,x)=f(0,0)$. ()

9.若 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可偏导,则 $f(x,y)$ 在该点处可微分. ()

10.若二元函数 $f(x,y)$ 的二阶混合偏导存在,则 $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$. ()

11.若 f 在点 (a,b) 处可微分,则函数 f 在点 (a,b) 处连续. ()

12.函数 $f(x,y)=\arctan\frac{x}{y}$ 在点 $(0,1)$ 处的梯度等于 \vec{i} . ()

13.若 $\iint_D f(x,y)dxdy=1$,则 $\iint_D 2f(x,y)dxdy=2$. ()

14.二重积分 $\iint_D f(x,y)d\sigma$ 的几何意义是空间曲顶柱体的体积. ()

15. $D=\{(x,y)|x\geq 0,y\geq 0,x+y\leq 1\}$,则 $\iint_D (x+y)^2 d\sigma\leq \iint_D (x+y)d\sigma$. ()

16.设 $D:1\leq x^2+y^2\leq 4$,则 $6\pi\leq \iint_D (x^2+y^2+1)d\sigma\leq 15\pi$. ()

17.若函数 $f(x,y)$ 在有界闭区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 1\}$ 上可积,则函数 $f(x,y)$ 在有界闭区域 D 上连续. ()

()

18.若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛,则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$ 收敛. ()

19.当 $\lim_{n\rightarrow\infty}u_n=0$ 时,级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛. ()

20.若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$ 与级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 都收敛,则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 也收敛. ()

21.若 $\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{a_n}{b_n}=1$,则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 的敛散性相同. ()

22.若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ 的收敛半径是 R ,则 $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^{2n}$ 的收敛半径也是 R . ()

23.与向量 $\vec{a}=(2,1,2)$ 方向相同的单位向量_____.

24.点 $(2,3,-1)$ 关于 yz 坐标面对称的点为_____.

25. 点 $(1, 4, 1)$ 到平面 $x + 2y - 2z = 1$ 的距离为_____.

26. 点 $(1, 1, 2)$ 到球面 $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$ 的球心的距离为_____.

27. 点 $(1, 2, 1)$ 到平面 $x + 2y + 2z - 10 = 0$ 的距离为_____.

28. 设 α, β, γ 为向量 \vec{a} 的方向角, 则 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma =$ _____.

29. 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影曲线为_____.

30. 过点 $(4, -1, 3)$ 且平行于直线 $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$ 的直线方程为_____.

31. 过点 $P(1, -1, 2)$ 且与平面 $x + 2y - z = 0$ 平行的平面方程为_____.

32. 空间直角坐标系 $Oxyz$ 下, 坐标面 yOz 上的曲线 $y^2 - z^2 = 1$ 绕 z 轴旋转一周得到的旋转曲面的方程为_____.

33. 空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, xOy 坐标面上的椭圆 $4x^2 + 9y^2 = 36$ 绕 y 轴旋转所得旋转曲面方程为_____.

34. 曲线 $C: \begin{cases} x^2 = 2y \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转后产生的旋转曲面方程是_____.

35. 函数 $f(x, y) = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 的定义域为_____.

36. 函数 $z = \frac{1}{\sqrt{\ln xy}}$ 的定义域为_____.

37. 二元函数 $z = \arcsin \frac{x^2 + y^2}{4} + \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$ 的定义域为_____.

38. 二元函数 $z = \frac{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}{x - y}$ 的定义域为_____.

39. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\ln(1+xy)}{y} =$ _____.

40. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{xy} =$ _____.

41. 函数 $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ 的间断点为_____.

42. 设 $f(x, y) = e^{x+y^2}$, 则 $f_x(0, 1) =$ _____.

43. 设函数 $f(x, y) = 3x + (y - 1) \sin(x \cos(xy))$, 则 $f_x(1, 1) =$ _____.

44. 函数 $z = x^3 - y^2$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

45. 设函数 $f(x, y) = xe^{xy}$, 则 $f_{xy}(x, y) =$ _____.

46. 设 $z = \ln(2e^x - e^y)$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)} =$ _____.

