

Examen Mundial de Lógica  
1er Semestre. Curso 2021-2022

Nombre y apellidos: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

1. Sea  $A$  finito y  $\mathfrak{R}(A) \subset 2^{A \times A}$  el conjunto de todas las relaciones de equivalencia sobre  $A$  y  $\mathfrak{P}(A) = \{P \in 2^{2^A} \mid \emptyset \notin P \wedge [(M \in P \wedge N \in P) \Rightarrow N \cap M = \emptyset]\}$

(a) Pruebe que  $|\mathfrak{R}(A)| \leq |\mathfrak{P}(A)|$

(b) Proponga una relación de equivalencia  $S$  en  $\mathfrak{P}(A)$  tal que

$$|\mathfrak{R}(A)| = |\mathfrak{P}(A)/S|$$

2. En un grupo de 256 individuos se realizó un ensayo clínico. Cada individuo tiene un número de ensayo clínico único. Se sabe que, exactamente, a tres de cada cuatro individuos se le aplicó placebo. Del total de individuos a los que se aplicó el principio activo sujeto del ensayo, se indentificaron a 16 individuos con expresiones genómicas exactamente diferentes, dadas por una secuencia de 4 genes consecutivos que fueron analizados. Estos genes pueden expresarse o no. Producto de los análisis se supo que cuando se expresaban exactamente solo dos genes consecutivos el principio activo no tenía efecto alguno.

Para un segundo ensayo a realizar, toda esta información se codificó utilizando el número de ensayo clínico de cada individuo y, además, se diseñó un circuito lógico que permite dado esta codificación, por una parte, identificar a quién se administró placebo o no, por otra parte a quiénes se realizó el estudio genómico y, finalmente, a quiénes el principio activo se supo que no hizo efecto.

(a) Proponga, y justifique, una codificación que permita hacer lo anterior así como el diseño del circuito lógico mencionado.

3. En una localidad donde hay una farmacia se cumplen los siguientes planteamientos:

- 1 : Para cualquier persona, si tiene un familiar que padece Asma, entonces compra Dipirona o hay alguien que compra Metronidazol
- 2 : Para las personas se cumple que si tienen Asma o Hipertensión no compran Dipirona ni Ibuprofeno.
- 3 : Hay una persona que tiene al menos un familiar que padece Asma.
- 4 : Todo el mundo padece de Asma, Hipertensión o Catarro.
- 5 : Nadie es familia de si mismo.

(a) Escriba las proposiciones anteriores en el Lenguaje de la Lógica de Predicados. Defina los predicados que utilice.

(b) Demuestre formalmente, utilizando las Leyes y Reglas de la Lógica de Predicados, hay alguien con Catarro o Hay alguien que compra Metronidazol

4. Estás perdido en una cueva y te encuentras con tres túneles, cada uno con dos grabados. Sabes que uno de esos túneles te llevará a una muerte segura, los otros dos te llevarán a la salida. También recuerdas que en la entrada de la cueva te informaron que por cada túnel, a lo sumo uno de sus planteamientos es falso. Los grabados en cada túnel son los siguientes:

- A: 1. Los túneles B y C se unen en algún punto del camino.  
2. No hay personas que hayan logrado salir de esta cueva.

- B: 1. Si el túnel A es un camino seguro, C no lo es.  
2. Este túnel te llevará fuera de la cueva.

- C: 1. Este túnel es seguro y hay personas que han logrado salir de la cueva por aquí.  
2. Si el camino en el túnel B es seguro entonces hay personas que han logrado salir de esta cueva.

(a) Expresé cada uno de estos enunciados en el lenguaje de la Lógica Proposicional.

(b) Determine y Demuestre formalmente, utilizando las Leyes y Reglas Lógica Proposicional, cuál camino no deberá seguir para salir de la cueva.