기구설계학

커플러 설계과제

DANKOOK UNIVERSITY

과　　목 : 기구 설계학
교 수 님 : 김태정 교수님
분반 조 : 2분반 3조
주　　제 : 커플러 설계
팀　　원 : 한준모 32194885
고동완 32230152
김탁영 32211201
박주한 32211827
이건호 32212983
전호영 32204016
제 출 일 : 2024.06.10

목차

1. 서론 (4)
1.1 설계 목적 (4)
1.2 설계 조건 (4)
1.3 설계 가정 (4)
1.4 가상 일률의 정리를 이용한 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$해석 (5)
1.5 회전 변환을 이용한 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$해석 (6)

2. 본론 (7)
2.1 수직 이등분선 (7)
2.2 실험적 방법을 통해 찾은 auto cad (7)
2.3 Adams 구동 장면 (8)
2.4 Adams $t-w$ graph (9)
2.5 Matlab graph (10)
2.6 Matlab graph 설명 (10)

3. 결론 (13)
3.1 결과 (13)
3.2 고찰 (14)

그림 차례

그림 1. 해결 과제 (5)
그림 2. 수직 이등분선 위치 결정1 (7)
그림 3. 수직 이등분선 위치 결정2 (7)
그림 4. 수직 이등분선 위치 결정3 (7)
그림 5. 구동 부 위쪽, 회전 부 아래쪽 위치 (7)
그림 6. 구동 부 위쪽, 회전 부 위쪽 위치 (7)
그림 7. 구동 부 아래쪽, 회전 부 아래쪽 위치 (7)
그림 8. 1번 초기자세 (8)
그림 9. 1번 최종자세 (8)
그림 10. 2번 초기자세 (8)
그림 11. 2번 최종자세 (8)
그림 12. 3번 초기자세 (8)
그림 13. 3번 최종자세 (8)
그림 14. 1번 시간 - 무게중심 이동 속도 그래프 (9)
그림 15. 2번 시간 - 무게중심 이동 속도 그래프 (9)
그림 16. 3번 시간 - 무게중심 이동 속도 그래프 (9)
그림 17. 1번 $dz-d\theta$ 그래프 (10)
그림 18. 2번 $dz-d\theta$ 그래프 (10)
그림 19. 3번 $dz-d\theta$ 그래프 (10)
그림 20. Matlab code (10)
그림 21. 최종 선택된 모델 AUTOCAD (13)
그림 22. 최종 선택된 $dz-d\theta$ 그래프 (13)
그림 23. 최종 선택된 시간 - 무게중심 이동 속도 그래프 (13)

표 차례

표 1. Matlab 변수 (11)

1. 서론

1.1 설계 목적

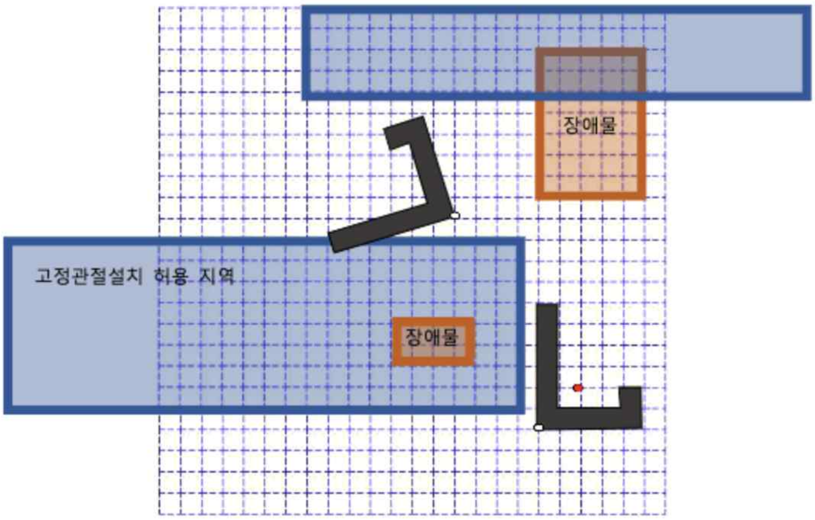


그림 1. 해결 과제

해결 과제는 들것을 4절 기구의 커플러로 설정하여 그림 1의 최종 목표 위치에 도달하게 하도록 관절의 위치를 설정하는 것이 목표이다.

1.2 설계 조건

- 커플러가 주어진 두 위치를 지나야 한다.

- 커플러가 그림 1에 표시된 장애물을 피해야 한다.

- 움직이는 동안, 커플러는 처음 위치에서 우측으로 10도 이상 기울어져서는 안 된다.