47. 已知 $u = x^2 y^5$, 则 $\frac{\partial^4 u}{\partial x^3 \partial y} =$ _____.

48. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $xy + yz + xz = 1$ 所确定, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.

49. 函数 $z = x^2 + e^{xy}$ 在点 $(1, 0)$ 的全微分 $dz =$ _____.

50. 函数 $z = (x+2y)^x$ 在点 $(1, 0)$ 处的全微分 $dz =$ _____.

51. 函数 $f(x, y) = x^2 + (y-1)^2$ 的驻点为 _____.

52. 若 (x_0, y_0) 是可微函数 $z = f(x, y)$ 的极值点, 则 $f_y(x_0, y_0) =$ _____.

53. 函数 $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ 的最大值为 _____.

54. 曲线 $x = t, y = t^2, z = \ln t$ 在点 $(1, 1, 0)$ 处的切线方程为 _____.

55. 曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切线方程为 _____.

56. 函数 $f(x, y) = x^2 + y^2$ 在点 $(1, 1)$ 处的方向导数最大为 _____.

57. 设 $f(x)$ 连续, 若 $\int_0^1 f(x) dx = 3$, 则 $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x)f(y) dy =$ _____.

58. 二次积分 $\int_0^2 dx \int_0^x \frac{y}{\sqrt{1+x^3}} dy =$ _____.

59. 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9\}$, 则 $\iint_D 2 dx dy =$ _____.

60. 设区域 $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3\}$, 则 $\iint_D \sin x (1 + \cos y)^3 d\sigma =$ _____.

61. 设 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$, 则 $\iiint_{\Omega} dx dy dz =$ _____.

62. $\iiint_{\Omega} x^2 y z dx dy dz =$ _____, 其中 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$.

63. 若级数为 $\sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+2} + \sqrt{n})$, 则其和是 _____.

64. 设 $k \in \mathbf{R}$, 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} kn$ 收敛, 则 $k =$ _____.

65. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\ln 3)^n}{2^n}$ 的和为 _____.

66. 设 $p \in \mathbf{R}$, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{1+n^p}$ 收敛的充要条件是 _____.

67. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^{n+1}$ 的收敛半径是 _____.

68. 函数 $f(x) = e^x$ 展开成 x 的幂级数为 _____.

69. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^n x^n}{n!}$ 的和函数是 _____.

70. 设幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ 的和函数为 $f(x)$, 则 $f^{2024}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

71. 在区间 $(-1,1)$ 上幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ 的和函数是_____.

72. 设 $f(x) = e^{\cos x}$ 的傅立叶展开式为 $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$, 则系数 $b_{2024} =$ _____.

73. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 已知它在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为

$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ 2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 0 处收敛于_____.

74. 设周期为 2π 的周期函数在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为 $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ 4, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x = 2\pi$ 处收敛到 \quad .

75. 点 $(4, -7, 3)$ 在第()卦限.

- A. 三 B. 四 C. 五 D. 六

76. 设非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则有 ().

- A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ (λ 为实数) C. $\vec{a} + \vec{b} = 0$
D. $\vec{a} \perp \vec{b}$

77. 已知向量 $\vec{a} = (x, 2, -3)$ 与向量 $\vec{b} = (1, 0, 1)$ 垂直, 则 $x = (\quad)$.

- A. 1 B. 2 C. -3 D. 3

78. 下列各组角中, 可以作为某个向量的方向角的是 ().

- A. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$

79. 设 $\vec{a} = (4, -2, 1)$, $\vec{b} = (2, 2, -4)$, 则向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为().

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. 0 D. $\frac{\pi}{2}$

80. 两平面 $x+2y-z-3=0$ 和 $2x+y+z+5=0$ 的夹角是 ().

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. π

81. 过点 $(1, -1, 1)$ 的曲面的方程是 ().

- A. $x^2 + y^2 - 2z = 0$ B. $x^2 - y^2 = z$
C. $x^2 + y^2 + 2z = 0$ D. $z = \ln(x^2 + y^2)$

82. 过 x 轴和点 $M_0(4, -2, 1)$ 的平面方程为().

