

Introducción al Análisis Matemático

Tema 2

Clase Práctica 1

Licenciatura en Matemática

Curso 2022



Al estudiante:

Bienvenido a la primera Clase Práctica del segundo tema del curso *Introducción al Análisis Matemático*. Los siguientes ejercicios pueden ser abordados con los conocimientos adquiridos en la conferencia. ¡Éxitos!

Colectivo de la asignatura

EJERCICIOS

Ejercicio 1.

Dada la función $y = x^3 + 2x$ halle el valor del incremento y de su diferencial cuando x varía de 2 a 2,1.

Ejercicio 2.

- a) Halle el incremento del volumen (V) de una esfera al aumentar el radio $R = 2$ en ΔR .
- b) Calcule ΔV para $\Delta R = 0,1$ y para $\Delta R = 0,01$.
- c) ¿Qué error se comete si eliminamos los términos que contienen potencias de ΔR mayores que 1?

Ejercicio 3.

Calcule los diferenciales de las funciones siguientes

- a) $y = \frac{x}{n} + \frac{n}{x} + \frac{x^2}{m^2} + \frac{m^2}{x^2}$ con $n, m \neq 0$.
- b) $y = \csc(x)$
- c) $y = x \ln(x)$
- d) $y = \frac{1-x^3}{\sqrt{\pi}}$
- e) $y = \frac{e^x}{\operatorname{sen}(x)}$.

Ejercicio 4.

¿Las tangentes a la parábola cúbica $y = x^3$ podrían formar un ángulo obtuso con el eje de las abscisas? Argumente.

Ejercicio 5.

¿Para qué puntos son paralelas las tangentes a las curvas $y = x^2$, $y = x^3$?

Ejercicio 6.

Halle la ecuación de la recta tangente a las curvas siguientes en los puntos indicados:

a) $y = \log_a(x)$, $a > 0$, $a \neq 1$ en $(1, 0)$

b) $y = 2x + \operatorname{sen}(x)$, en $(0, 0)$ y $(\pi, 2\pi)$

c) $y = \cosh(x)$ en $(0, 1)$

d) $y = \frac{\operatorname{sen}^2(x) - 3e^{2x+1}}{x^2+1}$, en $(0, -3e)$.

Ejercicio 7.

¿Con qué ángulos corta al eje de las abscisas la senoide $y = \operatorname{sen}(x)$?

Ejercicio 8.

Calcula el valor del diferencial de la función:

a) $y = \frac{1}{(\tan(x)+1)^2}$ al variar desde $x = \frac{\pi}{6}$ hasta $x = \frac{61\pi}{360}$.

b) $y = \cos^2(\theta)$ al variar θ desde 60° hasta $60^\circ 30'$.

Ejercicio 9.

Usando el diferencial calcula aproximadamente

a) $\operatorname{sen}(30^\circ 1')$

b) $\tan(45^\circ 10')$.

Ejercicio 10.

Halla a , b , c reales tales que las curvas $y = x^2 + ax + b$, $y = x^3 - c$ se corten en $(1, 2)$ y tengan en ese punto la misma tangente.

Ejercicio 11.

Prueba que la tangente a la parábola $y = x^2$ en cualquier punto la interseca solo en ese punto.

- a) ¿Sucede lo mismo con $y = x^3$?

Ejercicio 12.

Dado un sector circular de radio $R = 100cm$ y ángulo central 60° se desea saber cuánto varía su área si:

- a) Su radio aumenta en $1cm$
b) El ángulo central disminuye en $30'$

Dé la solución exacta y la aproximación que brinda el diferencial.

Ejercicio 13.

Resuelva los siguientes problemas:

- a) Halla los puntos en los que la tangente a la curva $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 20$ es paralela al eje de las abscisas.
- b) ¿En qué punto $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ de la curva $y^2 = 2x^3$ es perpendicular la tangente a la recta $4x - 3y + 2 = 0$?
- c) Hallar los valores de x para los que la recta tangente a la curva $y = x - \frac{1}{x}$ es paralela a la recta $2x + y = 5$.
- d) Hallar los valores de x para los cuales la recta tangente a la curva $y = (x + 2)^2$ pasa por el origen de coordenadas.

- e) Halle la parábola $y = x^2 + bx + c$, con $b, c \in \mathbb{R}$ que es tangente a la recta $y = x$ en $(1, 1)$.