- 고정 관절은 반드시 허용 지역에만 위치되어야 한다.

- $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$ 이 가능한 일정한 값을 유지한다.

- 각 링크의 길이는 그림 1에서 나타나는 모눈 2칸 이상이어야 한다.

1.3 설계 가정

1. 들것, 링크의 무게, 밀도 등은 무시한다.

2. 중력만 작용한다고 가정한다.

3. 루프 폐쇄식은 선형 방정식이라고 가정한다.

1.4 가상 일률의 정리를 이용한 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$ 해석

앞서 얘기한 가정에 의해 중력만을 고려했을 때 에너지 보존 법칙에 의하여 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합은 일정하다. 이는 다음과 같이 표기할 수 있다.

$$K+U=const$$

$$\frac{1}{2}Iw^2+mgh=const$$

(K : 운동 에너지, U : 퍼텐셜 에너지,I : 관성 모멘트, w : 각속도)

위 식을 가상 일률의 정리 즉 가상변위에 따른 일률의 합이 0이 되는 정리를 이용한다. 따라서 이는 가상변위에 따른 에너지 변화가 없다고 해석할 수 있다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\delta W=0 \quad (W\text{: 일률})$$

이 가상 일률의 정리를 위 에너지 보존 법칙에 적용하면 가상변위 $\delta\theta$에 대한 일률의 합이 0이다. 이를 수식으로 관계를 정리하면 다음과 같다.

$$\delta W=\tau\bullet\delta\theta-F\bullet\delta z=0$$

$$\therefore\frac{\delta z}{\delta\theta}=\frac{F}{\tau}$$

(τ : 토크, F : 중력에 의한 힘)

F = cont이므로 $\frac{\delta h}{\delta\theta}$ = const 이기 위해서는 τ = const 여야 한다.

한편, $\frac{dz}{d\theta}=\frac{dz/dt}{d\theta/dt}=\frac{z'}{\theta'}$ 을 만족하여야 하므로

$\frac{\delta h}{\delta\theta}$ = cosnt 다시 말해 각도 변화에 따른 무게중심 변화가 일정한 비율이어야 한다.

따라서 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$ 을 만족하기 위해서는 구동부의 고정 관절 토크가 일정해야 한다.

1.5 회전 변환을 이용한 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$ 해석

무게중심의 새로운 좌표는 회전 변환을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{0re}=\cos(-\theta)\times(x_0-x_{10})-\sin(-\theta_0)\times(y_0-y_{10})$$

$$y_{0re}=\sin(-\theta_0)\times(x_0-x_{10})+\cos(-\theta_0)\times(y_0-y_{10})$$

$$z_n=y_1+\sin(\theta)\times x_{0re}+\cos(\theta)\times y_{0re}$$

(x_{0re}, y_{0re}, z_n : 무게중심 좌표와 링크 좌표 간의 관계, 새로운 무게중심 높이)

(추가 변수 : Matlab 변수 표 참조)

따라서 z', θ'를 구하면 다음과 같다.

$$z'=\frac{dz_n}{d\theta}=\cos(\theta)\times x_{0re}-\sin(\theta)\times y_{0re}$$

$$\theta'=\frac{d\theta}{dt}$$

위 식을 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{d\theta}{dz}=\frac{\theta'}{z'}=\frac{dz_n/d\theta}{d\theta/dt}=\frac{dz_n}{dt}$$

따라서 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$가 성립하기 위해서는 $\frac{d\theta}{dt}=const$가 성립하여야 한다.

한편, $\frac{d\theta}{dt}=w$ 이므로 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$가 성립하기 위해서는 고정 관절의 구동부 각속도가 일정하여야 한다.

즉, 구동부 고정 관절의 토크가 일정해야 한다.

2. 본론

2.1 수직 이등분선

우리는 연결기가 장애물과 충돌하지 않도록 하는 모습을 구현하기 위해서는 먼저 2D 규모의 프로그램을 이용해서 움직임을 제어할 필요성을 느꼈다. 따라서 우리가 선택한 방법은 먼저 AUTOCAD를 사용해서 해결 과제를 2D 규모로 표현해서 연결기와 장애물이 충돌하지 않는지를 판단했다. 그 부분에서, 우리가 알고 있는 정보는 처음 위치와 나중 위치를 알기에, 두 위치에서 같은 두 점을 선택해 연결한 후 그 선의 수직 이등분선을 그려서 원의 중심이 수직 이등분선 위에 오도록 하여 설계를 진행했다. 이로써, 커플러의 이동 반경을 예측할 수 있고 장애물에 영향을 받는 유무를 알 수 있다.

