

Examen Final de AM I
Ciencia de la Computación
Curso 2013–2014

Nombre: _____ Grupo: _____

1. Diga si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas y justifique su respuesta:

- (a) ____ Si $\{x_n\}$ converge y $\{y_n\}$ diverge, entonces $\{x_n \cdot y_n\}$ diverge.
- (b) ____ Si $\forall n \in \mathbb{N}$, $x_n \leq y_n$, y_n es convergente y x_n es creciente, entonces x_n es convergente.
- (c) ____ Las sucesiones infinitamente grandes no tienen subsucesiones convergentes.

2. Sea

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x \in [a, b] \\ h(x), & x \in [b, c] \end{cases}$$

Si se sabe que g es continua en $[a, b]$, h es continua en $[b, c]$ y $g(b) = h(b)$

- (a) Analice la continuidad de f en $[a, c]$.
 - (b) ¿Puede decir que la función es diferenciable en $x = b$? Justifique.
3. ¿Cómo debe ser torcido un pedazo de alambre de longitud L de manera que forme un rectángulo cuya área sea la mayor posible?
4. Dada $f(x) = \int_0^x \frac{\arctan \sqrt{\frac{t}{a}}}{\sqrt{t(a+t)}} dt$ $a > 0$
- (a) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - (b) Sea $g(a) = \lim_{x \rightarrow +\infty} af(x)$. Calcule $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \sqrt[4]{a}}{g(a)}$
5. Calcule el área de la región comprendida por $y = x^2 + 1$, $x = y^2$, $y = -1$, $x = -1$ y $x = 1$.