TD 2 : Modéliser et prévoir les performances des SLCI

Exercice 2 : Opérations sur les schéma blocs et fonctions de transfert

Q - 1 : *Transformer les schémas blocs fournis (1a,2a) en schémas blocs de la forme proposée (1b,2b). Donner les fonctions de transferts des blocs $\alpha(p)$, $\beta(p)$ et $\gamma(p)$*

Trois méthodes différentes sont présentées. La première colonne du tableau correspond aux opérations élémentaires sur les blocs. La deuxième colonne du tableau correspond aux opérations élémentaires sur les équations. Enfin le deuxième tableau présente le calcul des fonctions de transfert à l'aide des formules du cours.

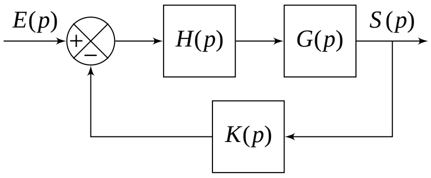


Schéma 1-a

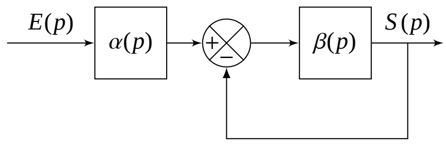
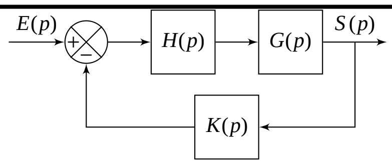
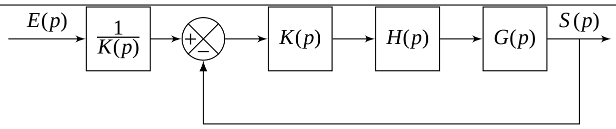
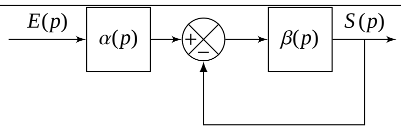
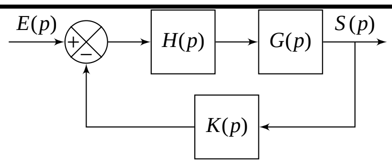
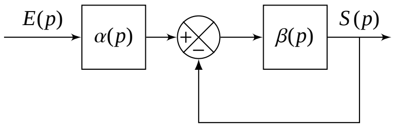


Schéma 1-b

Schéma bloc	Equation correspondante
	$S(p) = G(p).H(p).\left[E(p) - K(p).S(p)\right]$
	$S(p) = G(p).H(p).K(p).\left[\frac{1}{K(p)}.E(p) - S(p)\right]$
$\alpha(p) = \frac{1}{K(p)}$ et $\beta(p) = G(p).H(p).K(p)$	
	$S(p) = \beta(p).\left[\alpha(p).E(p) - S(p)\right]$

Pour obtenir directement la fonction de transfert $\frac{S(p)}{E(p)}$, on peut utiliser la formule du cours de la boucle fermée :	$FTBF(p) = \frac{D(p)}{1+(D(p).R(p))}$
	
$D(p) = H(p).G(p)$ et $R(p) = K(p)$	$D(p) = \beta(p)$ et $R(p) = 1$
$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{D(p)}{1+D(p).R(p)} = \frac{H(p).G(p)}{1+H(p).G(p).K(p)}$	$\frac{S(p)}{E(p)} = \alpha(p).\frac{\beta(p)}{1+\beta(p).1}$
$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H(p).G(p)}{1+H(p).G(p).K(p)} = \frac{\alpha(p).\beta(p)}{1+\beta(p)}$	

