

# Introducción al Análisis Matemático

## Tema 1

### Clase Práctica 1

Licenciatura en Matemática

Curso 2022



## Al estudiante:

Bienvenido a la Clase Práctica 1 del Tema 1 del curso *Introducción al Análisis Matemático*. Los siguientes ejercicios pueden ser abordados con los conocimientos adquiridos en la Conferencia 1.1 sobre coeficientes binomiales y desarrollo del binomio de Newton. ¡Esperamos que le vaya bien!

Colectivo de la asignatura

## EJERCICIOS

### Ejercicio 1. (★)

- a) Halle el coeficiente de  $x^7$  en el desarrollo de  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{16}$ .
- b) Halle el coeficiente de  $x^{13}$  en  $\left(x^3 + \frac{3}{x^2}\right)^6$ .
- c) Halle el coeficiente de  $x^8$  en  $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{23}$ .
- d) Halle el coeficiente del término independiente en  $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}$ .
- e) Halle  $n$  si se conoce que en la expansión de  $(x+2)^n$  el coeficiente de  $x^3$  es dos veces el de  $x^4$  (siendo ambos no nulos).

### Ejercicio 2.

Demuestre que para todo  $n$  natural y todo  $k$  natural con  $k \leq n$  el número combinatorio  $\binom{n}{k}$  es entero.

### Ejercicio 3. (★)

Demuestre que  $(5 + \sqrt{26})^{20} + (5 - \sqrt{26})^{20}$  es entero.

- a) Diga si para todo  $a$  y  $b$  enteros se cumple que  $(a+b)^n + (a-b)^n$ , con  $n$  natural, es entero.
- b) Diga si el resultado anterior es válido para  $a$  y  $b$  reales.

## Ejercicio 4.

Calcule  $\sum_{i=0}^8 \binom{9}{i} \binom{12}{8-i}$  igualando los coeficientes de  $x^n$  en

$$(1+x)^9(1+x)^{12} = (1+x)^{21}.$$

**Observación:** En general es válido para  $m, n, k \in \mathbb{N}$ ,  $k \leq m+n$ :

$$\sum_{i=0}^k \binom{m}{i} \binom{n}{k-i} = \binom{m+n}{k}.$$

## Ejercicio 5. (★)

Calcule:

a)  $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n}$

b)  $\binom{n}{1} - \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \binom{n}{n}$

c)  $\binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots + \binom{n}{k}$  donde  $k = n$  si  $n$  es impar y  $k = n-1$  si  $n$  es par.

d)  $2\binom{n}{1} + 3\binom{n}{2} + \dots + (n+1)\binom{n}{n}$

e)  $\binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2$

## Ejercicio 6.

Halle el término de valor máximo en el desarrollo de  $(1 + \sqrt{2})^{30}$ .

## Ejercicio 7.

Halle la solución de la inecuación siguiente

$$\binom{n}{3} - \binom{2n}{2} > 32n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 3.$$