

Examen Mundial de Lógica  
Curso 2016-2017

Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

1. Sea  $R$  un orden total definido sobre un conjunto  $A$  finito. Demuestre que existe un elemento  $x$  de  $A$  tal que para todo  $y, y \in A$  se cumple  $R(x, y)$ .
2. Sean  $A, B$  y  $C$  conjuntos y los conjuntos  $D = (A - B) - (A - (B \cup C))$  y  $E = (C - B) \cap A$ . Diseñe un circuito, utilizando solamente componentes **NOR** y minimizando su número, que dado un elemento y su pertenencia a los conjuntos  $A, B$  ó  $C$  de como salidas 1 o 0 en caso de pertenecer o no a los conjuntos  $D$  y  $E$  respectivamente.
3. Dadas las siguientes relaciones definidas sobre los sustantivos del idioma español:  
 $S = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ es sinónimo de } y \}$  y  $G = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ tiene similar género que } y \}$   
y las siguientes proposiciones:  
  
A1: Para todo sustantivo existe otro que es sinónimo de este, o existe otro que tiene su mismo género.  
A2: Existen dos sustantivos tales que si son sinónimos entonces ambas tienen el mismo género.  
A3: Para todo sustantivo existe otro tal que, si son de genero distinto entonces no son sinónimos.  
A4: Para todo sustantivo existe otro tal que si son sinónimos entonces ambas tienen el mismo género.  
A5: Existe un sustantivo que respecto a cualquier otro cumple que si son sinónimos entonces tienen igual género  
  
(a) Expresé las proposiciones anteriores en el lenguaje de la Lógica de Predicados.  
(b) Tres de las proposiciones son equivalentes entre sí, diga cuáles y demuéstrelas formalmente utilizando el lenguaje de la Lógica de Predicados  
(c) Diga si  $G(x, y)$  es una relación de equivalencia, un orden parcial o una relación funcional. Justifique. en cada caso.  
(d) Defina un dominio para el cual A5 sea falsa. Justifique por interpretación.
4. Una expedición llega a la Isla de los Caballeros y Truhanes. Al desembarcar se encuentran una encrucijada con cuatro caminos: norte, sur, este y oeste. Se conoce que solamente uno de ellos lleva a la capital de la isla (a donde quieren llegar los expedicionarios). Cuatro habitantes de la Isla ( $A, B, C$  y  $D$ ) pasan por ahí y dicen lo siguiente a los viajeros:  
  
 $A$  : Si  $D$  y yo somos caballeros entonces sigue el camino del norte  
 $A$  :  $C$  es un truhan  
 $B$  : Yo soy un caballero  
 $B$  : La capital está al sur  
 $C$  : Si no es el camino al oeste entonces yo soy un caballero  
 $C$  : Todos somos truhanes  
 $D$  : Si todos somos caballeros entonces es el camino del este  
 $D$  : Entre  $C$  y yo hay al menos un truhan  
  
(a) Expresé los planteamientos anteriores en el Lenguaje de la Lógica Proposicional.  
(b) Determine cuál de los caminos se debe seguir para llegar a la capital. Demuéstrelo formalmente utilizando las Leyes y Reglas de la Lógica Proposicional.
5. Sean  $R$  y  $S$  relaciones de equivalencia sobre un conjunto  $A$ , demuestre que si  $R \subseteq S$  entonces  $|A/R| \geq |A/S|$ .