Obliczenia naukowe
lista 2

Aleksandra Wójcik

Listopad 2023

1 Zadanie 1

1.1 Opis zadania

Zadanie pierwsze polega na powtórzeniu zadania 5 z listy 1 z drobnymi modyfikacjami. Należy usunąć ostatnią cyfrę z x_4 i x_5. Należy zbadać jaki wpływ na wyniki mają niewielkie zmieny danych.

1.2 Wyniki

Table 1: Wyniki po wprowadzeniu niewielkich modyfikacji

Sumowanie	Float32	Float64
"W przód"	-0.4999443	-0.004296342739891585
"W tył"	-0.4543457	-0.004296342998713953
"Od największego elementu do najmniejszego"	-0.5	-0.004296342842280865
"Od najmniejszego elementu do największego"	-0.5	-0.004296342842280865

Table 2: Wyniki przed wprowadzeniem niewielkich modyfikacji

Sumowanie	Float32	Float64
"W przód"	-0.4999443	$1.0251881368296672 \times 10^{-10}$
"W tył"	-0.4543457	$-1.5643308870494366 \times 10^{-10}$
"Od największego elementu do najmniejszego"	-0.5	0.0
"Od najmniejszego elementu do największego"	-0.5	0.0

1.3 Obserwacje

Z analizy wyników przedstawionych w powyższych tabelach można wnioskować, że w przypadku arytmetyki Float32 wyniki są sobie równe w obu przypadkach.

Jednakże, w przypadku wyższej precyzji reprezentacji liczb, jaką zapewnia arytmetyka Float64, zauważalne są znaczące różnice między wynikami uzyskanymi przy użyciu metody z modyfikacją a wynikami uzyskanymi bez modyfikacji.

1.4 Wnioski

Brak widocznych różnic w wynikach w przypadku użycia arytmetyki Float32 wynika z jej ograniczonej precyzji. W arytmetyce tej, składniki wektorów nie są przechowywane z dużą dokładnością, co często prowadzi do zaokrągleń wartości i obcięcia mniej znaczących cyfr. To oznacza, że wyniki operacji na takich wartościach mogą być obarczone pewnym błędem, ale te błędy nie były wystarczająco duże, aby spowodować widoczną różnicę w wynikach.

Modyfikacje wprowadzone w obliczeniach nie miały wpływu na wynik końcowy, ponieważ dotyczyły one pozycji po przecinku w wartościach, które nie miały istotnego wpływu na ostateczny wynik. W przypadku użycia arytmetyki

Float64, usunięcie liczb z określonych pozycji ma znaczący wpływ na ostateczny wynik. Przedstawione zadanie stanowi przykład zadania źle uwarunkowanego. Aby zrozumieć stopień uwarunkowania zadania obliczania iloczynu skalarnego dwóch wektorów, można posłużyć się współczynnikiem uwarunkowania, który można wyrazić jako:

$$cond(a,b) = \frac{\sum_{i=1}^{n} |a_i b_i|}{|\sum_{i=1}^{n} a_i b_i|}$$

Jeśli wektory są prawie prostopadłe, to wartość w liczniku tego współczynnika będzie bardzo bliska zeru. To z kolei prowadzi do wysokiej wartości współczynnika uwarunkowania zadania, co oznacza, że nawet niewielkie zmiany w danych wejściowych spowodują znaczne odkształcenia w wynikach obliczeń.

2 Zadanie 2

2.1 Opis zadania

Zadanie 2 polega na narysowaniu wykresów funkcji

$$f(x) = e^x ln(1 + e^{-x})$$

w co najmniej dwóch programach do wizualizacji. Nastepnie należy policzyc granicę $\lim_{x\to\infty} f(x)$ i wyjaśnić zachodzące zjawisko.