- A. $y+2z=0$
B. $2y+z+3=0$
C. $y-2z+4=0$
D. $2y-z+5=0$

83. 直线 $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{-2}$ 与平面 $2x + y + kz = 0$ 平行, 则 ().

- A. $k=2$ B. $k=3$ C. $k=4$ D. $k=5$

84. 过点 $P(1, -2, 3)$ 且与 yOz 平面平行的平面方程是 ().

- A. $y+2=0$ B. $z-3=0$ C. $y-2=0$ D. $x-1=0$

85. 平行于 z 轴, 且过点 $M_1(1,0,1)$ 和 $M_2(2,-1,1)$ 的平面的方程是 ().

- A. $x + y - 1 = 0$ B. $x + y + 1 = 0$
C. $x - y - 1 = 0$ D. $2x + 3y + 5 = 0$

86. 方程 $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ 表示的曲面为().

- A. 旋转抛物面 B. 椭球面 C. 圆锥面 D. 单叶双曲面

87. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 下, 方程 $z = x^2 - y^2$ 的图形是 ().

- A. 双曲柱面 B. 双曲抛物面 C. 单叶双曲面 D. 双叶双曲面

88. zOx 面上双曲线 $\frac{x^2}{3} - \frac{z^2}{4} = 1$ 绕 z 轴旋转所得的曲面方程为 ().

- A. $\frac{x^2 + y^2}{3} - \frac{z^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2 + z^2}{4} = 1$
C. $\frac{(x+y)^2}{3} - \frac{z^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{3} - \frac{(y+z)^2}{4} = 1$

89. xOy 面上的双曲线 $4x^2 - y^2 = 1$ 绕 y 轴旋转而成的曲面方程为 ().

- A. $4x^2 + z^2 - y^2 = 1$ B. $4x^2 + 4z^2 - y^2 = 1$
C. $4x^2 - y^2 - z^2 = 1$ D. $x^2 - 4y^2 + z^2 = 1$

90. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{xy+1}-1}{xy} = ().$

- A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

91. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = ().$

- A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

92. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2 + y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ ().

- A. 连续 B. 有极限但不连续 C. 极限不存在 D. 无定义

93. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $2x^2 + y^2 + yz = 0$ 确定的可导函数, 则 $z_x = ().$

- A. $\frac{4x}{y}$ B. $-\frac{4x}{y}$ C. $\frac{y}{4x}$ D. $-\frac{y}{4x}$

94. 设函数 $u = \frac{e^{2x}(y-z)}{5}$, 又 $y = 2\sin x, z = \cos x$, 则 $\frac{du}{dx} = ().$

- A. $e^{2x} \sin x$ B. $e^{2x} \cos x$ C. $\frac{1}{5} e^{2x} (2\cos x + \sin x)$ D. $\frac{1}{5} e^{2x} \cos x$

95. 设 $z = u \ln v$, $u = xy$, $v = x + y$, 则 $z_y = ().$

- A. $y \ln(x+y) + \frac{xy}{x+y}$ B. $x \ln(x+y) + \frac{xy}{x+y}$
C. $x \ln(x+y) + \frac{y}{x+y}$ D. $y \ln(x+y) + \frac{x}{x+y}$

96. 设 $z = f(x+2y, 3x+4y)$ 且函数 f 可微, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = ().$

- A. $f'_1 + 3f'_2$ B. $f'_1 + 4f'_2$ C. $2f'_1 + 3f'_2$ D. $2f'_1 + 4f'_2$

97. 设 $u = \arctan \frac{y}{x}$, 则 $\frac{\partial u}{\partial x} = ().$

- A. $\frac{-y}{x^2 + y^2}$ B. $\frac{x}{x^2 + y^2}$ C. $\frac{y}{x^2 + y^2}$ D. $\frac{-x}{x^2 + y^2}$

98. 设函数 $f(x, y, z) = xy^2 + yz^2 + zx^2$, 则 $f_{xz}(1, 0, 2) = ().$

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

99. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $\sin x + 2y - z = e^z$ 所确定, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = (\quad)$.

