Tema II: Polinomios en una indeterminada. Fracciones racionales.

Clase Práctica 4: Descomposición en fracciones simples.

Objetivos: Estudiar como descomponer en fracciones simples una fracción racional aplicación del Teorema Fundamental del Algebra y sus consecuencias.

La autopreparación para esta clase debe basarse en las notas de clases de las conferencias. Para la resolución de los ejercicios es necesario el conocimiento de la definición y propiedades básicas de los polinomios en una indeterminada y sus operaciones ya estudiadas y aplicarlos a los nuevos conceptos y propiedades. Los conceptos: fracción racional, fracción impropia, fracción propia, fracción simple, sus propiedades y de cómo descomponer una fracción racional en suma de fracciones simples. También se evaluarán las habilidades de demostración de los alumnos.

Estudiar (haciendo hincapié en los ejemplos) Capítulo V, epígrafe 25, Curso de Álgebra Superior, A. G. Kurosch.

1. Muestre que el número complejo $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ es raíz doble del polinomio $p(x) = 2x^7 - 3x^6 + 3x^5 + x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$ y obtenga la descomposición total de $p(x)$ en factores irreducibles de $\mathbb{R}[x]$ y en factores irreducibles de $\mathbb{C}[x]$.
2. Descomponer en fracciones simples de $\mathbb{R}(x)$ las siguientes fracciones racionales.

   a) $\dfrac{x^2}{(x^6 + 27)}$

   b) $\dfrac{256}{(x^2 - 4)(x^2 + 4)^2}$

   c) $\dfrac{2x - 1}{x(x-1)^2(x^2 + x + 1)^2}$

3. Descomponer en fracciones simples con coeficientes complejos

   a) $\dfrac{1}{(x^4 + 4)}$

4. Diga para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la fracción racional r(x)= (x+1)/ (x^2+ax+1) :

   a) es una fracción simple de $\mathbb{R}(x)$ de tipo II.

   b) es una fracción simple de $\mathbb{R}(x)$ de tipo I.

   c) se descompone en dos fracciones simples de $\mathbb{R}(x)$ de tipo I de la forma:

Profesora de Conferencia: Celia Tamara González González celia@matcom.uh.cu
Profesores de clase práctica: Lianet Laguna Bello y Dalianys Perez, AA: Leonardo Ulloa, Alex Sierra, Raudel Gómez, Amanda Cordero, Christopher Guerra, Jackson Vera, Daniel Machado, Kevin Manzano. Departamento de Matemática, Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana. Autores: Wilfredo Morales y Celia T.

$$\frac{A}{x-\alpha_1}+\frac{B}{x-\alpha_2} \qquad \text{siendo } A,B,\alpha_1,\alpha_2 \in \mathbb{R}, \alpha_1 \neq \alpha_2 .$$

d) se descompone en dos fracciones simples de $\mathbb{R}(x)$ de tipo I de la forma:

$$\frac{A}{x-\alpha_1}+\frac{B}{(x-\alpha_1)^2}$$

e) se descompone en dos fracciones simples de $\mathbb{C}(x)$ de tipo I de la forma:

$$\frac{A}{x-\alpha_1}+\frac{B}{x-\alpha_2} \qquad \text{siendo } A,B,\alpha_1,\alpha_2 \in \mathbb{C}, \alpha_1 \neq \alpha_2, \alpha_1,\alpha_2 \text{ no reales.}$$

Justifique sus respuestas.

Ejercicios complementarios:
Ejercicios del Capítulo 5 epígrafe 5 ¨Problemas de Álgebra Superior¨, D. Faddieev, I. Sominski.

Profesora de Conferencia: Celia Tamara González González celia@matcom.uh.cu
Profesores de clase práctica: Lianet Laguna Bello y Dalianys Perez, AA: Leonardo Ulloa, Alex Sierra, Raudel Gómez, Amanda Cordero, Christopher Guerra, Jackson Vera, Daniel Machado, Kevin Manzano. Departamento de Matemática, Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana. Autores: Wilfredo Morales y Celia T.