2.2 Wykresy i wyniki

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$

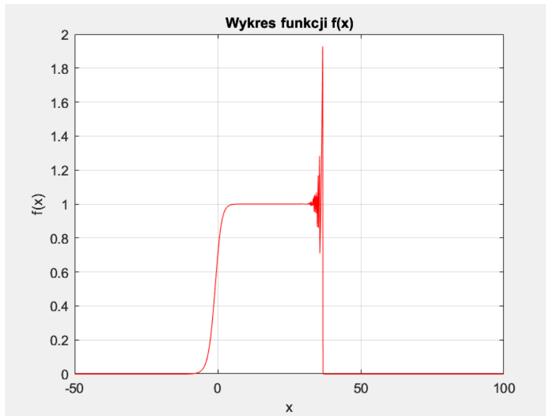


Figure 1: Wykres wygenerowany przez MatLab

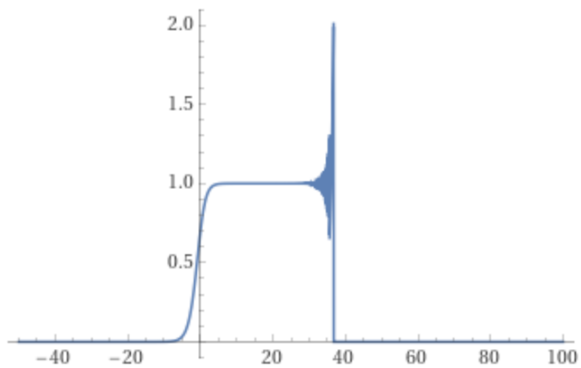


Figure 2: Wykres wygenerowany przez WolframAlpha

2.3 Obserwacje

Wykresy funkcji w obu programach są identyczne i przedstawiają funkcję, która początkowo jest stała, następnie rośnie na przedziale około [-5, 5], aby ostatecznie ustalić się na poziomie 1. W dalszym ciągu, na przedziale (30, 38), można zauważyć wyraźne oscylacje wartości funkcji f(x). Dla późniejszych wartości funkcja przyjmuje wartości bliskie zeru. Wykresy ukazują granicę, która nie pokrywa się z wcześniejszymi obliczeniami.

2.4 Wnioski

Błędna wartość granicy funkcji f(x) przedstawiona na wykresach, wynika z błędow, powstałych wskutek mnożenia bardzo dużej liczby e^x przez względne małą liczbą $ln(1-e^{-x})$. Wynika to z faktu że $ln(1+e^{-x}) \approx 0$ ponieważ e^{-x} jest bardzo małą wartościa względem 1. Zatem wartość funkcji dla większych wartości x wynosi 0.0

3 Zadanie 3

3.1 Opis zadania

Zadanie 3 polega na rozwiązaniu układu równań liniowych

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

Dla danej macierzy współczynników **A** i wektora lewych stron **b**

a) **A** jest macierzą Hiblberta stopnia n

b) **A** jest macierzą losową stopnia n z zadanym współczynnikiem uwarunkowania c

Układy równan należy rozwiązać na dwa sposoby: a) metoda eliminacji Gaussa

b) x = $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$

Należy także obliczyc błędy względne uzyskanych wyników.

3.2 Wyniki

Table 3: Wyniki dla macierzy Hilberta stopnia n

n	cond(A)	rank(A)	Błąd metody eliminacji Gaussa	Błąd metody x=$A^{-1}b$
2	19.28147006790397	2	5.661048867003676e-16	1.4043333874306803e-15
3	524.0567775860644	3	8.022593772267726e-15	0.0
4	15513.73873892924	4	4.137409622430382e-14	0.0
5	476607.2502422687	5	1.6828426299227195e-12	3.3544360584359632e-12
6	1.495105864246 59e7	6	2.618913302311624e-10	2.0163759404347654e-10
7	4.753673565921816e8	7	1.2606867224171548e-8	4.713280397232037e-9
8	1.5257575538072489e10	8	6.124089555723088e-8	3.07748390309622e-7
9	4.931537556012197e11	9	3.8751634185032475e-6	4.541268303176643e-6
10	1.602441350036382e13	10	8.67039023709691e-5	0.0002501493411824886
11	5.222703245009594e14	10	0.00015827808158590435	0.007618304284315809
12	1.760619121841585e16	11	0.13396208372085344	0.258994120804705
13	3.1905581877988255e18	11	0.11039701117868264	5.331275639426837
14	9.27636978936766e17	11	1.4554087127659643	8.71499275104814
15	3.67568286586649e17	12	4.696668350857427	7.344641453111494
16	7.063115212292111e17	12	54.15518954564602	29.84884207073541
17	8.07124989431416e17	12	13.707236683836307	10.516942378369349
18	1.4135073701749765e18	12	10.257619124632317	24.762070989128866
19	5.190132496359103e18	13	102.15983486270827	109.94550732878284
20	1.3193976166344822e18	13	108.31777346206205	114.34403152557572