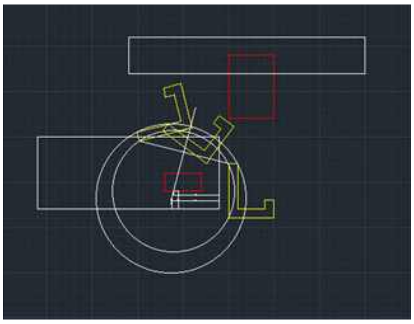


그림 2. 수직 이등분선 위치결정 1

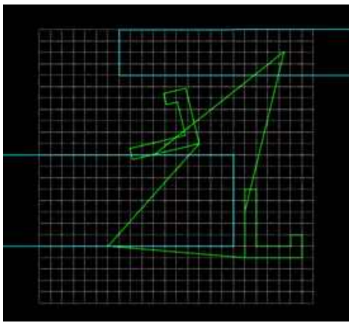


그림 3. 수직 이등분선 위치결정 2

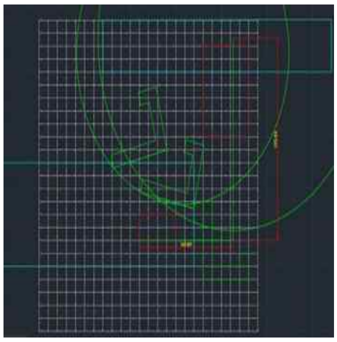


그림 4. 수직 이등분선 위치결정 3

2.2 실험적 방법을 통해 찾은 auto cad

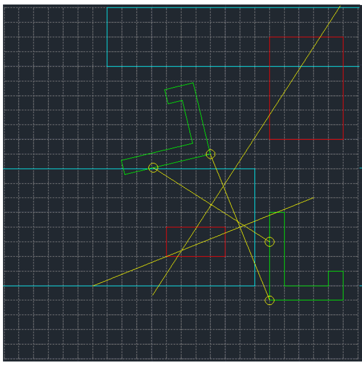


그림 5. 구동부 위쪽, 회전부 아래쪽 위치

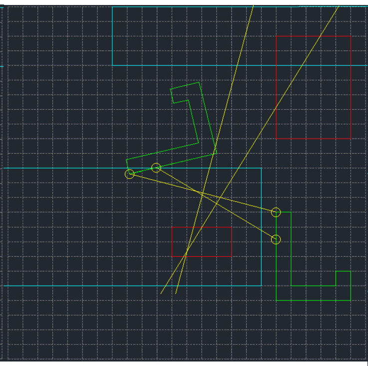


그림 6. 구동부 위쪽, 회전부 위쪽 위치

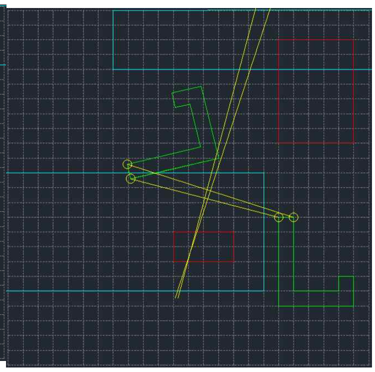


그림 7. 구동부 아래쪽, 회전부 아래쪽 위치

2.3 Adams 구동 장면

AUTOCAD를 통해서 찾은 4절 기구의 모형은 Adams를 이용해서 직접 운동 해석을 진행했다.

