

Examen Mundial de Lógica
1er Semestre. Curso 2021-2022

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

1. Sean D finito y no vacío, $A \subseteq D$, $B \subseteq D$ y $C = D \setminus (A \cup B)$. Tal que $A \cap B = \emptyset$.
 - (a) Pruebe que si $R = \{\langle x, y \rangle \mid y \in C, x \in C, x = y\} \cup (A \times A) \cup (B \times B)$, entonces R es una relación de equivalencia sobre D .
 - (b) Si A y B cumplieren que $|A - B| \geq 2$ y $|B - A| \geq 2$ y $[x]$ es una clase de equivalencia de R , entonces pruebe que si $x \in D$ y $|[x]| = 1$ entonces $x \in C$

2. Se desea construir un circuito para un robot de cuidado del hogar. Mediante un conjunto de sensores, este robot recibirá la siguiente información: "Si el lugar está sucio o no", "Si tiene o no una pared enfrente" y "Si está en movimiento o detenido" o "Si hay personas delante o no". A partir de dicha información el robot debe decidir qué acción efectuar: Limpiar, Detenerse, Girar, Avanzar, Pedir que de nueva la Persona (solo una acción a la vez). Para decidir la acción a realizar se utilizan las siguientes reglas:

R1: Si hay Suciedad entonces Limpiar.

R2: Si está en Movimiento y hay una Pared o una Persona entonces Detenerse.

R3: Si no está en Movimiento y hay una Pared entonces Girar.

R4: Si no está en Movimiento y hay una Persona entonces Pedir que se mueva.

R5: En cualquier otro caso Avanzar.

Las reglas tienen prioridad, por ejemplo, si se cumple la precondición de la primera regla se efectúa la acción correspondiente y no se chequean las demás reglas.

- (a) Defina las variables necesarias y escriba las fórmulas correspondientes a cada salida del circuito
 - (b) Defina un circuito que permita el funcionamiento del robot teniendo en cuenta que se debe minimizar el uso de componentes del circuito así como las salidas de este.
3. En una manada de lobos se conoce lo siguiente
 - 1 : Todo lobo recibe órdenes de, a lo sumo, otro lobo
 - 2 : Si no hay ningún lobo alfa los lobos se pelean
 - 3 : Cualesquiera dos lobos alfa, tienen un lobo común al que ordenan
 - (a) Escriba las proposiciones anteriores en el Lenguaje de la Lógica de Predicados. Defina los predicados que utilice.
 - (b) Exprese en el Lenguaje de la Lógica de Predicados que una manada es pacífica, entendida como aquella donde no ocurren peleas.
 - (c) Demuestre formalmente, utilizando las Leyes y Reglas de la Lógica de Predicados, que si una manada es pacífica entonces existe uno y solo un lobo alfa.
4. Un estudiante llega al fin de sus estudios y a la entrega de diplomas. Se encuentra de pronto ante cuatro puertas cerradas y oye una voz que dice: "Tu diploma está detrás de una de estas puertas; debes que adivinar cuál es, si te equivocas volverás a empezar la carrera. Sin embargo, tienes información: en cada puerta hay dos afirmaciones, y de las ocho afirmaciones en total, tres solamente son verdaderas, las otras cinco son con seguridad falsas".

Sobre puerta de ébano dice:

- El diploma está detrás de esta puerta
- El diploma está detrás de la puerta de caoba.

Sobre la puerta de caoba dice:

- El diploma no está detrás de la puerta de roble
- El diploma está detrás de la puerta de ébano o de la de cerezo

Sobre la puerta de cerezo dice:

- El diploma no está ni detrás de la puerta de ébano ni detrás de la de roble
- El diploma está detrás de la puerta de caoba o detrás de la de ébano

Sobre la puerta de roble dice:

- El diploma no está detrás de la puerta de cerezo
 - El diploma está detrás de la puerta de caoba
- (a) Exprese cada uno de estos enunciados en el lenguaje de la Lógica Proposicional.
- (b) Determine y Demuestre formalmente, utilizando las Leyes y Reglas Lógica Proposicional, en qué puerta está el diploma