Table 4: Wyniki dla macierzy losowych stopnia n z danycm wskaźnikiem uwarunkowania c

n	c	rank(A)	Błąd metody eliminacji Gaussa	Błąd metody x=$A^{-1}b$
5	1.0	5	1.4895204919483638e-16	1.1102230246251565e-16
5	10.0	5	1.719950113979703e-16	1.2161883888976234e-16
5	1000.0	5	6.130868274914868e-14	6.081266252743834e-14
5	1.0e7	5	3.9445105226674003e-10	4.0411378624173305e-10
5	1.0e12	5	4.299250197947572e-5	4.267412847803613e-5
5	1.0e16	4	0.15064855487997122	0.15873031374000368
10	1.0	10	2.0471501066083614e-16	2.482534153247273e-16
10	10.0	10	4.657646926676368e-16	5.661048867003676e-16
10	1000.0	10	1.7573396178657477e-14	3.012483336661386e-14
10	1.0e7	10	1.1735896807433587e-10	1.847864055773286e-10
10	1.0e12	10	8.463685373292487e-7	4.982891264958622e-6
10	1.0e16	9	0.07315786896268524	0.04250459533979826
20	1.0	20	4.958858087295524e-16	3.901608678537189e-16
20	10.0	20	3.853929388444262e-16	3.2081411475814755e-16
20	1000.0	20	6.804151055817649e-14	6.421720383303341e-14
20	1.0e7	20	4.753543873850454e-10	4.503518016663438e-10
20	1.0e12	20	5.324872731344483e-5	4.603343546158416e-5
20	1.0e16	19	0.8831623016067416	0.8507952392100581

3.3 Obserwacje

a) Macierze Hilberta

Z tabeli ukazującej wyniki dla macierzach Hilberta można wywnioskować, że wraz ze wzrostem n wzrasta cond(A), rank(A) oraz błędy względne w metodzie eliminacji Gaussa oraz błędy względe w metodzie x=$A^{-1}b$

b) Macierze losowe z danych wskaźnikiem uwarunkowania.

Z tabeli ukazującej wyniki dla macierzy losowych z danym wskaźnikkiem uwarunkowania można wywnioskować , że wraz z wzrostem n rośnie cond(A), rand(A), błędy względne w metodzie eliminacji Gaussa oraz błędy względe w metodzie x=$A^{-1}b$ Natomiast wraz ze wzrostem c, rośnie także cond(A), błędy względne w metodzie eliminacji Gaussa oraz błędy względe w metodzie x=$A^{-1}b$

Porównując obie tabele jesteśmy w stanie zaobserwować, że wraz ze wzrostem wskaźnika uwarunkowania macierzy wzrastaja błędy w obu prezentowanych metodach.

Ponadto wraz ze wzrostem wskaźnika urarunkowania dla macierzy o rozmiarze n×n maleje rank(A), który określa liczbę liniowo niezależnych kolumn w macierzy.

3.4 Wnioski

Wnioskując z powyżeszych obserwacji, można stwierdzić , że wskaźnik uwarunkowania macierzy **A** cond(**A**) jest bezpośrednio związany z błędem który otrzymujemy w obu metodach. Ponadto im wiekszy jest wskołczynnik uwarunkowania dla macierzy n$\times n$, tym ranga danej macierzy jest mniejsza.oznacza to, że macierz **A** jest bliska macierzy osobliwej (macierzy, której ranga jest mniejsza od liczby jej kolumn). Oznacza to, że niektóre z kolumn macierzy mogą być praktycznie identyczne lub bardzo bliskie sobie liniowo. Należy podkreślić, że macierze Hilberta, które były analizowane, są szczególnie źle uwarunkowane. W wyniku tego właśnie źle uwarunkowania ranga macierzy Hilberta jest znacznie mniejsza niż liczba jej kolumn. To właśnie ta cecha macierzy Hilberta przyczynia się do powstawania znacznych błędów w obliczeniach. Również wysoka wartość wskaźnika uwarunkowania dla tych macierzy wpływa na dokładność wyników.

4 Zadanie 4

4.1 Opis zadania

Zadanie 4 polega na wyznaczeniu 20 zer 1$<=$k$<=$20 z_k "Złośliwego wielomianu" Wilkinosna **A** w postaci naturalnej,

oblicze |P(z_k)|, |P(z_k)| oraz |z_k - k|.Powtórzę doświadczenie zmieniając współczynnik -210 na -210 - 2^{-23} , a nastepnie wyjaśnię rozbieżności.