- A. $\frac{\cos x}{1+e^z}$ B. $\frac{\sin x}{y+e^z}$ C. $\frac{y+\cos x}{1-e^z}$ D. $\frac{y+\sin x}{1+e^z}$

100. 设函数 $z = xy$, 则 $dz = (\quad)$.

- A. $x dx + x dy$ B. $x dx + y dy$ C. $y dx + x dy$ D. $y dx + y dy$

101. 二元函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y$ 的驻点是 (\quad) .

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 0)$ C. $(0, -1)$ D. $(-1, 0)$

102. 函数 $z = xy$ 在 $x + y = 1$ 条件下的极大值是 (\quad) .

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

103. 设函数 $f(x, y)$ 在 R^2 上有连续的偏导数, 若 $(0, 1)$ 是函数 $f(x, y)$ 在条件 $x^2 + y^2 = 1$ 下的极小值点, 则必有 (\quad) .

- A. $f_x(0, 1) = 0$ B. $f_y(0, 1) = 0$
C. $f_x(0, 1) = f_y(0, 1) = 0$ D. 以上选项都不对

104. 曲线 $x = 2 \sin t, y = 4 \cos t, z = t$ 在点 $\left(2, 0, \frac{\pi}{2}\right)$ 的法平面方程为 (\quad) .

- A. $2x - z = 4 - \frac{\pi}{2}$ B. $2x - z = \frac{\pi}{2} - 4$ 错误!未指定书签。
C. $4y - z = -\frac{\pi}{2}$ D. $4y - z = \frac{\pi}{2}$

105. 曲面 $e^z - z + 2xy = 5$ 在点 $(2, 1, 0)$ 处的切平面方程为 (\quad) .

- A. $x - 2y + 4 = 0$ B. $x + 2y + 4 = 0$
C. $x + 2y - 4 = 0$ D. $x - 2y - 4 = 0$

106. $z = f(x, y)$ 在有界闭域 D 上连续是 $\iint_D f(x, y) d\sigma$ 存在的 (\quad) .

- A. 充分条件 B. 必要条件 C. 充要条件 D. 无关条件

107. 交换积分次序 $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx = (\quad)$.

- A. $\int_0^1 dx \int_0^y f(x, y) dy$ B. $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy$
C. $\int_0^y dx \int_0^1 f(x, y) dy$ D. $\int_x^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$

108. $\int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} 3x^3 y^2 dx$ 改变积分次序为 (\quad) .

- A. $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} 3x^3 y^2 dy$ B. $\int_0^{\sqrt{2}} dx \int_{x^2-2}^{2-x^2} 3x^3 y^2 dy$
C. $\int_0^{\sqrt{2}} dx \int_0^{2-x^2} 3x^3 y^2 dy$ D. $\int_{\sqrt{2}}^0 dx \int_0^{2-x^2} 3x^3 y^2 dy$

109. 设 $D: x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0$, 则 $\iint_D \sin(x^3 y^2) dx dy = (\quad)$.

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

110. 设 $D: x^2 + y^2 \leq 1$, 则 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy = (\quad)$.

- A. $\frac{2}{3}\pi$ B. $\frac{1}{3}\pi$ C. π D. 2π

111. 设区域 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$, 则 $\iiint_{\Omega} 3xdydz$ ().

- A. 3π B. 2π C. $\frac{4}{3}\pi$ D. 4π

112. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{3n+1}$ 是()的.

- A. 发散 B. 绝对收敛 C. 条件收敛 D. 无法判断

113. 下列级数中收敛的是 ().

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^{2n}}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n-1}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (1+\frac{1}{n})^{n^2}$

114. 下列级数中为发散级数的是().

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n - 2^n}$

115. 下列级数中收敛的是 ().

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^k}{n!}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{100+n}$

116. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin x}{n^2}$ 是().

- A. 发散的 B. 条件收敛的 C. 绝对收敛的 D. 无法判定

117. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛的一个充分条件是 ().

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 收敛 D. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛

118. 若正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n}$ ().

