PRÉPAS INTERNATIONALES
Filière Ingénierie Générale
B.P. : 2375 Yaoundé
Sis Carrefour des Carreaux, Immeuble 3ème étage
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepas.internationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

MECANIQUE DU POINT MATERIEL
DEVOIR SURVEILLE DU 21-11-2020, Durée 2H
Année académique 2020-2021

EXERCICE I (06 POINTS)

Soient $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{B}}$ et $\vec{\mathbf{C}}$ trois vecteurs définis dans un repère orthonormé $(O, \vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}})$ tels que :

$\|\vec{\mathbf{A}}\| = 3$ et $\alpha = (\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{A}}) = \pi/6$; $\|\vec{\mathbf{B}}\| = 2$ et $\alpha = (\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{B}}) = -4\pi/6$; $\|\vec{\mathbf{C}}\| = 4$ et $\alpha = (\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{C}}) = 5\pi/6$

1- Représenter ces trois vecteurs dans le plan $(O, \vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}})$

2- En utilisant uniquement le produit scalaire, calculer les coordonnées cartésiennes des vecteurs $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{B}}$ et $\vec{\mathbf{C}}$ dans le repère $(O, \vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}})$.

3- Calculer les produits scalaires et vectoriels suivants $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ **;** $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{C}}$ **;** $\vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}}$ **;** $\vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{C}}$.

EXERCICE II (08 POINTS)

Soient $\vec{\mathbf{A}}(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{\mathbf{B}}(b_1, b_2, b_3)$, $\vec{\mathbf{C}}(c_1, c_2, c_3)$ trois vecteurs et $(\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}})$ une base orthonormée directe.

1- Démontrer que : $(\vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}}) \wedge \vec{\mathbf{C}} = (\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{C}})\vec{\mathbf{B}} - (\vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{C}})\vec{\mathbf{A}}$

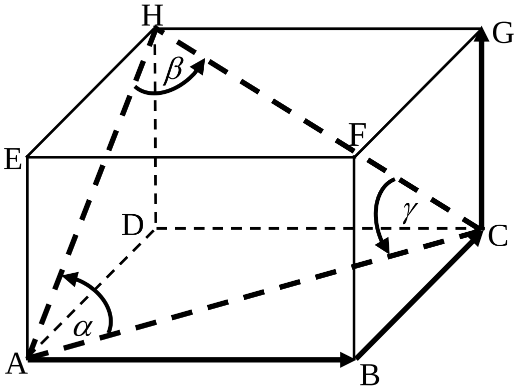
2- En vous inspirant de la relation obtenue à la première question et des permutations circulaires $(\vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}}) \cdot \vec{\mathbf{C}} = (\vec{\mathbf{A}}, \vec{\mathbf{B}}, \vec{\mathbf{C}}) = (\vec{\mathbf{C}}, \vec{\mathbf{A}}, \vec{\mathbf{B}}) = (\vec{\mathbf{B}}, \vec{\mathbf{C}}, \vec{\mathbf{A}})$, démontrer les deux relations suivantes :

$$(\vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}}) \wedge (\vec{\mathbf{C}} \wedge \vec{\mathbf{D}}) = \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{A}}, \vec{\mathbf{C}}, \vec{\mathbf{D}}) - \vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{B}}, \vec{\mathbf{C}}, \vec{\mathbf{D}})$$

$$(\vec{\mathbf{A}} \wedge \vec{\mathbf{B}}) \cdot (\vec{\mathbf{C}} \wedge \vec{\mathbf{D}}) = (\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{C}}) \cdot (\vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{D}}) - (\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{D}}) \cdot (\vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{C}})$$

3- On pose $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{n}}$, montrer que si $\vec{\mathbf{n}}$ est le vecteur directeur unitaire d'une direction quelconque, alors le vecteur $\vec{\mathbf{B}}$ peut se décomposer en deux autres vecteurs ; l'un parallèle et l'autre perpendiculaire à la direction de $\vec{\mathbf{n}}$, puis schématiser.

EXERCICE III (06 POINTS)



Soit un parallélépipède rectangle ABCDEFGH construit sur les trois vecteurs suivants $\mathbf{AB}$, $\mathbf{BC}$ et $\mathbf{CG}$. On pose $a = \|\mathbf{AB}\|$, $b = \|\mathbf{BC}\|$ et $c = \|\mathbf{CG}\|$.

1- A partir du produit scalaire, calculez les cosinus des angles α, β et γ aux sommets du triangle (ACH)

2- Déduire de la question 1, le sinus de l'angle α, puis calculer l'aire du triangle (ACH)

3- Donner la nature et la valeur de l'aire du triagle (ACH) lorsque $\|\mathbf{AB}\| = \|\mathbf{BC}\| = \|\mathbf{CG}\| = a$