

Examen Final de Lógica
1er Semestre. Curso 2023

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

1. Dado A finito y $|A| > 2$ y sea B_A el conjunto de todas las relaciones de equivalencia sobre A tales que para cualquier elemento de A hay otro que no está relacionado con este y que para cualquier trío de elementos al menos 2 están relacionados entre sí, y sea $S = \{ \langle x, y \rangle \mid y \in B_A, x \in A/y \}$
 - (a) Pruebe que $|S| = 2^{|A|} - 2$.
 - (b) Pruebe que $S \circ S^{-1}$ es una relación de orden sobre B_A .
2. Para la organización de un Evento Estudiantil a nivel nacional a cada participante se le asignará un código de identificación el cual denotará la provincia de donde proviene. El orden de la exposición de cada trabajo se realizará teniendo en cuenta si el estudiante es de Oriente, Centro, Occidente o si es de la Isla de la Juventud. Cada región del país cuenta con 5 provincias (sin contar a la Isla).
 - (a) Proponga una codificación binaria que permita representar el código de identificación de cada participante de manera eficiente. Justifique su propuesta.
 - (b) Diseñe un circuito que, dado el código de identificación del estudiante, determine si este es de Oriente, Centro, Occidente o la Isla de la Juventud (esta última se contará separado de la región Occidental). Utilice la menor cantidad de salidas posibles.
3. En el museo del Louvre hay un salón que permite la entrada a 3 exposiciones diferentes: Arte Romano, Antigüedades Egipcias y Los Aposentos de Napoleón III. Algunas de estas salas conduce(n) a la zona donde se encuentra expuesta la Mona Lisa, las otras conducen a la salida. Los guardias que custodian el Louvre son caballeros. En particular dicho salón es custodiado por 3 guardias (A, B y C), pero esta noche hay un truhán infiltrado entre ellos que intenta robar la Mona Lisa. El robo fue avisado al Inspector Craig que entrevistó a los guardias. Estos declararon lo siguiente:

A: Se puede llegar a la Mona Lisa a través de la sala Antigüedades Egipcias solo si también se puede llegar a través de la de Arte Romano.

B: La sala Arte Romano permite llegar a la Mona Lisa.

C: Los Aposentos de Napoleón III conducen a la salida.

Además, el Inspector Craig fue capaz de establecer los siguientes hechos:

P1: La sala de Antigüedades Egipcias sí conduce a la zona donde se encuentra la Mona Lisa.

P2: Si la sala Arte Romano lleva a la salida también lo hará la sala Los Aposentos de Napoleón III

 - (a) Expresar los enunciados anteriores en el Lenguaje de la Lógica Proposicional.
 - (b) Determine y demuestre formalmente, utilizando las Leyes y Reglas de la Lógica Proposicional, cuál de los guardias es el ladrón.
4. En cierta Universidad existían dos importantes carreras: Ciencia de la Computación (CC) y Ciencia de Datos (CD). De esta universidad se conocen algunos hechos y reglas acorde a las siguientes proposiciones:

P_1 : Fiad es un muchacho que estudia CC y Fuilan es una muchacha que estudia CD

P_2 : Si se aman alguien de CC y alguien de CD entonces se ponen pruebas difíciles

P_3 : Una muchacha cuyo esposo desaprueba también desaprueba

P_4 : Si se ponen pruebas difíciles y alguien CC se casa con alguien de CD entonces todos los muchachos (hombres) de ambas carreras desaprueban

*Entiendase como esposo y esposa a dos personas que están casadas entre ellas.

 - (a) Escriba las proposiciones anteriores en el Lenguaje de la Lógica de Predicados.
 - (b) Demuestre formalmente, utilizando las Leyes y Reglas de la Lógica de Predicados, que si Fiad y Fuilan se aman y se casan, ambos desaprueban. Si no es posible la demostración, refútela.
 - (c) Defina un dominio de interpretación que haga verdaderas las proposiciones P_1 , P_2 , P_3 y nadie desapruebe. Justifique.