4.2 Obserwacje

a)Eksperyment dla podanych współczynników:

Table 5: Doświadczenie wyznaczania 20 zer wielomianu Wilkinsona

k	z_k	$\lvert P(z_k)\rvert$	$\lvert p(z_k)\rvert$	Błąd $\lvert z_k$ - k$\rvert$
1	0.9999999999998084	23323.616390897252	23310.180819556484	1.9162449405030202e-13
2	2.0000000000114264	64613.550791712885	73156.18130995682	1.1426415369442111e-11
3	2.9999999998168487	18851.098984644806	130289.209774281	1.8315127192636282e-10
4	3.999999983818672	-2.6359390809003003e6	-2.0313511850413051e6	1.6181327833209025e-8
5	5.000000688670983	-2.3709842874839526e7	-2.161335904910064e7	6.88670983350903e-7
6	5.999988371602095	-1.2641076289358065e8	-1.2165063267640364e8	1.162839790502801e-5
7	7.000112910766231	-5.2301629899144447e8	-5.0618859493197733e8	0.00011291076623098917
8	7.999279406281878	-1.798432141726085e9	-1.7402728325721798e9	0.0007205937181220534
9	9.003273831140774	-5.121881552672067e9	-5.263758084354483e9	0.003273831140774064
10	9.989265687778465	-1.4157542666785017e10	-1.4147808356077826e10	0.010734312221535092
11	11.027997558569794	-3.586354765112257e10	-3.692632803664624e10	0.027997558569794023
12	11.94827395840048	-8.510931555828575e10	-8.162184753413098e10	0.051726041599520656
13	13.082031971969954	-2.2136146301419052e11	-2.0437435428549194e11	0.08203197196995404
14	13.906800565193148	-3.812024574451268e11	-3.8519295444834576e11	0.09319943480685211
15	15.081439299377482	-8.809029239560208e11	-9.126025022282092e11	0.0814392993774824
16	15.942404318674466	-1.6747434633806333e12	-1.675114896837886e12	0.05759568132553383
17	17.026861831476396	-3.3067827086376123e12	-3.511533171799813e12	0.026861831476395537
18	17.99048462339055	-6.166202940769282e12	-6.644365795060318e12	0.009515376609449788
19	19.001981084996206	-1.406783619602919e13	-1.2746432430512717e13	0.001981084996206306
20	19.999803908064397	-3.284992217648231e13	-2.383703367289591e13	0.00019609193560299332

a)Eksperyment dla zmodyfikowanych współczynników:

Table 6: Doświadczenie wyznaczania 20 zer wielomianu Wilkinsona z modyfikacją współczynniku

