

Examen Final de Lógica
1er Semestre. Curso 2016-2017

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

1. Dado un torneo de eliminación directa, donde participan al menos 4 equipos y en cada ronda los equipos perdedores son eliminados y los ganadores avanzan a la siguiente ronda, se define la relación R , llamada Perder_con, tal que $\langle x, y \rangle \in R$ si y solo si x perdió con y . Diga, justificando en cada caso, cuáles de las siguientes propiedades cumple R :
 - Antisimetría
 - Transitividad
 - Función total
 - Función inyectiva
2. Responda Verdadero o Falso. Justifique en cada caso.
 - Sean P_1 y P_2 particiones de un conjunto A tal que $|P_1| = |P_2|$ y sean R_1 y R_2 relaciones de equivalencia tales que $A/R_1 = P_1$ y $A/R_2 = P_2$ entonces se cumple que $|R_1| = |R_2|$
 - Sean A , B y C conjuntos cualesquiera, si $(A \cup B)^c \cup C \subseteq (A - C^c) \cap B$, entonces se cumple que $|2^{(A^c - B)}| \leq 5$
3. La sucesión de Fibonacci comienza con los números 0 y 1 y, a partir de estos, cada término de la sucesión se obtiene partir de la suma de los dos anteriores. O sea, $Fib_n = Fib_{n-1} + Fib_{n-2}$.
 - (a) Escriba una fórmula de la lógica proposicional que, para todos los números que puedan ser representados por tres bits, determine si pertenecen o no a la Sucesión de Fibonacci.
 - (b) Diseñe, utilizando solo 5 componentes NOR (de dos entradas), un circuito lógico que detecte dado todos los número de tres bit cuáles de ellos son números de la Sucesión de Fibonacci.
4. Al concluir el curso de Ciencia de la Computación, la secretaria docente pudo concluir lo siguiente sobre los estudiantes de 1er Año:
 - $P1$: Todos los estudiantes aprobaron Lógica o todos los estudiante promovieron de año
 - $P2$: No todos los estudiantes aprobaron programación a menos que ninguno haya aprobado Análisis Matemático
 - $P3$: Ningún estudiante aprobó Análisis Matemático o Raúl no promovió de año
 - (a) Exprese estas afirmaciones en el Lenguaje de la Lógica de Predicados. Defina cualquier relación que considere necesaria.
 - (b) Demuestre formalmente, utilizando la Lógica de Predicados, que “si algún estudiante promovió de año entonces, o todos aprobaron Lógica, o todos aprobaron Programación”.
5. En la isla de los caballeros y truhánes, donde solo hay tres habitantes: A , B y C , ocurre un crimen y llaman al inspector Craig para buscar al culpable. Al ser interrogados A y B dijeron lo siguiente:
 - A : No soy inocente ni caballero
 - B : Siempre que C sea inocente A y yo somos caballerosTras realizar sus investigaciones el inspector Craig llegó a las siguientes conclusiones:
 - $C1$: Solo los truhánes pueden ser culpables
 - $C2$: Hay al menos un culpable
 - $C3$: B es culpable siempre que A y C sean truhánes
 - (a) Escriba en el lenguaje de la Lógica Proposicional las fórmulas que definen los planteamientos anteriores (A , B , $C1$, $C2$, $C3$). En cada caso identifique qué representa cada variable proposicional utilizada.
 - (b) Deduzca formalmente usando las leyes y reglas de la Lógica Proposicional, de los habitantes de la Isla, quiénes son culpables y quiénes no.