# Introducción al Análisis Matemático

## Tema 2

## Clase Práctica 5

Licenciatura en Matemática

Curso 2022

# Al estudiante:

Bienvenido a la Clase Práctica 5 del Tema 2 del curso *Introducción al Análisis Matemático*. Los siguientes ejercicios pueden ser abordados con los conocimientos adquiridos en las conferencias. ¡Esperamos que le vaya bien!

Colectivo de la asignatura

# EJERCICIOS

## Ejercicio 1.

¿Cómo debe ser torcido un alambre de longitud $L$ de modo que se forme un rectángulo cuya área sea la mayor posible?

## Ejercicio 2.

(Kepler) Encontrar el cilindro de volumen máximo inscrito en una esfera de radio $R$.

## Ejercicio 3.

(Johann Bernoulli) Hallar el valor de $x$ tal que tenga área máxima el rectágulo de dimensiones $x$ e $y$ tales que el punto $(x, y)$ esté sobre el círculo $y = \sqrt{x - x^2}$.

## Ejercicio 4.

Entre los triángulos isósceles inscritos en un círculo dado halle el que tiene perímetro máximo.

## Ejercicio 5.

Hallar el punto de la hipérbola $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ que está más cerca de $(3; 0)$.

## Ejercicio 6.

Hallar el área máxima del trapecio inscrito en un semicírculo de radio $R$ de forma que la base inferior del trapecio sea el diámetro del semicírculo.

## Ejercicio 7.

Halle en el intervalo $[-2; 2]$ el menor y el mayor valor de la distancia del punto $(0; 1)$ a la parábola $y = x^2$

## Ejercicio 8.

Halla la ecuación de la recta que pasa por $Q(3; 5)$ y corta un área mínima en el primer cuadrante.

## Ejercicio 9.

Dados $n$ números reales $\{a_i\}_{i=1}^n$ prueba que el mínimo de la suma $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x - a_i)^2$ se alcanza cuando $x$ es la media aritmética de $\{a_i\}_{i=1}^n$.

## Ejercicio 10.

Halle el polinomio de menor grado que tiene máximo local igual a 6 en $x = 1$ y mínimo local igual a 2 en $x = 3$.

## Ejercicio 11.

A las 9:00am un barco $B$ se encontraba a 65 millas marítimas (mm) al este de otro barco $A$. El barco $B$ viaja hacia el oeste a una velocidad de 10mm/h y $A$ viajaba hacia el sur a una velocidad de 15mm/h. ¿Cuándo se encontrarán a una distancia mínima y cuál es esa distancia?

## Ejercicio 12.

Una ventana tiene forma de un ractángulo coronado por un semicírculo. Si el perímetro de las ventanas es de 30 pies, exprese el área $A$ de ella como función del ancho de la misma.

## Ejercicio 13.

Debe construirse una caja con la parte superior abierta a partir de un trozo rectangular de cartón que tiene las dimensiones de 12 pulgadas por 20 pulgadas, recortando cuadrados

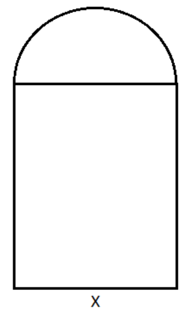


Figura 1: Ventana

iguales de lade $x$ en cada una de las esquinas y, a continuación, doblando los lados como se ilustra en la figura. Expresa el volúmen de la caja como función de $x$.

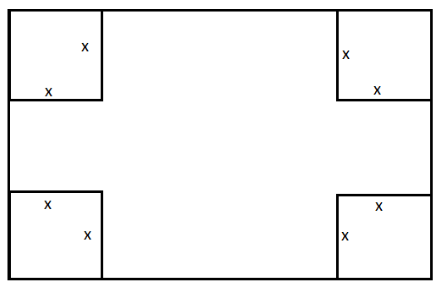


Figura 2: Caja

# Ejercicio 14.

Calcula el volumen máximo de un cilindro cuya área total en $4u^2$. ¿Cuál será la relación óptima entre la altura y el diámetro de la base?

# Ejercicio 15.

Halla el radio de la base del cilindro de mayor volumen inscrito en una esfera de radio R.

# Ejercicio 16.

Encuentre el área del rectángulo más grande que puede inscribirse en un semicírculo de radio $R$.

## Ejercicio 17.

Si $x > 0$ y $f(x) = 5x^2 + Ax^5$, siendo $A > 0$, halle el menor valor de $A$ tal que $f(x) > 2A$.

## Ejercicio 18.

Elige $A$ y $B$ tales que el punto $(2; 25)$ sea de inflexión de $x^2y + Ax + By = 0$. ¿Qué otros puntos de inflexión tiene la curva?

## Ejercicio 19.

Demuestre que:

a) $\arctan x > \dfrac{x}{x^2+1} \quad \forall x > 0.$

b) $\ln x < \dfrac{x}{e} \quad x > 0,\ x \neq e.$

## Ejercicio 20.

Halla máximos y mínimos de:

$$f(x) = x \operatorname{arc\,sen} x + \sqrt{1-x^2}, \quad x \in [-1; 1].$$

## Ejercicio 21.

Halle la ecuación de la recta tangente a $3x^2y - y^2 = 27$ cuando $x = 2$.

## Ejercicio 22.

Dado que $xy = \ln x$, pruebe que:

$$x^3 \frac{d^2y}{dx^2} + x^2 \frac{dy}{dx} - xy = -2$$