PREPA INTERNATIONALE *Classe :* **1ère Année**
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES *Année académique :* **2020-2021**

ANALYSE *Durée* : **1 heure**

(Samedi 15 mai 2021)

Par Dr Hugue Tchantcho

Exercice 1/ 5points

L'exercice *comporte 5 affirmations. Pour chaque affirmation, répondre en cochant uniquement la case par "VRAI" ou "FAUX" dans la grille-réponse : réponse juste = 1pt, mauvaise réponse = -0,5pt et sans réponse = 0pt.*

Soit la suite (I_n) définie par $I_n = \int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^n} dx$

Q1 La suite (I_n) est une suite strictement croissante

Q2 Pour tout $n \in \mathrm{N}$, on a $I_{n+1} = \frac{1}{n2^{n+1}} + \frac{2n-1}{2n} I_n$

Q3 On a $I_3 = \frac{3\pi}{32} - \frac{1}{4}$

Q4 Pour tout $n \in \mathrm{N}$, on a $\frac{1}{2^n} \leq I_n \leq 1$

Q5 La suite (I_n) est une suite convergente

GRILLE-REPONSE *(reproduire sur la feuille de composition puis cocher sans surcharge)*

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5

Exercice 2/ 5points

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x, définie par $f(x) = \arctan \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. **1pt**

2) Montrer que f est 2π –périodique et que $\forall x \in D_f, f(\pi - x) = f(x)$. **0,75pt**

3) a) Montrer que $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], \frac{1-\sin x}{1+\sin x} = \tan^2(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4})$. **1pt**

b) En déduire que $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$. **0,75pt**

c) Montrer que $\forall x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[, f(x) = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$. **0,75pt**

4) Représenter graphiquement f. **0,75pt**