ÁLGEBRA I Ciencia de la Computación Prueba Intrasemestral. 2022

Nombres y Apellidos:____ Grupo:_________

1. Diga Verdadero o Falso según corresponda. Justifique en cada caso.
   a) ___ Sean $A, B \in M_n(\mathbb{R}),\ \mathrm{A} \neq \mathrm{B}$. Si $A^2 - B^2 = A - B$, y $\mathrm{AB} = \mathrm{BA} \Rightarrow \mathrm{A} \wedge \mathrm{B}$ se definen como matrices amigas. Sea $S = \{A_i\}$ sistema de vectores de $M_n(\mathbb{R})$: $i = 1, \ldots, k;\ k \leq n^2$. Si $\sum_{i=1}^{k} A_i = Id$ y en S hay dos matrices amigas, entonces el sistema que queda de quitar a S las matrices amigas, es linealmente dependiente.
   b) ___ Sea $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$. Si $A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ y $A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & b_{12} & a_{13} \\ a_{21} & b_{22} & a_{23} \\ a_{31} & b_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow |A| = |A_1| + |A_2|$
   c) ___ Sean V y W subespacios vectoriales de E, entonces $\dim(V + W) = \dim V + \dim W - \dim(V \cap W)$.

2. Sea A la matriz ampliada de un sistema de ecuaciones lineales con coeficientes reales, donde la última columna contiene a los términos independientes.

$$A = \begin{pmatrix} 3a - 1 & 2a & 3a + 1 & 1 \\ 2a & 2a & 3a + 1 & a \\ a + 1 & a + 1 & 2a + 2 & a^2 \end{pmatrix}$$

Utilizando el Teorema de Kronecker-Capelli, clasifique el sistema para los distintos valores del parámetro, según la existencia y unicidad de sus soluciones. Escoja un valor para a de forma tal que el sistema sea compatible y halle el conjunto solución.

3. Sean V subespacio vectorial de $\mathbb{R}_5[x]$ tal que $V = L[x^3, x^4 + 2x^3, x + 1]$ y W conjunto de vectores de $\mathbb{R}_5[x]$ de la forma $ax^4 + bx^2 + (b + c)x + c$.
   1.1) Demuestre que W es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}_5[x]$.
   1.2) Halle $V \cap W$ y $V + W$. Se suplementan V y W en $\mathbb{R}_5[x]$? Justifique.

Justifique todas sus respuestas.

Éxitos.