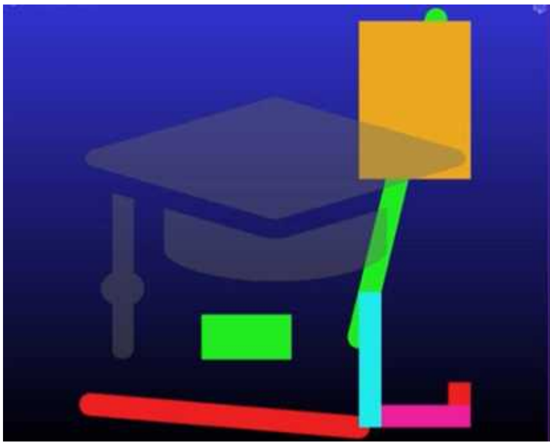


그림 8. 1번 초기자세

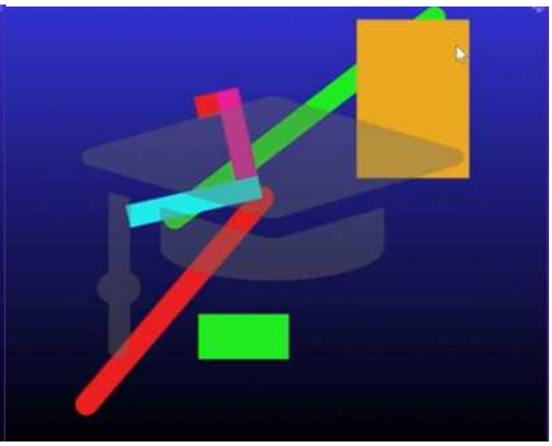


그림 9. 1번 최종자세

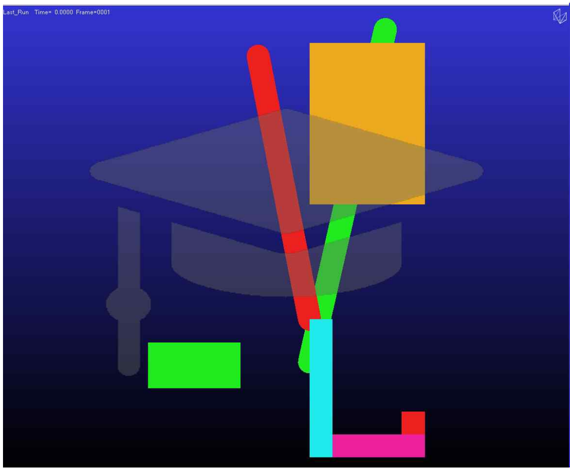


그림 7. 2번 초기자세

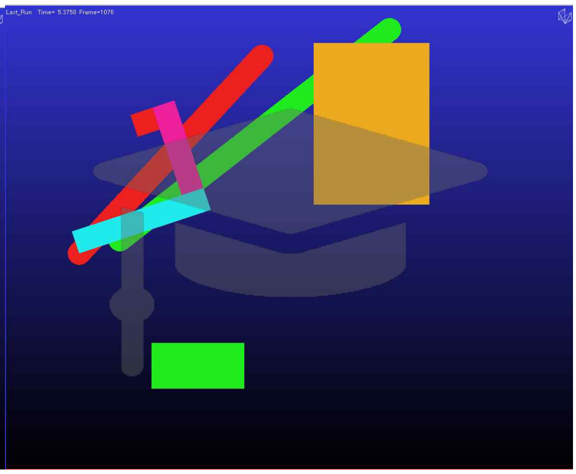


그림 8. 2번 최종자세

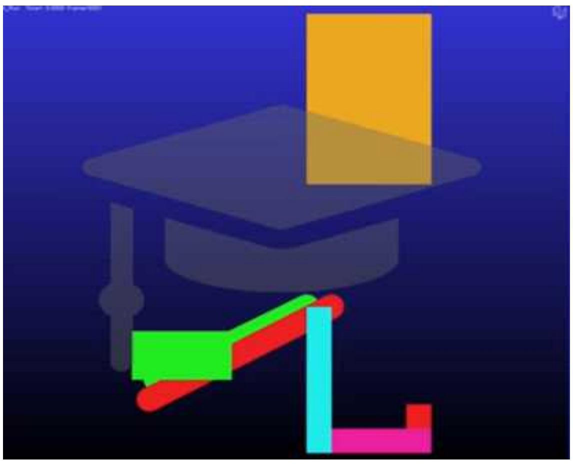


그림 12. 3번 초기자세

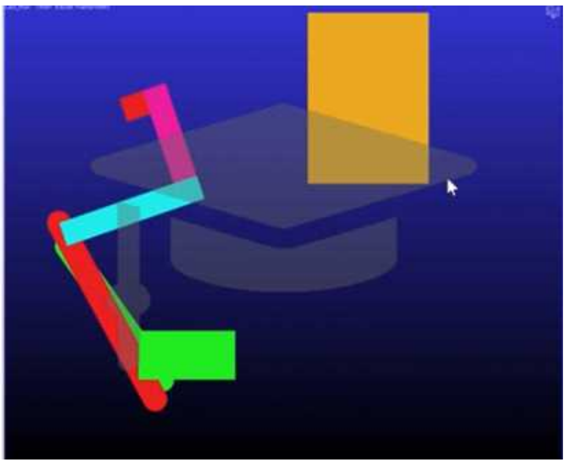


그림 13. 3번 최종자세

2.4 a dams $t-w$ graph

