UNIVERSIDAD DE LA HABANA
matcom
FACULTAD DE MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

Examen Intrasemestral Convocatoria Especial **Algebra I**
Ciencias de la Computación **Curso 2015-2016.**
Nombre: ____ **Grupo**: ______

1. Dada $A \in M_n(\mathbb{K})$. Demuestre que $\begin{vmatrix} a+x_1 & a & \dots & a \\ a & a+x_2 & \dots & a \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a & a & \dots & a+x_n \end{vmatrix} = x_1 x_2 \dots x_n \left(1+\frac{a}{x_1}+\dots+\frac{a}{x_n}\right)$

2. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + \ y + \ z = 1 \\ ax + by + cz = d \\ a^2 x + b^2 y + c^2 z = d^2 \end{cases}$$

2.1 Investigue la resolubilidad del sistema en dependencia de los parámetros a, b, c, d.

2.2 Resuelva, si es posible, el sistema para $a = b = 0 \wedge c = d = 1$.

3. Diga si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas. Justifique cada respuesta.

3.1 ___ Si $A \in M_n(\mathbb{K})$ inversible entonces $AB = 0 \Rightarrow B = 0,\ B \in M_{n\times m}(\mathbb{K})$.

3.2 ___ Todas las raíces de la unidad de grado 7 son raíces de la unidad de grado 28.

3.3 ___ Si $|z_1 - z_2| = |z_1 + z_2|$ entonces $i\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$.

4. (opcional)

Sabiendo que z_1, z_2, z_3 son los vértices de un triángulo equilátero. Demuestre que $z_1{}^2 + z_2{}^2 + z_3{}^2 = z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3$.