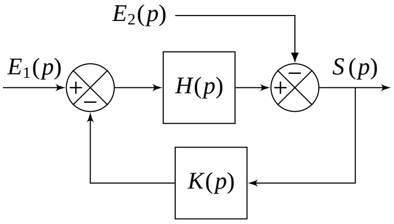


Schéma 2-a

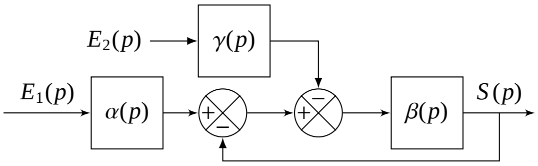
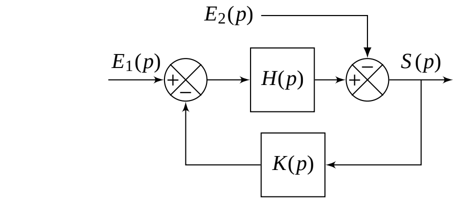
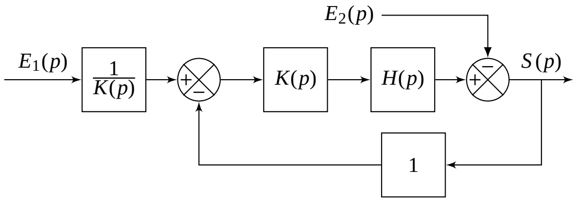
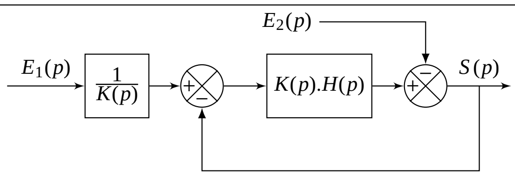
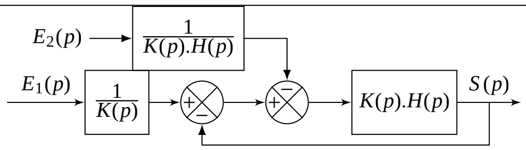
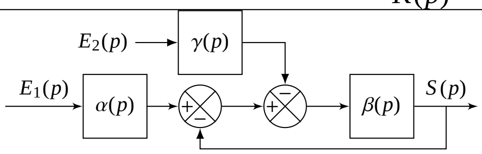
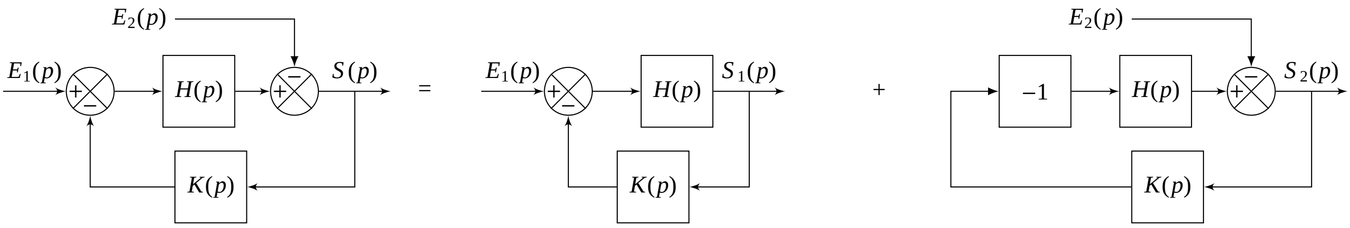


Schéma 2-b

Schéma bloc	Equation correspondante
	$S(p) = [-E_2(p) + H(p).(E_1(p) - K(p).S(p))]$
	$S(p) = \left[-E_2(p) + H(p).K(p).\left(\frac{1}{K(p)}.E_1(p) - 1.S(p)\right)\right]$
	$S(p) = \left[-E_2(p) + H(p).K(p).\left(\frac{1}{K(p)}.E_1(p) - S(p)\right)\right]$
	$S(p) = H(p).K(p).\left[-\frac{1}{H(p).K(p)}.E_2(p) + \left(\frac{1}{K(p)}.E_1(p) - S(p)\right)\right]$
$\alpha(p) = \frac{1}{K(p)}, \beta(p) = H(p).K(p)$ et $\gamma(p) = \frac{1}{H(p).K(p)}$	
	$S(p) = \beta(p).[-\gamma(p).E_2(p) + (\alpha(p).E_1(p) - S(p))]$

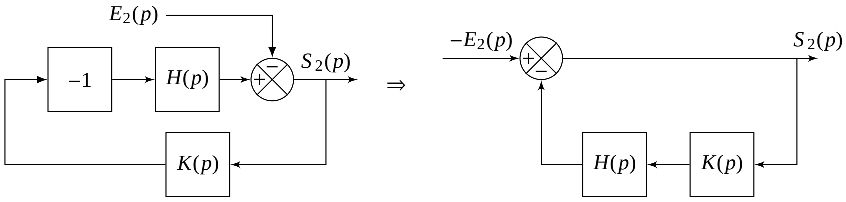
Pour trouver les fonctions de transfert de ce problème à 2 entrées, il est possible d'appliquer le principe de superposition :

$S(p) = S_1(p) + S_2(p)$ où $S_1(p)$ est la sortie quand $E_2(p) = 0$ et $S_2(p)$ la sortie quand $E_1(p) = 0$



D'après la formule de la FTBF, nous avons $S_1(p) = \dfrac{H(p)}{1 + H(p).K(p)}$.

