

Introducción al Análisis Matemático

Tema 3

Clase Práctica 1

Licenciatura en Matemática

Curso 2022



Al estudiante:

Bienvenido a la primera Clase Práctica del tercer tema del curso *Introducción al Análisis Matemático*. Los siguientes ejercicios pueden ser abordados con los conocimientos adquiridos en las conferencias 3.1 y 3.2. ¡Éxitos!

Colectivo de la asignatura

EJERCICIOS

PARTE I

Ejercicio 1.

Encuentra una relación entre las áreas (o perímetros) de los polígonos inscritos y circunscritos con n lados y con $2n$ lados. Arquímedes utilizó esta relación para facilitar el cálculo aproximado de π . ¿Podrías explicar cómo esto puede llevarse a cabo? (Puede apoyarse en los razonamientos expuestos en la conferencia 3.1)

Ejercicio 2.

Calcula el área de la figura limitada superiormente por la curva $y = e^x$ e inferiormente por el segmento del eje de abscisas entre 0 y $a > 0$.

Ejercicio 3.

Calcula el área de la figura limitada superiormente por la curva $y = \sin x$ e inferiormente por el segmento del eje de abscisas entre 0 y π .

Ejercicio 4.

Se quiere calcular el volumen de un cono circular recto con base de radio r y altura h . En la figura 1 hemos considerado al cono aproximado mediante un cuerpo constituido por la yuxtaposición de cilindros circulares rectos de altura $\frac{h}{n}$.

a) Prueba que el volumen del cuerpo aproximante es

$$\frac{\pi h r^2}{n^3} \left(\frac{n^3}{3} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} \right).$$

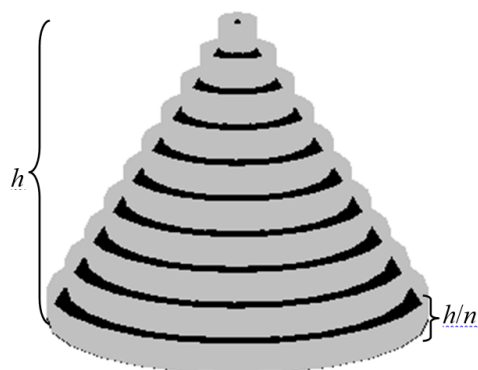


Figura 1: Aproximación de un cono de altura h y radio r

b) Argumenta la fórmula para el volumen del cono:

$$V = \frac{\pi h r^2}{3}$$

PARTE II

Ejercicio 5.

Calcula las integrales siguientes

a) $\int (3x^3 - e^x + 10 \operatorname{sen} x) dx$

b) $\int \frac{dx}{x^4 - x^2}$

c) $\int \frac{\cos(2x)}{\cos^2 x \operatorname{sen}^2 x} dx$

d) $\int \tanh^2 x dx$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$

Ejercicio 6.

Halla el área de la figura comprendida entre la parábola $y = -x^2 + 4x - 3$ y las tangentes a esta en los puntos $(0, -3)$ y $(3, 0)$.

Ejercicio 7.

Halla el área de uno de los triángulos curvilíneos limitados por el eje de las abscisas y las curvas $y = \sin x$ y $y = \cos x$.

Ejercicio 8.

Halla el volumen del cuerpo generado por la revolución alrededor del eje OX de la figura limitada por la hipérbola $y = \frac{1}{x}$, las rectas $y = x$ y $x = 3$ y el eje OX .

Ejercicio 9.

Consideremos la figura limitada por las parábolas $y = x^2$ y $y^2 = x$. Calcula el volumen del cuerpo generado cuando ella gira alrededor del:

- a) eje OX ,
- b) eje OY .

Ejercicio 10.

Halla el volumen del cuerpo engendrado por la elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

al rotar alrededor del:

- a) eje OX ,
- b) eje OY .