ÁLGEBRA I Ciencia de la Computación 1ra Convocatoria de Examen Extraordinario. 2022

Nombres y Apellidos:____ Grupo:_________

1. Sea $p(x) = 2x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 16x^2 - 24x - 16$.
1.1 Pruebe que las raíces cubicas de -8 son raíces de $p(x)$.
1.2 Descomponga $p(x)$ en factores irreducibles de $\mathbb{C}[x]$.
1.3 Plantee la descomposición en fracciones simples en $\mathbb{R}[x]$ de $\frac{1}{p(x)}$.
1.4 Sea $q(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$. Halle el $mcd(p(x), q(x))$, utilizando el método de Euclides.

2 Sean F subespacio vectorial de $\mathbb{C}^2 - \mathbb{R}$ espacio tal que:

$F = L[(\lambda i, 1+i), (-1, i)]$ y $G = \left\{(a+bi, c+di) \in \mathbb{C}^2 \text{ - } \mathbb{R}\, espacio : d = 0 \wedge 3a + 2b + c = 0\right\}$.

3.1) Demuestre que G es un subespacio vectorial de $\mathbb{C}^2 - \mathbb{R}$ espacio.
3.2) Para qué valores de λ la $\dim(F \cap G) = 1$.
3.3) Para el λ hallado en el inciso anterior, halle $F + G$.
3.4) Halle un subespacio suplementario de $F + G$ en $\mathbb{C}^2 - \mathbb{R}$ espacio.
3.5) Si se considera $\mathbb{C}^2 - \mathbb{C}$ espacio, halle λ tal que el sistema generador de F sea una base del espacio $\mathbb{C}^2 - \mathbb{C}$.

3. Sea la matriz

$$M = \begin{pmatrix} a-1 & -a & a-1 & a \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & a-1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & b \end{pmatrix}$$

3.1 Determine el rango de M según valores de los parámetros.
3.2 Considere que M es la matriz ampliada de un SEL y clasifíquelo según la existencia y unicidad de sus soluciones para los diferentes valores de los parámetros haciendo uso del Teorema de Kronecker-Capelli. Resuélvalo utilizando el Método de Gauss en uno de los casos que tenga más de una solución.
3.3 Diga Verdadero o Falso. Justifique en cada caso.
3.3.1 El determinante de una matriz antisimétrica, de orden impar es cero.
3.3.2 Sean A matriz regular ($|A| \neq 0$) y B una matriz cuadrada tal que $A \cdot B = 0$ entonces B es la matriz nula.

4 Sea el endomorfismo $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que satisface las siguientes condiciones:

- $T(k-3,1,0) = (8, k+1, 4),\ k \neq 1$.
- $T(1,1,0) = (5,4,2)$.
- La matriz asociada al endomorfismo T en la base canónica es simétrica.
- $(2, \alpha, 2)$ es vector propio asociado a un valor propio $\lambda \neq 1$.

4.1 Determina el o los posibles valores de k y defina el endomorfismo.
4.2 Halle el núcleo y la imagen de T , su nulidad y rango. Verifique que se satisface el Teorema del rango.
4.3 Diga si T es inyectiva, sobreyectiva y/o biyectiva. Justifica.
4.4 Diga si el endomorfismo es diagonalizable, de serlo, halle la matriz diagonal, la base propia y la matriz P inversible tal que se satisfaga $D = P^{-1}AP$, donde D es la matriz diagonal y A es la matriz que representa el endomorfismo en la base canónica.

Éxitos

Justifique todas sus respuestas.