Pour le deuxième schéma bloc, nous avons :



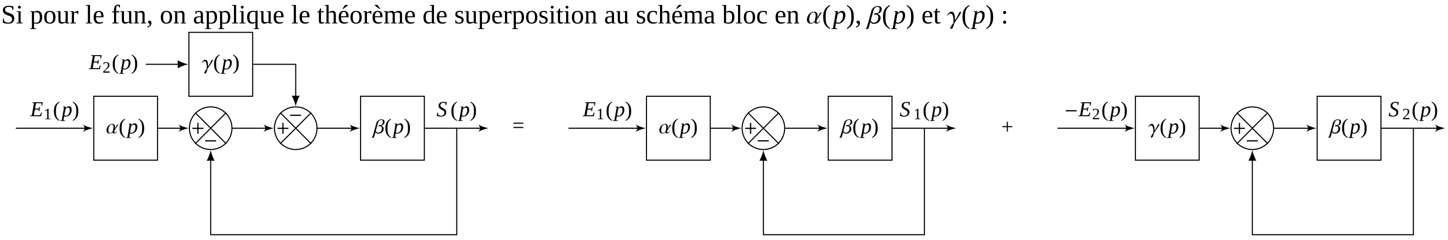
ce qui se lit tout simplement en posant $D(p) = 1$ et $R(p) = K(p).H(p)$:

$$\frac{S_2(p)}{-E_2(p)} = \frac{1}{1+1.K(p).H(p)} = \frac{1}{1+K(p).H(p)} \quad \Leftrightarrow \quad S_2(p) = -\frac{1}{1+K(p).H(p)}.E_2(p)$$

Nous avons donc :

$$S(p) = S_1(p) + S_2(p) = \frac{H(p)}{1+H(p).K(p)}.E_1(p) - \frac{1}{1+K(p).H(p)}.E_2(p)$$

Si pour le fun, on applique le théorème de superposition au schéma bloc en $\alpha(p)$, $\beta(p)$ et $\gamma(p)$:

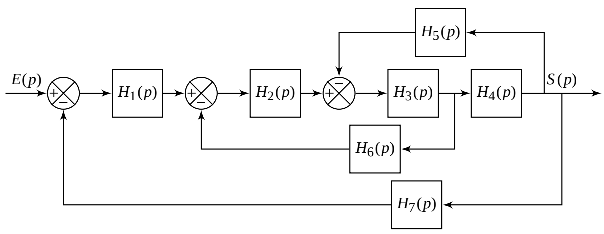


Dans les deux cas, nous avons $D(p) = \beta(p)$ et $R(p) = 1$, donc :

$$\frac{S_1(p)}{E_1(p)} = \alpha(p).\frac{\beta(p)}{1+\beta(p).1} = \frac{\alpha(p).\beta(p)}{1+\beta(p)} \quad \text{et} \quad \frac{S_2(p)}{-E_2(p)} = \gamma(p).\frac{\beta(p)}{1+\beta(p).1} = \frac{\gamma(p).\beta(p)}{1+\beta(p)}$$

d'ou $\quad S(p) = S_1(p) + S_2(p) = \dfrac{\alpha(p).\beta(p)}{1+\beta(p)}.E_1(p) - \dfrac{\gamma(p).\beta(p)}{1+\beta(p)}.E_2(p)$

Q - 2 : *Donner la fonction de transfert du système représenté sur la figure suivante :*



- **Méthode 1** simplification analytique

$$S(p) = H_4(p).H_3(p).\left[-H_5(p).S(p)+H_2(p).\left(+H_1(p).[+E(p)-H_7(p).S(p)]-\frac{H_6(p)}{H_4(p)}.S(p)\right)\right]$$

