Álgebra II

Cp#11: Subespacios invariantes. Vectores y valores propios.

Lic. David Balbuena Cruz

Ejercicios

1. Muestre que el subespacio $V = L[(1,1,0,0),(1,-1,0,0)]$ es invariante por el endomorfismo u de K^4 definido por:

$$u(x,y,z,t) = (4x - 2y + z + 3t, \quad x - y + 3z - t, \quad 2z + t, \quad 4z - t)$$

y encuentre una representación matricial de u del tipo $\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix}$

2. Muestre que los subespacios $V = L[(1,1,0), \quad (0,1,1)]$ y $W = L[(0,0,1)]$ son invariantes por el endomorfismo de K^3 definido por:

$$u(x,y,z) = (-x + 2y, \quad x + y, \quad 5x - 4y + 3z)$$

y encuentre una representación matricial de u del tipo $\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}$

3. Para cada una de las matrices siguientes, determine sus valores propios asociados sobre un $\mathbb{R}$-espacio vectorial y sobre un $\mathbb{C}$-espacio vectorial.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} c & 2a & 0 \\ b & 0 & a \\ 0 & 2b & -c \end{pmatrix}$

4. Determine cuáles son los coeficientes de grado $n-1$ y el término independiente del polinomio característico de una matriz A de orden n.

5. Sea A una matriz inversible, de orden n con coeficientes en K. A partir de los valores propios de A, determine:

   (a) los valores y vectores propios de A^{-1}

   (b) los valores y vectores propios de A^2

6. Demuestre que A y A^t poseen el mismo polinomio característico.