

PREPAS INTERNATIONALES 2020/2021

Contrôle d'analyse N°3 (1h) Date : 15/01/2021

(N.B. : L'épreuve comprend 10 questions de 2pts chacune)

Exercice 1/4pts

1. Résoudre l'équation $(2x^2 - 1)^2 - 8(2x^2 - 1) + 7 = 0$.
2. Résoudre l'inéquation $2x - 1 \leq \sqrt{4x + 1}$.

Exercice 2/10pts

Les suites (a_n) et (b_n) sont définies par $a_0 = 48$, $b_0 = -16$,

$$\forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = \frac{7}{16}a_n + \frac{15}{16}b_n + 1 \text{ et } b_{n+1} = -\frac{15}{16}a_n + \frac{41}{16}b_n + 2.$$

1. Déterminer a_1 et b_1 .

On définit les suites (u_n) et (v_n) par

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3a_n - 5b_n - 7 \text{ et } v_n = 5a_n - 3b_n.$$

2. Montrer que la suite (u_n) est géométrique; puis exprimer u_n en fonction de n .
3. Montrer que la suite (v_n) est arithmétique; puis exprimer v_n en fonction de n .
4. En déduire a_n et b_n en fonction de n .
5. Déterminer la nature de la suite $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$.

Exercice 3/6pts

Déterminer la limite et la nature des suites numériques (u_n) , (v_n) et (w_n) définies par :

- 1.

$$u_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$$

- 2.

$$v_n = \sqrt{n^2 - 3n} - n$$

- 3.

$$w_n = n \sin \left(\frac{1 - 2n}{n^2 + 3n + 2} \right)$$