그림 14. 1번 시간 - 무게중심 이동 속도 그래프

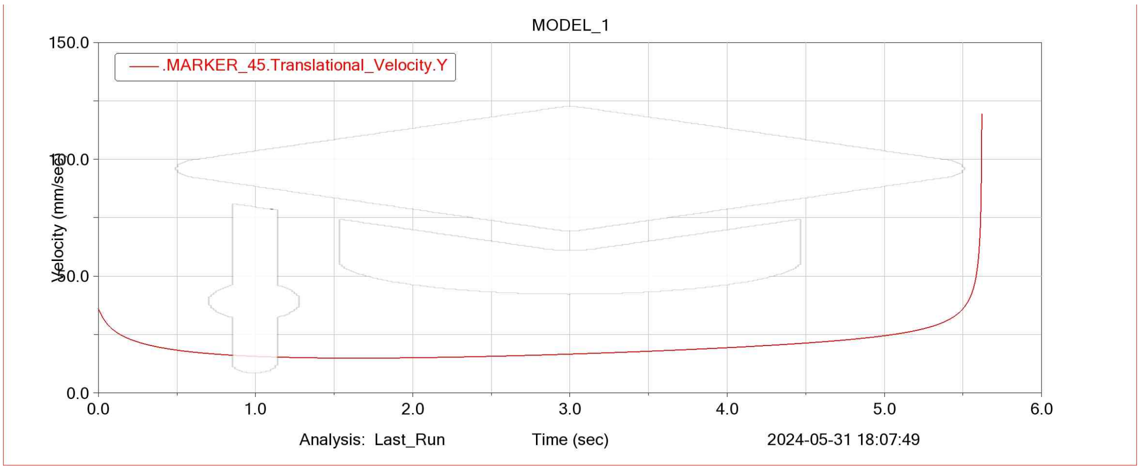


그림 15. 2번 시간 - 무게중심 이동 속도 그래프

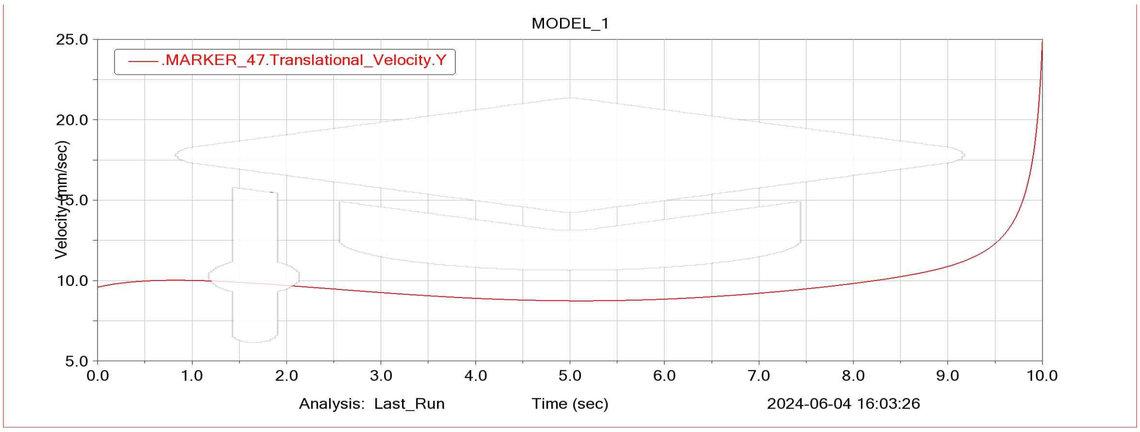
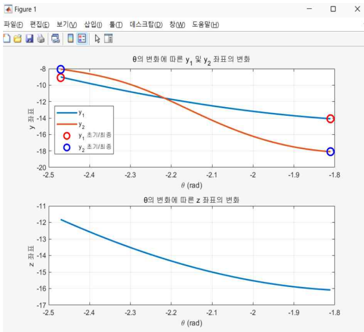
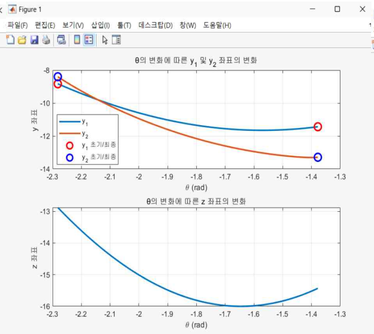


그림 16. 3번 시간 - 무게중심 이동 속도 그래프

2.5 Matlab graph

다음 그래프는 Matlab을 사용하여 그린 그래프이다. 위 그래프는 $\theta - y_1, y_2$를 그린 그래프이고 아래 그래프는 $dz - d\theta$를 그린 그래프이다.





