



1. Responda.

1.1 Sean  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  tal que  $|z_1| = |z_2| = 1 \wedge z_1 z_2 \neq -1$ . Demuestre que  $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} \in \mathbb{R}$ .

1.2 Encuentre una raíz primitiva sexta de 1. Represéntela gráficamente.

2. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + kz + wz = 1 \\ 3x + 4y + 2z + kw = 1 \\ 2x + 3y - z + w = 1 \\ -2kz + (6-k)w = a \end{cases} \quad a, k \in \mathbb{K}$$

2.1 Halle los valores de los parámetros para los cuales la matriz del sistema presentado es inversible.

2.2 Clasifique el dicho sistema para  $a, k \in \mathbb{K}$  atendiendo a la existencia y unicidad de las soluciones.

2.3 Obtenga la solución del sistema para  $a = 6, k = 0$ .

2.4 Diga una solución particular del sistema  $AX = 0$  donde  $A$  es la matriz del sistema dado.

3. (opcional) Sean  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  con  $u = \sqrt{z_1 z_2}$ . Demostrar que  $|z_1| + |z_2| = \left| \frac{z_1 + z_2}{2} - u \right| + \left| \frac{z_1 + z_2}{2} + u \right|$ .



1. Responda.

1.1 Sean  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  tal que  $|z_1| = |z_2| = 1 \wedge z_1 z_2 \neq -1$ . Demuestre que  $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} \in \mathbb{R}$ .

1.2 Encuentre una raíz primitiva sexta de 1. Represéntela gráficamente.

2. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + kz + wz = 1 \\ 3x + 4y + 2z + kw = 1 \\ 2x + 3y - z + w = 1 \\ -2kz + (6-k)w = a \end{cases} \quad a, k \in \mathbb{K}$$

2.1 Halle los valores de los parámetros para los cuales la matriz del sistema presentado es inversible.

2.2 Clasifique el dicho sistema para  $a, k \in \mathbb{K}$  atendiendo a la existencia y unicidad de las soluciones.

2.3 Obtenga la solución del sistema para  $a = 6, k = 0$ .

2.4 Diga una solución particular del sistema  $AX = 0$  donde  $A$  es la matriz del sistema dado.

3. (opcional) Sean  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  con  $u = \sqrt{z_1 z_2}$ . Demostrar que  $|z_1| + |z_2| = \left| \frac{z_1 + z_2}{2} - u \right| + \left| \frac{z_1 + z_2}{2} + u \right|$ .