PRÉPAS INTERNATIONALES

Filière Ingénierie Générale

B.P. : 2375 Yaoundé

Sis Carrefour des Carreaux, Immeuble 3ème étage

Tél. : 696 16 46 86

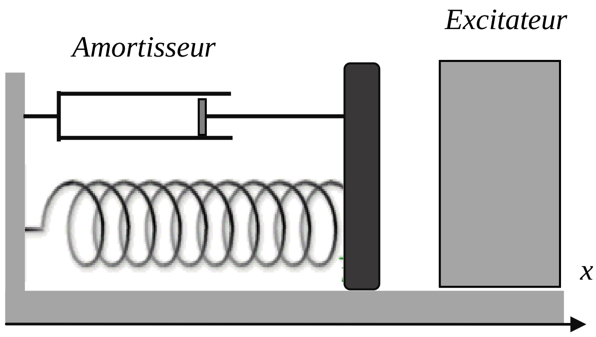
E-mail. : prepas.internationales@yahoo.com

Site : www.prepas-internationales.org

MECANIQUE DU POINT MATERIEL
DEVOIR SURVEILLE DU 16-01-2021, Durée 1H
Année académique 2020-2021

EXERCICE I (10 POINTS)

On veut étudier la réponse de l'oscillateur mécanique (masse-ressort), soumis à une excitation sinusoïdale (voir figure ci-contre). L'équation différentielle régissant la dynamique de ce système est donnée par $\ddot{x}+2\lambda\dot{x}+\omega_0^2 x = F_0\cos\omega t$ (E) où $\lambda, \omega_0, \omega$ et F_0 sont des grandeurs positives. La grandeur $\lambda = \mu\omega_0$ représente le coefficient d'amortissement, où ω_0 est la pulsation propre du système.



1. Déterminer la solution générale de l'équation sans second membre (SGESSM) de l'équation différentielle (E) de ce système pour les valeurs de μ prises dans l'intervalle $]0,1[$. 2pts
2. Déterminer la solution particulière de l'équation complète et exprimer les constantes de cette solution particulière en fonction de ω_0 , ω, μ et F_0. .... 2pts
3. Mettre la solution particulière sous la forme $Y_0\cos(\omega t-\varphi)$ et déterminer $\tan\varphi$ en fonction de ω_0 , ω , μ ... 2pts
4. Calculer l'incertitude relative sur μ en fonction de φ et $\Delta\varphi$ sachant que $\Delta\omega_0$ et $\Delta\omega$ sont négligeables 4pts

EXERCICE II (10 POINTS)

Soient $\vec{\mathbf{V}}(x,y,z)=x(z^2-y^2)\,\vec{\mathbf{i}}+y(x^2-z^2)\,\vec{\mathbf{j}}+z(y^2-x^2)\,\vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{U}}(x,y,z)=y(x^2z-z^3/3)\,\vec{\mathbf{i}}+x(y^2z-z^3/3)\,\vec{\mathbf{j}}$ et $\vec{\mathbf{W}}(x,y,z)=(x+z)\vec{\mathbf{i}}+y^2\vec{\mathbf{j}}+x\vec{\mathbf{k}}$ trois champs de vecteurs définis dans le repère cartésien $(O,\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}})$.

1. Calculer la divergence du champ vectoriel $\vec{\mathbf{V}}$ et conclure. 1pt
2. Calculer le rotationnel des champs vectoriels $\vec{\mathbf{U}}$ et $\vec{\mathbf{W}}$ et conclure. 2pts
3. Déduire s'il existe, l'expression du potentiel dont dérive les champs vectoriels $\vec{\mathbf{V}}$ et $\vec{\mathbf{W}}$. 1.5pt
4. Calculer la circulation du champ vectoriel $\vec{\mathbf{W}}$ entre les positions $A(R,0,0)$ et $B(R,0,2\pi a)$:
   a. Le long d'un arc d'équations paramétriques : $x=R\cos t$, $y=R\sin t$, $z=at$. 1.5pt
   b. Le long de la droite (AB), puis conclure. 1.5pt
   c. En utilisant si possible le potentiel dont dérive le vecteur $\vec{\mathbf{W}}$ 1.5pt
5. Faire un commentaire claire en s'appuyant sur les résultats obtenus aux questions 3 et 4 .... 1pt