k	z_k	$\lvert$P(z_k)$\rvert$	$\lvert$p(z_k)$\rvert$	Błąd $\lvert z_k$ - k$\rvert$
1	0.9999999999999805 + 0.0im	2168.9361669986724 + 0.0im	2376.936166998514 - 0.0im	1.9539925233402755e-14
2	1.9999999999985736 + 0.0im	-29948.438957395843 + 0.0im	-9132.438957447213 + 0.0im	1.4264145420384011e-12
3	3.000000000105087 + 0.0im	-239010.53520956426 + 0.0im	-74756.28518912959 + 0.0im	1.0508705017286957e-10
4	3.9999999950066143 + 0.0im	-939293.8049425513 + 0.0im	-626853.3644463811 + 0.0im	4.993385704921138e-9
5	5.000000034712704 + 0.0im	-7.44868039679552e6 + 0.0im	-1.0894298660834588e6 + 0.0im	3.4712703822492585e-8
6	6.000005852511414 + 0.0im	-1.4689332508961653e7 + 0.0im	6.1225086377329595e7 + 0.0im	5.852511414161654e-6
7	6.999704466216799 + 0.0im	-5.817946400915084e7 + 0.0im	1.325298174591774e9 + 0.0im	0.00029553378320112955
8	8.007226654064777 + 0.0im	-1.3954205929609105e8 + 0.0im	1.7380734718418133e10 + 0.0im	0.0072266540647767386
9	8.917396943382494 + 0.0im	-2.459617755654851e8 + 0.0im	1.3487291517349088e11 + 0.0im	0.082603056617506
10	10.09529034477879 - 0.6432770896263527im	-1.6611826954408526e9 + 1.5777319470522091e9im	5.241517881003067e11 - 1.386678653582328e12im	0.6502965968281023
11	10.09529034477879 + 0.6432770896263527im	-1.6611826954408526e9 - 1.5777319470522091e9im	5.241517881003067e11 + 1.386678653582328e12im	1.110092326920887
12	11.793588728372308 - 1.6522535463872843im	2.800850381139144e8 + 2.0775019949053467e10im	-2.895864203393815e13 - 1.5697552081531695e13im	1.6650968123818863
13	11.793588728372308 + 1.6522535463872843im	2.800850381139144e8 - 2.0775019949053467e10im	-2.895864203393815e13 + 1.5697552081531695e13im	2.0458176697496047
14	13.99233053734825 - 2.5188196443048287im	3.117606857393746e10 + 8.858123313838326e10im	-9.266102251313302e14 + 2.292216166050137e14im	2.5188313205122075
15	13.99233053734825 + 2.5188196443048287im	3.117606857393746e10 - 8.858123313838326e10im	-9.266102251313302e14 - 2.292216166050137e14im	2.7129043747424584
16	16.73073008036981 - 2.8126272986972136im	1.6370987520682364e11 + 9.451624840467363e11im	-2.741348409865492e16 + 6.29280597934686e14im	2.906000476898456
17	16.73073008036981 + 2.8126272986972136im	1.6370987520682364e11 - 9.451624840467363e11im	-2.741348409865492e16 - 6.29280597934686e14im	2.8254873227453055
18	19.50243895868367 - 1.9403320231930836im	-2.4553860520309785e12 + 4.413422743419556e12im	-1.3108055232177888e17 - 4.045387489512485e17im	2.4540193937292005
19	19.50243895868367 + 1.9403320231930836im	-2.4553860520309785e12 - 4.413422743419556e12im	-1.3108055232177888e17 + 4.045387489512485e17im	2.004328632592893
20	20.84690887410499 + 0.0im	-4.858653129933677e12 + 0.0im	1.3743672141534328e18 + 0.0im	0.8469088741049902

4.3 Wnioski

Wnioskiem z zadania jest fakt, że niewielkie zaburzenie danych wpłynęło na dokładność wyniku. Ponadto należy zwracać szczególną uwagę na mnożenie dużych liczb, za względu na ograniczony zakres arytmetyki Float64.

5 Zadanie 5

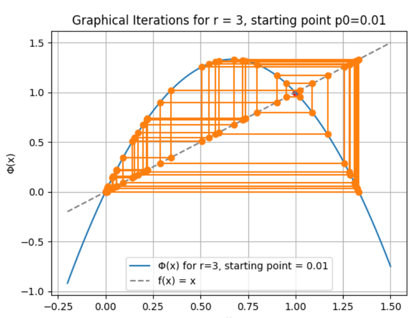
5.1 Opis zadania

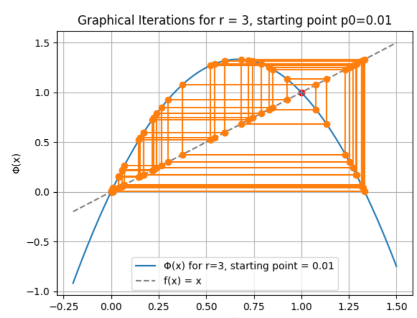
Zadanie 5 opisuje równanie rekurencyjne (model logistyczny, model wzrostu populacji), które opisuje zmianę populacji w czasie. Eksperyment polega na przeprowadzeniu 40 iteracji tego równania dla danych początkowych ($p_0 = 0.01$, r = 3). Następnie eksperyment jest powtarzany, ale po 10 iteracjach wynik jest obcięty, pozostawiając tylko trzy miejsca po przecinku, a obliczenia kontynuowane do czterdziestej iteracji. Wyniki są porównywane. Obliczenia są wykonywane w arytmetyce Float32 i Float64 w celu zbadania wpływu precyzji obliczeń na rezultaty.