- A. > 1 B. < 1 C. $= 1$ D. 不能确定

119. 关于级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \right)$ 的敛散性说法正确的是 ().

- A. 绝对收敛 B. 条件收敛 C. 发散 D. 无法判定

120. 交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ ().

- A. 绝对收敛 B. 条件收敛 C. 发散 D. 不能确定

121. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ 的和是 ().

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

122 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ 之和是

- A. $\frac{\pi^2}{4}$ B. $\frac{\pi^2}{8}$ C. $\frac{\pi^2}{12}$ D. $\frac{\pi^2}{16}$

123. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 ().

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ D. $+\infty$

124. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x = -2$ 处收敛, 则该级数在 $x = 1$ 处().

A. 发散 B. 条件收敛 C. 绝对收敛 D. 敛散性不确定

125. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (2^n + 3^n) x^n$ 的收敛半径为().

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. 3

126. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ 在其收敛域上的和函数为().

A. $\frac{1}{1-x}$ B. $-\frac{x}{1-x}$ C. $\frac{1}{x-1}$ D. $\frac{x}{1-x}$

127. 求点 $(2, 1, -1)$ 在平面 $x + 2y + 3z - 29 = 0$ 上的投影点.

128. 求以 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 4, 5)$, $C(2, 1, 4)$ 为顶点的三角形的面积 S .

129. 求过点 $(-1, 2, 0)$ 且与平面 $x + y + z + 1 = 0$ 和 $2x - y + 3z + 4 = 0$ 平行的直线方程.

130. 求过两点 $A(1, 2, 3)$, $B(4, 5, 6)$, 且平行于直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{1}$ 的平面的方程.

131. 求过三点 $M_1(2, -1, 4)$, $M_2(-1, 3, -2)$, $M_3(0, 2, 3)$ 的平面方程.

132. 求曲面 $5z^2 + 4x^2 y - 6xz^2 = 3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切平面和法线方程.

133. 求曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2, 1, 0)$ 处的切平面和法线方程.

134. 求曲面 $3x^2 + y^3 - z^2 = 3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切平面和法线方程.

135. 求函数 $z = x^2 y^3 + \cos(x + y)$ 的所有二阶偏导数.

136. 求函数 $f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy$ 的极值.

137. 计算二重积分 $\iint_D xy dx dy$, 其中积分区域 D 由 $y = x - 2$ 和 $y^2 = x$ 围成.

138. 计算 $\iint_D \cos x^2 dx dy$, 其中 $D: 0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

139. D 为由 $x^2 + y^2 = 1$ 与 $x^2 + y^2 = 4$ 围成的圆环, 求二重积分 $\iint_D \arctan \frac{y}{x} d\sigma$.

140. 求二重积分 $\iint_D 2xy dx dy$, 其中 D 是有两条坐标轴和直线 $x + y = 2$ 围成的有界闭区域.

141. 计算 $I = \iint_D \frac{x}{y} d\sigma$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2ay, x \leq 0\}$, $a > 0$.

142. 计算 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$, 其中 Ω 为平面 $z = 2$ 与曲面 $x^2 + y^2 = 2z$ 所围成的区域.

143. 计算 $\iiint_{\Omega} x dx dy dz$, 其中 Ω 是由三个坐标面及平面 $x + 2y + z = 1$ 所围成的有界闭区域.

144. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的收敛半径、收敛区间及收敛域.

145. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$ 的敛散性.

146. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$ 的收敛半径、收敛区间及收敛域.

147. 求有抛物面 $z=1-x^2-y^2$ 与平面 $z=0$ 所围立体的表面积。

148. 一家公司研发了一种产品，其中的一个部件是形如曲面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $z=2$ 截得的有界部分的薄片。由于该部件的形状较为特殊，需要使用 **3D** 打印技术进行制造，请求该部件的面积，以便该公司在生产过程中进行合理备料。

149. 某工厂要用铁板做成一个表面积为 **48** 平方米的无盖长方体水箱，则当长、宽、高各取多少时，水箱的容积最大？

150. 要造一个容积为 **4** 的长方体无盖蓄水池，应如何选择水池的尺寸，才能使它的表面积最小。