ÁLGEBRA I Ciencia de la Computación Trabajo de control. 2022 BAT B.

Nombres y Apellidos:____ Grupo:_________

1. Sean $z = \rho cis\alpha$ tal que $\Re e(z) > 0,\ \Im m(z) > 0$; $\theta \in \mathbb{R}$ tal que $0 \le \theta \le \pi/2$. Entonces $1/z + z = 2\cos\theta$.
   Demuestre que $1/z^m + z^m = 2\cos m\theta$.
2. Sea $q(x) = x^3 + 3x^2 - 4$. Halle el polinomio de menor grado $p(x) \in \mathbb{R}[X]$, mónico, que satisface simultáneamente las siguientes condiciones:
   a) $-i$ es raíz de $p(x)$.
   b) Tiene una raíz real de multiplicidad 2.
   c) Al dividir $p(x)$ entre $(x+1)$ queda resto 2.
   d) $p(x)$ y $q(x)$ no son primos relativos.
3. Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales con coeficientes reales.

$$\begin{cases} x + y + kz = k^2 \\ x + ky + z = k \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

   Utilizando el Método de Gauss, halle las soluciones del sistema y clasifíquelo según la existencia y unicidad de sus soluciones para los valores del parámetro.
4. (Opcional) Sea $p(x) = x^2 + px + q$ y sean $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ raíces de $p(x)$. Halle $p, q \in \mathbb{R}$ sabiendo que $\alpha^3 + \beta^3 = 0$.

Justifique todas sus respuestas.

Éxitos.

ÁLGEBRA I Ciencia de la Computación Trabajo de control. 2022 Bat C

Nombres y Apellidos:____ Grupo:_________

1. Sean z_1 y z_2 números complejos no nulos tal que $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$. Pruebe que z_1/z_2 es imaginario puro.
2. Halle el polinomio de menor grado $p(x) \in \mathbb{R}[X]$, mónico, que satisface simultáneamente las siguientes condiciones:
   a) i es raíz de $p(x)$.
   b) Tiene una raíz real de multiplicidad 2.
   c) Al dividir $p(x)$ entre $(x-1)$ queda resto 18.
   d) Sea $q(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4$ entonces el $mcd(p(x), q(x)) \neq 1$.
3. Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales con coeficientes reales.

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = 1 \\ x + \lambda y + z = \lambda \\ x + y + \lambda z = \lambda^2 \end{cases}$$

   Utilizando el Método de Gauss:
   a) Halle las soluciones del sistema.
   b) Clasifique el SEL según la existencia y unicidad de sus soluciones para los valores del parámetro.
4. (Opcional) Sea $p(x) = x^2 + px + q$ y sean $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ raíces de $p(x)$. Halle $p, q \in \mathbb{R}$ sabiendo que $\alpha^3 + \beta^3 = 0$.

Justifique todas sus respuestas

Éxitos.

ÁLGEBRA I Ciencia de la Computación Trabajo de control. 2022 Bat A

Nombres y Apellidos:____ Grupo:_________

1. Resuelva uno de los dos incisos siguientes:

a) Sean z_1 y z_2 números complejos no nulos tal que $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$. Pruebe que ${z_1}/{z_2}$ es imaginario puro.

b) Sean $z=\rho cis\alpha \in \mathbb{C}$ tal que $\Re e(z)>0,\ \Im m(z)>0$; $\theta \in \mathbb{R}$ tal que $0 \leq \theta \leq {\pi}/{2}$. Entonces $\frac{1}{z}+z=2\cos\theta$.

Demuestre que $\frac{1}{z^m}+z^m=2\cos m\theta$.

2. Halle el polinomio de menor grado $p(x)\in \mathbb{R}\left[X\right]$, mónico, que satisface simultáneamente las siguientes condiciones:

a) i es raíz de $p(x)$.

b) Tiene una raíz real de multiplicidad 2.

c) Al dividir $p(x)$ entre $(x-1)$ queda resto 18.

d) Sea $q(x)=x^3+3x^2-4$ entonces el $mcd(p(x),q(x))=1$.

3. Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales con coeficientes reales.

$$\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=a \\ x+y+az=a^2 \end{cases}$$

Utilizando el Método de Gauss:

a) Halle las soluciones del sistema.

b) Clasifique el SEL según la existencia y unicidad de sus soluciones para los valores del parámetro.

4. (Opcional) Sea $p(x)=x^2+px+q$ y sean $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ raíces de $p(x)$. Halle $p,q\in\mathbb{R}$ sabiendo que $\alpha^3+\beta^3=0$.

Justifique todas sus respuestas

Éxitos.