

4 月 30 日上机作业

作业要求：

(1) 每题用一个函数文件完成，文件名即为函数名，其它函数 (如果有需要的话) 都作为子函数。

1. 编写函数，实现全主元 LU 分解，并生成一个 $n = 100$ 阶随机矩阵 A 进行测试。

要求：(模板见课程主页 `hw11_GECP_xxx.m`，注意修改文件名和函数名中的 `xxx`)

(1) 文件取名 `hw11_GECP_xxx.m`，其中“xxx”为学号的最后三位数字；

(2) 全主元 LU 分解作为子函数实现，函数原型为

```
function [L,U,p,q]=GECP(A)
```

其中 L, U 分别是单位上三角和非奇异下三角矩阵， p, q 为向量，分别代表左右置换矩阵。

2. 分别用三种方法 (GS, MGS 和 Household) 计算 QR 分解，并分析其稳定性。

要求：(模板见课程主页 `hw12_QRStability_xxx.m`)

(1) 文件取名 `hw12_QRStability_xxx.m`，其中“xxx”为学号的最后三位数字；

(2) 每种方法都用单独的子函数实现，函数原型分别为

```
function [Q,R] = QR_GS(A)
```

```
function [Q,R] = QR_MGS(A)
```

```
function [Q,R] = QR_House(A)
```

(3) 以 400×300 的随机矩阵为例，分别测试条件数为 $1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ 时的情形，每种情形测试 10 个随机矩阵，输出最坏情形的测试结果： $\text{err} = \|A - QR\|_2 / \|A\|_2$ (QR 分解的相对误差) 和 $\text{err_orth} = \|Q^T Q - I\|_2$ (Q 的正交性)。

3. 编写函数，实现计算对称三对角实矩阵特征值的带 Wilkinson 位移的隐式 QR 算法，并生成一个 $n = 100$ 阶随机对称三对角实矩阵 A 进行测试。

要求：(模板见课程主页 `hw13_EigSymmQR_xxx.m`)

(1) 文件取名 `hw13_EigSymmQR_xxx.m`，其中“xxx”为学号的最后三位数字；

(2) QR 算法用子函数实现，函数原型为

```
function Eig = EigSymmQR(Diag,SubDiag)
```

其中 $\text{Eig} \in \mathbb{R}^n$ 为存储所有特征值的向量， $\text{Diag} \in \mathbb{R}^n$ 和 $\text{SubDiag} \in \mathbb{R}^{n-1}$ 分别为 A 的对角线和次对角线部分；

(3) 使用递归方法。