

# Introducción al Análisis Matemático

## Tema 2

### Clase Práctica 3

Licenciatura en Matemática

Curso 2022



## Al estudiante:

Bienvenido a la Clase Práctica 3 del Tema 2 del curso *Introducción al Análisis Matemático*. Los siguientes ejercicios pueden ser abordados con los conocimientos adquiridos en la conferencia correspondiente. ¡Esperamos que le vaya bien!

Colectivo de la asignatura

## EJERCICIOS

### Ejercicio 1.

Sobre la curva  $y = x(x - 2)(x - 4)$  se consideran los puntos  $P_1, P_2$  de abscisas  $x_1 = 1, x_2 = 3$  respectivamente. ¿En qué puntos la tangente a la curva es paralela a la secante  $\overline{P_1P_2}$ ?

### Ejercicio 2.

Halle el punto  $c$  de las fórmulas del valor medio para los casos siguientes

a)  $f(x) = 3x^2 - 5$ , siendo  $a = -2, b = 0$

b)  $f(x) = \frac{1}{x}$ , con  $ab > 0$

c)  $f(x) = x^3$ , con  $a, b$  arbitrarios.

### Ejercicio 3.

Analiza el crecimiento y los extremos relativos de las funciones siguientes:

a)  $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$

b)  $y = 4x^2 + \frac{1}{x}$

c)  $y = x^2 + \frac{2a^3}{x}$

d)  $y = \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$

e)  $y = \cos x - 1 + \frac{x^2}{2}$

f)  $y = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 3 \cos\left(\frac{x}{2}\right)$

## Ejercicio 4.

En cada caso trace un esquema apropiado del gráfico de una función con las propiedades indicadas

a)  $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

b)  $f'(0) = 1, f'(2) = 1$

c)  $f(1) = 0, f'(x) < 0$  si  $x < 1, f'(x) \geq 0$  si  $x \geq 1$

## Ejercicio 5.

Pruebe que

a)  $|\sin x - \sin y| \leq |x - y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

b)  $\arctan x + \arctan \frac{1-x}{1+x} = \frac{\pi}{4}, x > -1$

b.1) Qué puede afirmarse de  $f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1-x}{1+x}$  para  $x < -1$ ?

## Ejercicio 6.

Pruebe que

a)  $\frac{1}{9} < \sqrt{66} - 8 < \frac{1}{8}$  SIN CALCULAR!!!

b)  $\arcsin \frac{x-1}{x+1} = 2 \arctan \sqrt{x} - \frac{\pi}{2}$

## Ejercicio 7.

Sin efectuar cálculos decida cuál de los números es mayor

a)  $\pi^3$  o  $3^\pi$

b)  $\ln 8$  o  $2$

c)  $2^{\sqrt{2}}$  o  $e$

## Ejercicio 8.

Pruebe que

a)  $\ln(1+x) \geq \frac{x}{x+1}$  para  $x > -1$

b)  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$  para  $a, b > 0$

c)  $\tan x > x + \frac{x^3}{3}$  para  $0 < x < \frac{\pi}{2}$

## Ejercicio 9.

Analiza la convexidad de los gráficos de las siguientes funciones

a)  $y = x^a$ ,  $x > 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$

b)  $y = \arctan x$

c)  $y = (1+x^2)e^x$

d)  $y = x - \sin x$

e)  $y = x^2 \ln x$

f)  $y = e^{\arctan x}$

g)  $y = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$

## Ejercicio 10.

Demuestre que la curva  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$  posee 3 puntos de inflexión que están situados sobre una misma recta.

## Ejercicio 11.

Diga Verdadero (V) o Falso (F). Justifique en cada caso.

- a) Si las funciones  $f$  y  $g$  tienen un máximo en  $x = a$  entonces  $f + g$  tiene un máximo en  $x = a$ .
- b) Si las funciones  $f$  y  $g$  tienen un máximo en  $x = a$  entonces  $fg$  tiene un máximo en  $x = a$ .
- c) Si las funciones  $f$  y  $g$  tienen un punto de inflexión en  $x = a$  entonces  $f + g$  tiene un punto de inflexión en  $x = a$ .
- d) Si las funciones  $f$  y  $g$  tienen un punto de inflexión en  $x = a$  entonces  $fg$  tiene un punto de inflexión en  $x = a$ .