

PREPAS INTERNATIONALES 2020/2021

Contrôle d'analyse N°3 bis (1h) Date : 27/01/2021

(N.B. : L'épreuve comprend 10 questions de 2pts chacune)

Exercice 1/4pts

1. Résoudre l'équation $\left(\frac{x^2}{2x^2-1}\right)^2 - 3\left(\frac{x^2}{2x^2-1}\right) + 5 = 0$.
2. Résoudre l'inéquation $4x + 1 \leq \sqrt{2x - 1}$.

Exercice 2/10pts

Les suites (a_n) et (b_n) sont définies par $a_0 = 3$, $b_0 = -2$,

$$\forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = \frac{5}{12}a_n + \frac{1}{12}b_n + \frac{3}{4} \text{ et } b_{n+1} = \frac{1}{12}a_n + \frac{5}{12}b_n - \frac{5}{4}.$$

1. Déterminer a_1 et b_1 .

Les suites (u_n) et (v_n) sont définies par

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = a_n + b_n + 1 \text{ et } v_n = a_n - b_n - 3,$$

2. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) sont géométriques.
3. Exprimer u_n et v_n en fonction de n ; puis en déduire la nature de (u_n) et (v_n) .
4. En déduire a_n et b_n en fonction de n .
5. Déterminer la nature des suites (a_n) et (b_n) .

Exercice 3/6pts

Déterminer la limite et la nature des suites numériques (u_n) , (v_n) et (w_n) définies par :

- 1.

$$u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$$

- 2.

$$v_n = \sqrt{4n^2 + n} - 2n$$

- 3.

$$w_n = n^2 - n^2 \cos\left(\frac{2n+1}{n^2+1}\right)$$