5.2 Wyniki

Table 7: Wyniki eksperymentu z równaniem rekurencyjnym

numer iteracji	Float32 bez modyfikacji	Float32 z modyfikacją	Float64 bez modyfikacji	Float64 z modyfikacją
1	0.0397	0.0397	0.0397	0.0397
2	0.15407173	0.15407173	0.15407173000000002	0.15407173000000002
3	0.5450726	0.5450726	0.5450726260444213	0.5450726260444213
4	1.2889781	1.2889781	1.2889780011888006	1.2889780011888006
5	0.1715188	0.1715188	0.17151914210917552	0.17151914210917552
6	0.5978191	0.5978191	0.5978201201070994	0.5978201201070994
7	1.3191134	1.3191134	1.3191137924137974	1.3191137924137974
8	0.056273222	0.056273222	0.056271577646256565	0.056271577646256565
9	0.21559286	0.21559286	0.21558683923263022	0.21558683923263022
10	0.7229306	0.722	0.722914301179573	0.722
11	1.3238364	1.3241479	1.3238419441684408	1.324148
12	0.037716985	0.036488414	0.03769529725473175	0.03648822228799964
13	0.14660022	0.14195944	0.14651838271355924	0.14195871805478313
14	0.521926	0.50738037	0.521670621435246	0.5073780393238604
15	1.2704837	1.2572169	1.2702617739350768	1.2572147329310672
16	0.2395482	0.28708452	0.24035217277824272	0.2870922776274648
17	0.7860428	0.9010855	0.7881011902353041	0.9011031828898832
18	1.2905813	1.1684768	1.2890943027903075	1.1684518929166978
19	0.16552472	0.577893	0.17108484670194324	0.5779680934849485
20	0.5799036	1.3096911	0.5965293124946907	1.3097310226799155
21	1.3107498	0.09289217	1.3185755879825978	0.09273803540913006
22	0.088804245	0.34568182	0.058377608259430724	0.3451511200188503
23	0.3315584	1.0242395	0.22328659759944824	1.0232165776591267
24	0.9964407	0.94975823	0.7435756763951792	0.9519498162471399
25	1.0070806	1.0929108	1.315588346001072	1.0891739070296693
26	0.9856885	0.7882812	0.07003529560277899	0.7977962288558531
27	1.0280086	1.2889631	0.26542635452061003	1.28174844709355
28	0.9416294	0.17157483	0.8503519690601384	0.19835654349401888
29	1.1065198	0.59798557	1.2321124623871897	0.6753902189353918
30	0.7529209	1.3191822	0.37414648963928676	1.3331050322407778
31	1.3110139	0.05600393	1.0766291714289444	0.0009130480060555168
32	0.0877831	0.21460639	0.8291255674004515	0.0036496910542379813
33	0.3280148	0.7202578	1.2541546500504441	0.014558803482577772
34	0.9892781	1.3247173	0.29790694147232066	0.05759933765377813
35	1.021099	0.034241438	0.9253821285571046	0.2204442995206507
36	0.95646656	0.13344833	1.1325322626697856	0.7359901305091517
37	1.0813814	0.48036796	0.6822410727153098	1.3189161054159724
38	0.81736827	1.2292118	1.3326056469620293	0.0570453422869805
39	1.2652004	0.3839622	0.0029091569028512065	0.2184188559180059
40	0.25860548	1.093568	0.011611238029748606	0.7305550338104317





5.3 Obserwacje

Obserwujemy znaczącą różnicę w wynikach, w których doszło do obcięcia do 3 liczb po przecinku, zarówno w przypadku arytmetyki Float32, jak i Float64.

Ponadto zauważalna jest różnica w wynikach między arytmetyką Float32 a Float64.

Zauważalna także jest różnica w zbieganiu do punktu stałego przez kolejne wyrazu generowanego ciągu dla danych przed modyfikacja i po modyfikacji związanej z obcięciem liczby do 3 miejsc znaczących.

5.4 Wnioski

Analizując otrzymane wyniki można wnioskować, że obcięcie pewnej liczby cyfr znaczących wpływa na dalsze wyniki. Raz popełniony błąd, nawartwia się i propaguje na kolejne wartości dla ciągu w funckii rekurencyjnej, ponieważ każda kolejna wartość zależy od poprzedniej. Można zauważyć, że wykonując owe działanie

$$p_{n+1} = p_n + rp_n(1-p)$$

podnoscimy pn do kwardatu, przez co serwujemy potrzeba coraz wiekszej dokładnowści przy wykonywaniu kolejnych obliczen, w celu otrzymania dokładnego wyniku. Po kilku iteracjach dochodzi do nawarstwienia się błedu i obniżenia dokładności otrzymywanych wyników. Wydawać by się mogło, że ciąg, którego jeden z wyrazów został obcięty do 3 miejsc znaczących, a nastepne obliczenia wykonywane były jak wcześniej, znacząco wypłynie na dokładność wyniku. Wydawać by się mogło, że oblicznia bez obcięcia będą bardziej wiarygodne. Nic bardziej mylnego, cytując ksiażkę "Granice chaosu. Fraktale." 'Wartości iteracji naszego układu sprzężenia zwrotnego stają się w końcu tak samo pewne jak wynik otrzymany przy użyciu generatora liczb losowych lub rzucie kostką do gry czy monetą.'

