



PI - PRÉPAS-INTERNATIONALES INGÉNIEURIE GÉNÉRALE

Première Année

Devoir d'Algèbre

Samedi 15 Mai 2021

Durée : 1 heure

Exercice 1 :(5pts)

Déterminer pour quelles valeurs de $t \in \mathbb{R}$ les vecteurs $(1, 0, t)$, $(1, 1, t)$, $(t, 0, 1)$ forment une base de \mathbb{R}^3 .

Exercice 2 :(7pts)

Dans l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^4$, on considère l'ensemble $F = \{(x, y, z, t) \in E / x = y \text{ et } x - y + t = 0\}$

- Montrer que F est un sous-espace vectoriel de E , et déterminer une base de F ;
- Déterminer un supplémentaire de F dans E ;
- Le supplémentaire trouvé est-il unique ?

Exercice 3 :(8pts)

Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $f(x, y, z) = (x + y + z, -x + 2y + 2z)$.

- Montrer que f est une application linéaire.
- Déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$
- f est-elle injective ? Surjective ? Justifier.