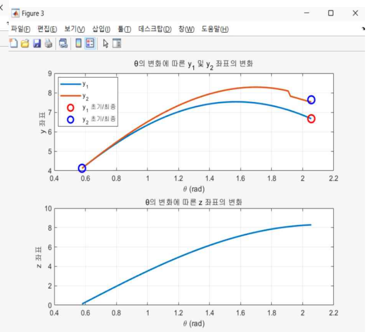


그림 17. 1번 $dz - d\theta$ 그래프 그림 18. 2번 $dz - d\theta$ 그래프 그림 19. 3번 $dz - d\theta$ 그래프

2.6 Matlab graph 설명

다음은 위 그래프를 그리기 위해 작성한 Matlab 코드이다.

```
% 초기 좌표 설정
x1_0 = -3.44; y1_0 = -14.09; % 들것, 링크 1의 초기 좌표
x2_0 = -3.44; y2_0 = -18.09; % 들것, 링크 2의 초기 좌표
a = -15.40; b = -17.07; % 구동부 아닌 고정관절의 좌표
x0 = -1.44; y0 = -16.09; % 무게중심 초기 좌표

% 최종 좌표 설정
x1_f = -11.44; y1_f = -9.09; % 들것, 링크 1의 최종 좌표
x2_f = -7.44; y2_f = -8.09; % 들것, 링크 2의 최종 좌표

% 링크 길이 계산
L1 = sqrt(x1_0^2 + y1_0^2); % 링크 1의 길이 (구동부 기준)
L2 = sqrt((x2_0 - x1_0)^2 + (y2_0 - y1_0)^2); % 링크 1과 링크 2 사이의 길이
L3 = sqrt((a - x2_0)^2 + (b - y2_0)^2); % 링크 2와 고정관절 사이의 길이

% 초기 각도 계산
theta0 = atan2(y1_0, x1_0); % 링크 1의 초기 각도
phi0 = atan2(y2_0 - y1_0, x2_0 - x1_0); % 링크 2의 초기 각도
alpha0 = atan2(b - y2_0, a - x2_0); % 링크 2와 고정관절 사이의 초기 각도

% 최종 각도 계산
theta_f = atan2(y1_f, x1_f); % 링크 1의 최종 각도
phi_f = atan2(y2_f - y1_f, x2_f - x1_f); % 링크 2의 최종 각도

% theta의 변화 범위 설정
theta_values = linspace(theta0, theta_f, 100); % 초기 각도에서 최종 각도까지
y1_values = zeros(size(theta_values));
y2_values = zeros(size(theta_values));
y0_values = zeros(size(theta_values));

options = optimset('Display', 'none');

for i = 1:length(theta_values)
    theta = theta_values(i);

    % 링크 1의 새로운 좌표 계산
    x1 = L1 * cos(theta);
    y1 = L1 * sin(theta);
    y1_values(i) = y1;

    % 연립 방정식을 수치적으로 풀기
    fun = @(vars) [
        L1 * cos(theta) + L2 * cos(vars(1)) + L3 * cos(vars(2)) - a;
        L1 * sin(theta) + L2 * sin(vars(1)) + L3 * sin(vars(2)) - b
    ];
    vars0 = [phi0, alpha0]; % 초기 추정값 설정
    sol = fsolve(fun, vars0, options);
    phi = sol(1);
    alpha = sol(2);

    % 링크 2의 새로운 좌표 계산
    x2 = x1 + L2 * cos(phi);
    y2 = y1 + L2 * sin(phi);
    y2_values(i) = y2;

    % 무게중심의 새로운 좌표 계산 (회전 변환 좌표계 사용)
    % 초기 무게중심 좌표와 링크 좌표간의 관계 유지
    x0_rel = cos(-theta0) * (x0 - x1_0) - sin(-theta0) * (y0 - y1_0);
    y0_rel = sin(-theta0) * (x0 - x1_0) + cos(-theta0) * (y0 - y1_0);

    % 변환된 좌표를 기존 좌표계로 다시 변환
    x0_new = x1 + cos(theta) * x0_rel - sin(theta) * y0_rel;
    y0_new = y1 + sin(theta) * x0_rel + cos(theta) * y0_rel;

    y0_values(i) = y0_new;
end


% 그래프 그리기
figure;
subplot(2, 1, 1); % 첫 번째 그래프
plot(theta_values, y1_values, 'LineWidth', 2);
hold on;
plot(theta_values, y2_values, 'LineWidth', 2);
plot([theta0, theta_f], [y1_0, y1_f], 'ro', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2); % 초기 및 최종 좌표 표시
plot([theta0, theta_f], [y2_0, y2_f], 'bo', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2); % 초기 및 최종 좌표 표시
xlabel('\theta (rad)');
ylabel('y 좌표');
title('θ의 변화에 따른 y_1 및 y_2 좌표의 변화');
legend('y_1', 'y_2', 'y_1 초기/최종', 'y_2 초기/최종');
grid on;

subplot(2, 1, 2); % 두 번째 그래프
plot(theta_values, y0_values, 'LineWidth', 2);
xlabel('\theta (rad)');
ylabel('y_0 좌표');
title('θ의 변화에 따른 y_0 좌표의 변화');
grid on;

% y1, y2, y0 값 출력
disp('y1_values:');
disp(y1_values);
disp('y2_values:');
disp(y2_values);
disp('y0_values:');
disp(y0_values);
```

그림 20. Matlab code

다음은 Matlab 그래프를 그리기 위해 사용된 변수들이다.

