# PRÉPAS INTERNATIONALES

## Filière Ingénierie Générale

**B.P. : 2375 Yaoundé**
**Sis Carrefour des Carreaux, Immeuble 3ème étage**
**Tél. : 696 16 46 86**
**E-mail. : prepas.internationales@yahoo.com**
**Site : www.prepas-internationales.org**

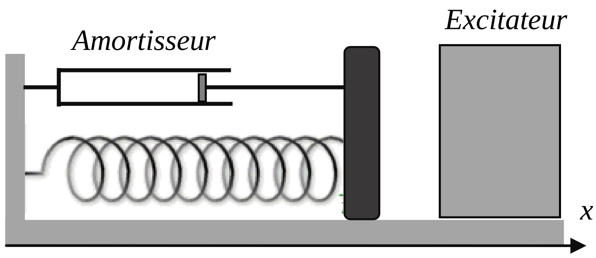
**MECANIQUE DU POINT MATERIEL**
**DEVOIR SURVEILLE DU 22-01-2021, Durée 3H**
**Année académique 2020-2021**

## EXERCICE I (08 POINTS)

Soient $O$ l'origine d'un repère cartésien $R(O,\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}})$ et $\vec{\mathbf{r}} = \mathbf{OM}$ le vecteur position d'un point $M$ pouvant être caractérisé par différents triplets de nombres : cartésien $(x, y, z)$ ou cylindrique $(r, \theta, z)$.

1. Exprimer les coordonnées cylindriques $r$, $\theta$ et $z$ en fonction des coordonnées cartésiennes $x$, $y$ et $z$ ....0.75pt
2. Trouver les coordonnées cylindriques d'un point matériel $M$ sachant que ses coordonnées cartésiennes sont données par : $x = 2cm$, $y = 2\sqrt{3}cm$, $z = 3\,cm$ et $x = -2\sqrt{3}\,cm$, $y = -2cm$, $z = -3\,cm$ ....................1pt
3. Exprimer les coordonnées sphériques $r$, $\theta$ et $\varphi$ en fonction des coordonnées cartésiennes $x$, $y$ et $z$ ....0.75pt
4. Trouver les coordonnées sphériques d'un point matériel $M$ sachant que ses coordonnées cartésiennes sont données par : $x = 2cm$, $y = 2\sqrt{3}cm$, $z = 3\,cm$ et $x = -2\sqrt{3}\,cm$, $y = -2cm$, $z = -3\,cm$ ..............1.5pt
5. Exprimer les coordonnées cartésiennes $x$, $y$ et $z$ en fonction des coordonnées cylindriques $r$, $\theta$ et $z$ ...0.75pt
6. Trouver les coordonnées cartésiennes d'un point matériel $M$ sachant que ses coordonnées cylindriques sont données par : $r = 2\,cm$, $\theta = \pi/6\,rad$, $z = 4\,cm$ et $r = 2\,cm$, $\theta = 11\pi/6\,rad$, $z = 4\,cm$ ..............0.75pt
7. Exprimer les coordonnées cartésiennes $x$, $y$ et $z$ en fonction des coordonnées sphériques $r$, $\theta$ et $\varphi$ ...0.75pt
8. Trouver les coordonnées cartésiennes d'un point matériel $M$ sachant que ses coordonnées sphériques sont données par : $r = 4\,cm$, $\varphi = \pi/3\,rad$, $\theta = \pi/6\,rad$ *et* $r = 4\,cm$, $\varphi = 2\pi/3\,rad$, $\theta = 5\pi/6\,rad$ .....0.75pt

## EXERCICE II (06 POINTS)




On veut étudier la réponse de l'oscillateur mécanique (masse-ressort), soumis à une excitation sinusoïdale (voir figure ci-contre). L'équation différentielle régissant la dynamique de ce système est donnée par $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = F_0 \cos\omega t$ (E) où $\lambda$, $\mu$, $\omega_0$, $\omega$ et $F_0$ sont des grandeurs positives et $\lambda = \mu\omega_0$ représente le coefficient d'amortissement, $\omega_0$ la pulsation propre du système.

1. Déterminer la solution générale de l'équation sans second membre (SGESSM) de l'équation différentielle (E) de ce système pour les valeurs de $\mu$ prises entre 0 et 1..........................................1pt
2. Donner la forme générale de la solution particulière de l'équation complète et exprimer les constantes de cette solution particulière en fonction de $\omega_0$, $\omega$, $\mu$ et $F_0$ ..........................................2pts
3. Mettre la solution particulière sous la forme $Y_0 \cos(\omega t - \varphi)$, déterminer $\tan\varphi$ en fonction de $\omega_0$, $\omega$, $\mu$ ........1pt
4. Calculer l'incertitude relative sur $\mu$ en fonction de $\varphi$ et $\Delta\varphi$ sachant que $\Delta\omega_0$ et $\Delta\omega$ sont négligeables........2pts

## EXERCICE III (06 POINTS)

Soient $\vec{\mathbf{V}} = x(z^2 - y^2)\,\vec{\mathbf{i}} + y(x^2 - z^2)\,\vec{\mathbf{j}} + z(x^2 - y^2)\,\vec{\mathbf{k}}$ et $\vec{\mathbf{U}} = y(x^2 z - z^3/3)\,\vec{\mathbf{i}} + x(y^2 z - z^3/3)\,\vec{\mathbf{j}}$ deux champs de vecteurs définis dans le repère cartésien $(O,\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}})$.

1. Ces vecteurs sont-ils à flux conservatif? Ces vecteurs dérivent-ils d'un potentiel ?..........................1.5pt
2. Déduire s'il existe, l'expression du potentiel dont dérive chaque vecteur ..........................0.5pt
3. Calculer la circulation des vecteurs $\vec{\mathbf{V}}$ et $\vec{\mathbf{U}}$ le long de la courbe fermée contenue dans le plan $x = 1$, d'équations : $y^2 + z^2 = 1$, $z + y = 0$ et $z - y = 0$..........................................4pts

**Quelques relations utiles :** $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$, $2\sin^2\theta = 1 - \cos 2\theta$, $\sin^4\theta = \sin^2\theta - \sin^2\theta\cos^2\theta$.
**Dans** $x = 1$ **les coordonnées polaires sont liées à celles cartésiennes par :** $y = r\cos\theta$ et $z = r\sin\theta$.