



Première Année

Devoir d'Algèbre

Samedi 29 Novembre 2020

Durée : 2 heures

**Exercice 1** :(4.5pts)

Déterminer la forme algébrique puis la forme exponentielle des nombres complexes suivants :

1.  $\frac{i-1}{i+1}$ ,      2.  $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ ,      3.  $(3-3i)^{2020}$ .

**Exercice 2** :(3pts)

Déterminer un argument de :

1.  $e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{5}}$ ,      2.  $(1 + e^{i\frac{\pi}{7}})^{2020}$ .

**Exercice 3** :(4pts)

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^4 - (5 - 14i)z^2 - 2(5i + 12) = 0$ .

**Exercice 4** :(3pts)

Effectuer la division suivant les puissances croissantes de :

1. 1 par  $1 + 2X - X^2$  à l'ordre 3.
2.  $1 - X$  par  $1 + X$  à l'ordre 5.

**Exercice 5** :(3pts)

Déterminer le PGCD des polynômes  $P = X^6 - X^4 - X^2 + 1$  et  $Q = X^4 + 2X^3 - 2X - 1$ .

**Exercice 6** :(2.5pts)

Trouver une solution particulière  $U_0, V_0 \in \mathbb{R}[X]$  de

$$(X+1)^2U + (X-1)^2V = 1$$