

1. Sea $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow M_2(K)$ una aplicación lineal, donde $\text{Ker} f = \{(a, b, c, d) : c = a + b, a = 0\}$ y

$$\text{Im } f = L\left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right).$$

- 1.1 ¿Existe una aplicación lineal f única que cumpla las características anteriores? Justifique
1.2 Halle f con las características enunciadas.
1.3 ¿Podrán el núcleo y la imagen complementarse en $M_2(K)$? Justifique.
1.4 Diga si es inyectiva, sobreyectiva, y/o biyectiva. Justifique cada caso.

2. La siguiente matriz representa a un endomorfismo T de $K_3[x]$ en la base canónica:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a_1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & a_2 \end{pmatrix}$$

- 2.1 Halle los valores propios y los subespacios propios correspondientes.
2.2 Determina para que valores de los parámetros la matriz es diagonalizable.
2.3 Elija un valor para cada parámetro, halle la correspondiente matriz diagonal y en qué base esta representa al endomorfismo T .
2.4 Compruebe que se cumple la relación de semejanza $D = P^{-1}AP$.