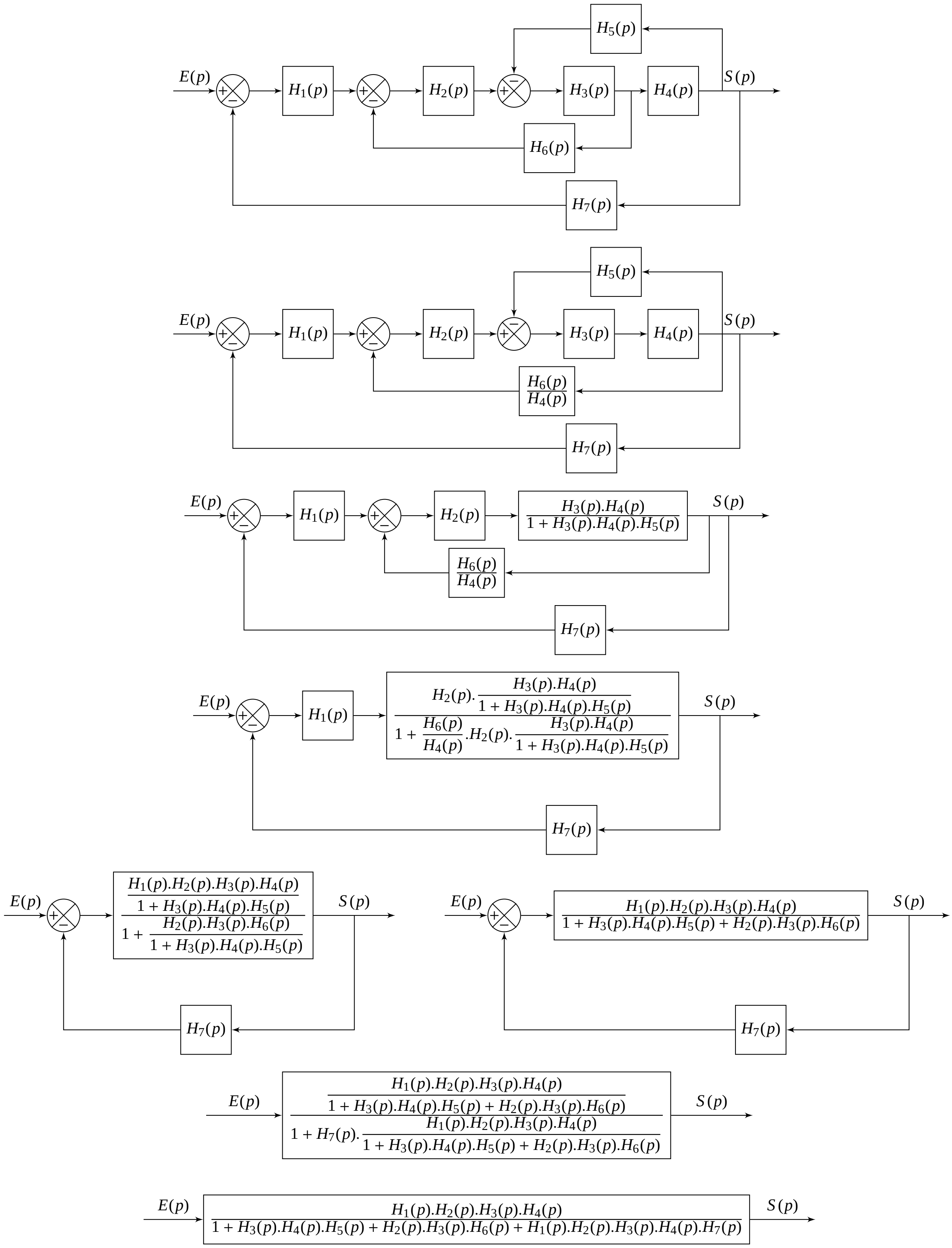
$$S(p).\left(1+H_4(p).H_3(p).\left[H_5(p)+H_2(p).\left(H_1(p).[H_7(p)]+\frac{H_6(p)}{H_4(p)}\right)\right]\right) = H_4(p).H_3(p).H_2(p).H_1(p).E(p)$$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_4(p).H_3(p).H_2(p).H_1(p)}{1+H_4(p).H_3(p).\left[H_5(p)+H_2(p).\left(H_1(p).[H_7(p)]+\frac{H_6(p)}{H_4(p)}\right)\right]}$$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_4(p).H_3(p).H_2(p).H_1(p)}{1+H_4(p).H_3(p).H_5(p)+H_4(p).H_3(p).H_2(p).H_1(p).H_7(p)+\cancel{H_4(p)}.H_3(p).H_2(p).\frac{H_6(p)}{\cancel{H_4(p)}}}$$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_4(p).H_3(p).H_2(p).H_1(p)}{1+H_4(p).H_3(p).H_5(p)+H_4(p).H_3(p).H_2(p).H_1(p).H_7(p)+H_3(p).H_2(p).H_6(p)}$$

- **Méthode 2** simplification par opérations sur les blocs



On comprend alors tout l'intérêt de connaître les formules de simplification de blocs par cœur en particulier celle de la fonction de transfert en boucle fermée qui fait gagner un temps considérable…