링크 1 좌표	(x_1, y_1)
링크 2 좌표	(x_2, y_2)
링크 1의 초기 좌표	(x_{10}, y_{10})
링크 2의 초기 좌표	(x_{20}, y_{20})
고정 관절의 좌표	(a, b)
무게중심의 초기 좌표	(x_0, y_0)
링크 1의 최종 좌표	(x_{1f}, y_{1f})
링크 2의 최종 좌표	(x_{2f}, y_{2f})
링크 1의 길이	L_1
링크 1과 링크 2 사이의 길이	L_2
링크 2와 고정 관절 사이의 길이	L_3
링크 1의 초기 각도	θ_0
링크 2의 초기 각도	Φ_0
링크 2와 고정 관절 사이의 초기 각도	α_0
링크 1의 최종 각도	θ_f
링크 2의 최종 각도	Φ_f

표 1. Matlab 변수

- 링크 길이 계산

$$L_1 = \sqrt{x_{10}^2 + y_{10}^2}, \quad L_2 = \sqrt{(x_{20} - x_{10})^2 + (y_{20} - y_{10})^2}, \quad L_3 = \sqrt{(a - x_{20})^2 + (b - y_{20})^2}$$

- 초기 각도 계산

$$\theta_0 = \tan^{-2}\left(\frac{y_{10}}{x_{10}}\right), \quad \Phi_0 = \tan^{-1}\left(\frac{y_{20} - y_{10}}{x_{20} - x_{10}}\right), \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b - y_{20}}{a - x_{20}}\right)$$

- 최종 각도 계산

$$\theta_0 = \tan^{-2}\left(\frac{y_{1f}}{x_{1f}}\right), \quad \Phi_0 = \tan^{-1}\left(\frac{y_{2f} - y_{1f}}{x_{2f} - x_{1f}}\right)$$

- 수치적 방법을 통해 각도 및 좌표 계산

좌표 (0, 0) -> (x_1, y_1) -> (x_2, y_2) -> (a, b) 순서로 루프 폐쇄식을 작성하면 다음과 같다.

(단, 루프 폐쇄식은 선형적이라고 가정한다.)

$$\begin{bmatrix} L_1\cos(\theta)+L_2\cos(\Phi)+L_3\cos(\alpha) \\ L_1\sin(\theta)+L_2\sin(\Phi)+L_3\sin(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

이때 θ의 값을 θ_0와 θ_f 사이의 값을 넣고 연립 방정식을 풀어 Φ, α를 구할 수 있다.

따라서 계산하면 다음과 같이 모든 궤적의 좌표를 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_1 &= L_1\cos(\theta) \qquad & x_2 &= x_1 + L_2\cos(\Phi) \\ y_1 &= L_1\sin(\theta) \qquad & y_2 &= y_1 + L_2\cos(\Phi) \end{aligned}$$

이 두 궤적을 이용하여 무게중심의 궤적을 구하기 위해 회전 변환을 사용한다.

$$x_{0re} = \cos(-\theta)\times(x_0 - x_{10}) - \sin(-\theta_0)\times(y_0 - y_{10})$$

$$y_{0re} = \sin(-\theta_0)\times(x_0 - x_{10}) + \cos(-\theta_0)\times(y_0 - y_{10})$$

변환된 좌표를 기존 좌표계로 변환하면 다음과 같다.

