Trabajo de Control de Análisis Matemático. Tema I. Curso 2009-2010

1. Dado el conjunto de números reales: $E = \left\{\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{17}{16}, \frac{31}{32}, \frac{65}{64}, \frac{127}{128}, \ldots, \frac{2^n-1}{2^n}, \frac{2^n+1}{2^n}, \ldots\right\}$
   - *a*) Diga si E es acotado. Justifique.
   - *b*) Halle, si existen, $\sup E$, $\max E$. Justifique.
   - *c*) Halle, si existe, un punto de acumulación de E. Justifique.
   - *d*) Diga si E es cerrado. Justifique.
2. Calcule los límites siguientes:
   - *a*) $\lim \frac{\sqrt[3]{n^2+6}-n}{\sqrt{n^2+n+1}+\sqrt[5]{n^4+1}}$
   - *b*) $\lim \left(\frac{n^4-3n+4}{n^4-3(n-1)}\right)^{5n^4-1}$
3. Diga si las proposiciones siguientes son verdaderas o falsas y justifique su respuesta.
   - *a*) La sucesión $\left\{n \sin \frac{n\pi}{2}\right\}$ es infinitamente grande.
   - *b*) Toda sucesión monótona y acotada es convergente.

Trabajo de Control de Análisis Matemático. Tema I. Curso 2009-2010

1. Demuestre, usando la definición, que $\lim \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right) = 0$
2. Calcule los límites siguientes:
   - *a*) $\lim \frac{n^\alpha \sin n!}{n-3}$ si $0 \leq \alpha < 1$
   - *b*) $\lim \left(\frac{16^{n+\frac{1}{2}}+6}{4^{2n+1}+5}\right)^{9^{n+1}+4}$
3. Diga si las proposiciones siguientes son verdaderas o falsas y justifique su respuesta.
   - *a*) La sucesión $\{n^3 \cos n\pi\}$ es infinitamente grande.
   - *b*) Toda sucesión acotada tiene al menos un punto de acumulación.
   - *c*) Existe una sucesión $\{k_n\}$ de números naturales estrictamente creciente, para la cual la sucesión $\left\{\cos(5^{k_n}) + \sin^2 k_n\right\}$ converge.