UNIVERSIDAD DE LA HABANA
MATCOM
FACULTAD DE MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

Examen Intrasemestral **Algebra I** **Curso 2015-2016.**

Ciencias de la Computación

Nombre: ____ **Grupo**: ______

1. Dada la matriz $A \in M_n(\mathbb{K})$ se define $\overline{A}$ como la matriz formada por los elementos conjugados de A. Demuestre que $\left|\overline{A}\right| = \overline{|A|}$

2. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax + by + 2z = 1 \\ ax + (2b-1)y + 3z = 1 \\ ax + by + (b+3)z = 2b-1 \end{cases}$$

2.1 Investigue la resolubilidad del sistema en dependencia de los parámetros a y b.

2.2 Resuelva, si es posible, el sistema para $a = 0 \wedge b = 1$.

3. Diga si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas. Justifique cada respuesta.

3.1 ___ Si $A, B \in M_n(\mathbb{K})$ entonces $(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$.

3.2 ___ $z = \left(\dfrac{1-\sqrt{3}i}{-2i}\right)^n$ es una raíz cúbica de la unidad, $n = 4k \;\; k \in \mathbb{Z}_+$.

3.3 ___ Sean $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ entonces la ecuación $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2 + |z_2|^2\right)$ es una identidad.

4. (opcional)

Sabiendo que $z + \dfrac{1}{z} = 2\cos\alpha,\;\; \alpha \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{C}$ hallar $z^n + \dfrac{1}{z^n}, n \in \mathbb{N}$ de la forma más simplificada posible.