6 Zadanie 6

6.1 Opis zadania

Rozpatrujemy ciąg postacji:

$$x_{n+1} = \theta(x_n)$$

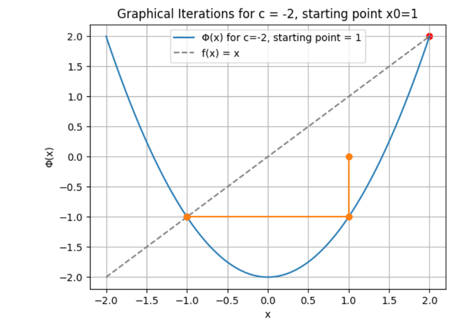
W tym przypadku jest to

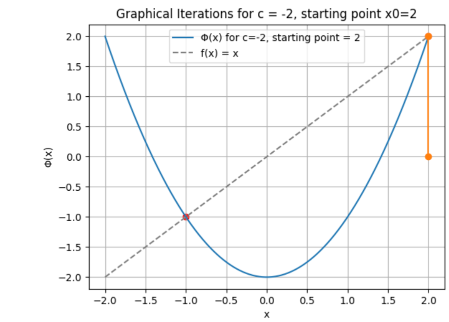
$$x_{n+1} = x_n^2 + c$$

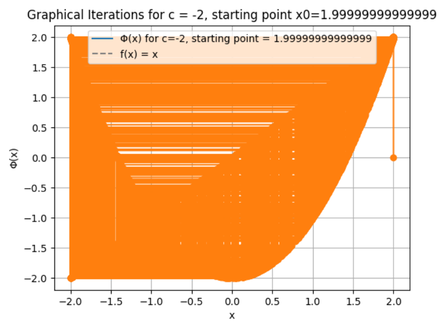
Z wykładu, wiemy że proces zbiegania do punktów stałych danej funkcji zależy od przyjętych parametrów początkowych. Zbadam więc zatem jak przyjęte wartości początkowe zbiegają do danego punktu stałego.

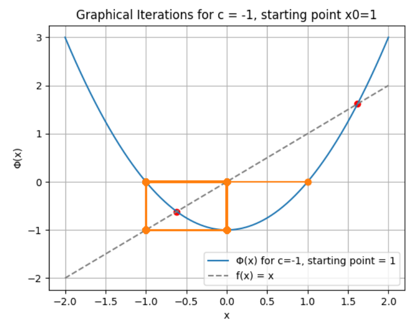
6.2 Obserwacje

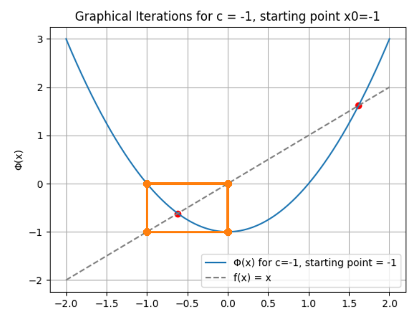
Przedstawiam wykresu obrazujące zbieganie do punktów stałych.

