TCC 3 ANÁLISIS MATEMÁTICO I Curso 2010-2011 BAT A

1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \ln(1+x^2), & x < 0 \\ xe^x, & 0 \le x \le 1 \\ \sin(e^{x^2-3x+2}), & x > 1 \end{cases}$

   a) Analice la derivabilidad de f en $x = 0$ y en $x = 1$.
   b) Halle el diferencial de f en $x = -1$.
   c) Halle la ecuación de la recta tangente a f en el punto $x = \frac{3}{2}$.
   d) Muestre que la ecuación $f(x) = 2$ tiene solamente una raíz real en el intervalo $(0, 1)$.

2. Diga si las proposiciones siguientes son verdaderas o falsas y justifique su respuesta.

   a) Si una función está definida en una vecindad de un punto $x = a$, incluyendo en el propio punto, de tal forma que es creciente a la izquierda de $x = a$, y decreciente a la derecha de $x = a$, entonces tiene un máximo en $x = a$.
   b) El punto $(x_0, f(x_0))$ es un punto de inflexión del gráfico de f, si f es tal que:
      - $f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$
      - $f^{(IV)}(x_0) \neq 0$

TCC 3 ANÁLISIS MATEMÁTICO I Curso 2010-2011 BAT B

1. Sea la función f dada por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\arcsin x^2}{x}, & -1 \le x < 0 \\ x^2 \arctan x, & x < -1 \text{ ó } x \ge 0 \end{cases}$

   a) Analice la derivabilidad de f en $x = 0$ y en $x = -1$.
   b) Halle el diferencial de f en $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   c) Analice la monotonía de f para $x > 0$.
   d) Muestre que la ecuación $f(x) = 1$ tiene solamente una raíz real en el intervalo $(0, 2)$.

2. Diga si las proposiciones siguientes son verdaderas o falsas y justifique su respuesta.

   a) Si una función está definida en una vecindad de un punto $x = a$, incluyendo en el propio punto, de tal forma que es decreciente a la izquierda de $x = a$, y creciente a la derecha de $x = a$, entonces tiene un mínimo en $x = a$.
   b) El punto $(x_0, f(x_0))$ es un punto de inflexión del gráfico de f, si f es tal que:
      - $f''(x_0) = 0$
      - $f'''(x_0) > 0$