$$x_{0n} = x_1 + \cos(\theta)\times x_{0re} - \sin(\theta)\times y_{0re}$$

$$z_n = y_1 + \sin(\theta)\times x_{0re} + \cos(\theta)\times y_{0re}$$

3. 결론

3.1 결과

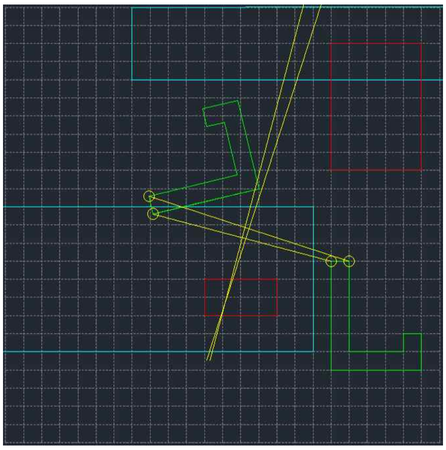


그림 21. 최종 선택된 모델 AUTOCAD

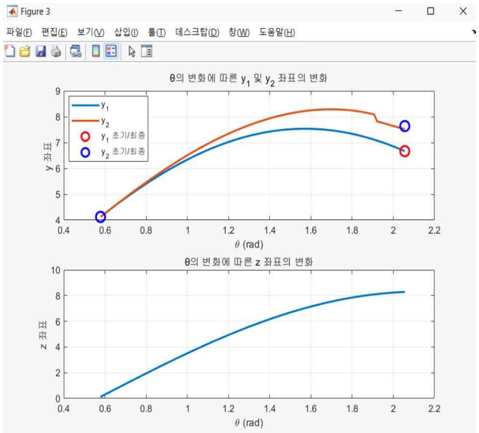


그림 22. 최종 선택된 $dz-d\theta$ 그래프

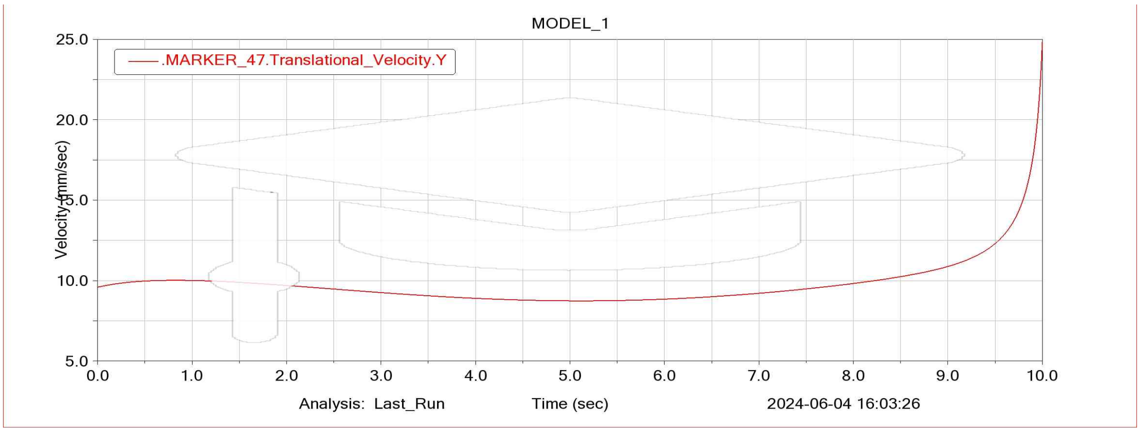


그림 23. 최종 선택된 시간 - 무게중심 이동 속도 그래프

선택된 3가지 형태의 4절 기구들의 그래프를 비교해 본 결과, 구동부는 기구 설치 허용 지역 아래쪽, 회전부는 기구 설치 허용 지역 아래쪽에 있었을 때 가장 이상적인 그래프의 형태가 도출되었다. 시간에 따른 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$의 변화 값이 가장 일정하며 극심한 변화 없이 안정적이다. 그리고 Matlab, 그래프, a dams 그래프에서도 가장 일정하며 변화율의 폭이 작게 나타나는 경향을 보였다.

3.2 고찰

해결 과제는 4절 기구의 커플러를 지정된 장애물과의 간섭 없이 주어진 두 위치를 지나도록 관절의 위치를 설계하는 연구다. 설정된 설계 가정으로 커플러와 관절의 무게를 무시하고 커플러의 위치는 우측으로 10도 이상 기울어지지 않은 채로 진행하였다.

문제를 해결하고자, 우리는 커플러의 임의의 두 점을 선택하여 수직 이등분선을 이용해 그 선 안으로 원의 중심이 만나는 점을 고정 관절 위치로 간주하였다. 그렇게 여러 반복 끝에 3가지의 각기 다른 위치의 고정 관절에서 과제를 해결하는 모델을 찾을 수 있었다.

이 모델이 정확한지 판단하고자 Adams 프로그램으로 직접 구동을 시행하여 커플러의 운동을 해석했다. Adams 프로그램을 통해 장애물과 충돌하지 않는 사실 및 우측으로 10도 이상 기울지 않는다는 사실을 확인했다, 커플러의 무게중심, 속도, 위치 그래프를 Adams, Matlab을 이용해서 그렸으며 $\frac{dz}{d\theta}=\frac{z'}{\theta'}$가 가장 일정한 값을 가지는 모델을 찾기 위해 비교 분석을 진행하였다. 그 결과 세 번째 모델이 가장 일정한 값을 가진다고 판단되어 선택하게 되었다.