

5 月 16 日上机作业

作业要求：

- (1) 每题用一个函数文件完成，文件名即为函数名，其它函数 (如果有需要的话) 都作为子函数。
- (2) 5 月 30 日前将程序发送至 hwmath@126.com，邮件主题: **hw02-学号-姓名**
如: **hw02-61140801188-张三**

考虑带齐次 Dirichlet 边界条件的偏微分方程:

$$\begin{aligned} -\Delta u(x, y) + \alpha u_x(x, y) + \beta u_y(x, y) + u(x, y) &= f(x, y), \\ (x, y) \in \Omega &\triangleq [0, 1] \times [0, 1], \\ u(x, 0) = u(x, 1) = u(0, y) = u(1, y) &= 0, \quad 0 < x, y < 1. \end{aligned}$$

- 解析解: $u(x, y) = xy(1-x)(1-y)$, 据此求出右端项 $f(x, y)$;
- 二阶导数用五点差分离散, 一阶导数用中心差分离散, 步长 $h_x = h_y = \frac{1}{N+1}$;

-
1. 取 $\alpha = \beta = 1$, 编写函数, 用 SOR 方法求解离散后的线性方程组.

要求: (模板见课程主页 [hw21_SOR_xxx.m](#))

- (1) 文件取名 [hw21_SOR_xxx.m](#), 其中 “xxx” 为学号的最后三位数字;
- (2) 取 $N = 16$, 以零向量为迭代初值, 最大迭代步数设为 $\text{IterMax} = 200$, 迭代终止条件为

$$\frac{\|r_k\|_2}{\|r_0\|_2} \leq \text{tol} \triangleq 10^{-6}$$

- (3) 测试不同的松弛参数 ω , 给出数值最优松弛参数: 在区间 $[1.5, 1.9]$ 中每隔 0.05 取一个值作为松弛参数, 输出相应的迭代次数, 并绘图表示.
- (4) 参考程序: [Poisson_SOR_omega.m](#)

2. 取 $\alpha = \beta = 1$, 编写函数, 用 GMRES 方法求解离散后的线性方程组.

要求: (模板见课程主页 [hw22_GMRES_xxx.m](#))

- (1) 文件取名 [hw22_GMRES_xxx.m](#), 其中 “xxx” 为学号的最后三位数字;
- (2) 取 $N = 64$, 迭代初值, 最大迭代步数和迭代终止条件同上.
- (3) 画出相对残量的 2-范数随迭代步数的增加而下降的收敛曲线图. (绘图函数 [semilogy](#))