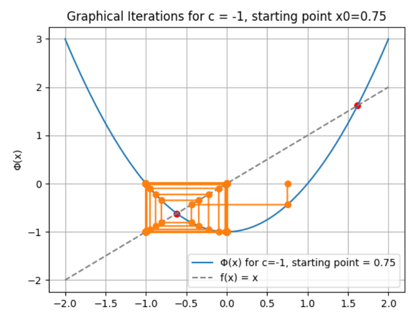


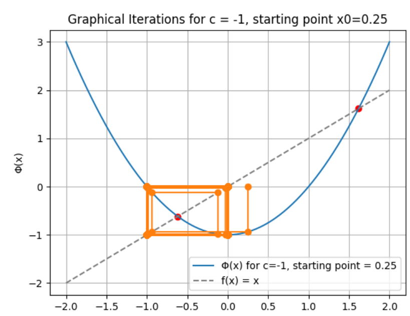




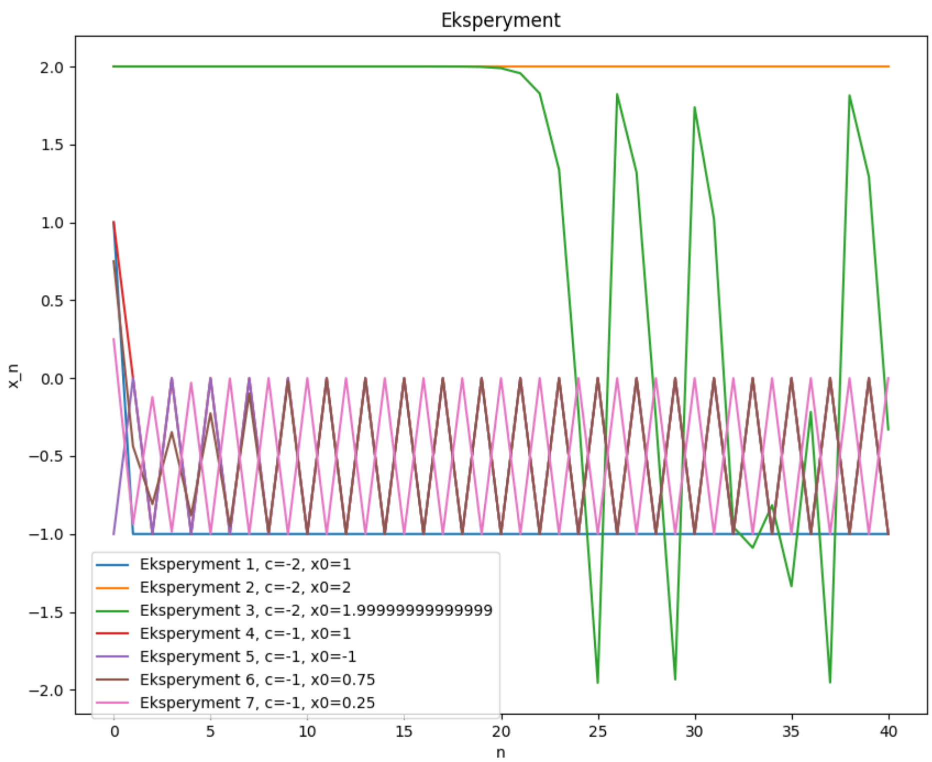








Ponadto również przedstawiam kolejne wartości funkcji rekurencyjnej dla podanych danych:



6.3 Wnioski

Oblizcając kolejne wartości funkcji rekurencyjnej

$$X^2 + c$$

napotykamy sie na problem przedstawienia wyników w określonych artymetykach. Podnosząc x do kwadratu bardzo szybko zwiększa się liczba miejsc potrzebnych na zapis wyniku. Już po kilku iteracjach przedstawienie dokładnego wyniku danej iteracji jest nie możliwe ze względu n a ograniczona precyzje arytmetyki. Określone działania prowadzą do problemu akumulacji błędu, ponieważ przenosie się on na kolejne wartości generowaneg błędu. Błąd nawartswia się prowadząc do poważnych błędów w dokładności wyników. Efekt ten znany jest jako chaos deterministyczny.

Wiadomym jest że funkcja przeze mnie analizowana w obu przypadkach posiada dwa punkty stałe. Jeśli generowane wartości będą ciągiem zbieżnym, to będą zbiegały do jednego z punktów stałych. Prześledźmy więc wykresy:

a) Wykresy 1 i 2 przedstawiają ciągi zbieżne do pewnego punktu stałego, co pokrywa się z danymi z wykresu "Eksperyment".

b) Wykres 3 generuje wartości niezbiegające do żadnego punktu stałego, ani nie zapętla się co pokrywa się z danymi z wykresu "Eksperyment".

c) Wykresy 4,5,6 zapętlają się, co pokrywa się z danymi z wykresu "Eksperyment" w których poszczególne wartości występują cyklicznie.

Wykresy 1 i 2 stosunkowo szybko zbiegaja do punktu stałego.Wykres 3 przedstawia tę samą funckcję generowany z punktu x0 = 1,999999999, (punktu z niewielkim odchyleniem od xo : 2), otrzymamy zachowanie nieuporządkowane, ponieważ przekroczymy odpowiednią liczbę iteracji.

Natomiast wykresy 4,5,6 przedstawiają proces w którym Układ sprzężenia zwrotnego jest w stanie idealnie stabilnym, poniewaz dochodzi do cyklicznego powtarzania się otrzymywanych wartości w wyniku wcześniej powstałych błędów zaokrąglenia.