Álgebra II

CP5: Vector de coordenadas. Matriz de cambio de base

Lic. David Balbuena Cruz

Objetivos

Esta clase práctica tiene como objetivos principales:

- Hallar las coordenadas de un vector respecto a una base.
- Determinar la matriz de cambio de base.
- Verificar la relación que existe entre las coordenadas de un vector y la matriz de cambio de base.

Le recomendamos consultar el libro *Álgebra Tomo I* de Teresita Noriega. Sección 1.14.

Ejercicios

1. Sea el espacio $MS_2(\mathbb{R})$ de las matrices simétricas de orden 2 con coeficientes reales.

   (a) Demuestre que las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$ forman una base del espacio.

   (b) Halle las coordenadas de la matriz $D = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ -11 & -7 \end{pmatrix}$ en dicha base.

2. Sean $(1+i; -2)$ las coordenadas de un vector v del espacio $(\mathbb{C}^2, \mathbb{C})$ respecto a la base $\{(1,2),(2,3)\}$. Determine las coordenadas de v respecto a la base $B = \{(1,1),\ (1,i),\ (i,1),\ (i,0)\}$ del espacio $(\mathbb{C}^2, \mathbb{R})$.

3. En el espacio vectorial $K_3[x]$ considere las bases B y B' dadas por:

$$B = \{x^2 + x + 1,\ 2x + 3,\ 2x - 1\} \qquad B' = \{x^2 + x,\ x^2 - x,\ 1\}$$

   (a) Encuentre las coordenadas del polinomio $3x^2 + 5x - 2$ con respecto a las bases B y B'.

(b) Encuentre la matriz de cambio de coordenadas de B a B'.

(c) Verifique el cumplimiento de la relación que, con ayuda de la matriz encontrada en (b), puede establecerse entre los vectores coordenadas encontrados en (a).

4. Sea E un K espacio vectorial de dimensión n y $\{a_i\}_{1\leq i\leq n}$ una base de E. Demuestre que la condición necesaria y suficiente para que un sistema finito de vectores de E sea linealmente independiente es que el sistema de sus vectores coordenados con respecto a la base $\{a_i\}_{1\leq i\leq n}$ sea linealmente independiente en K^n.

5. Sean B, B' y B'' bases de un K espacio vectorial E de dimensión finita. Muestre que si P y Q son las matrices de cambio de coordenadas de B a B' y de B' a B'', respectivamente, entonces QP es la matriz de transformación de coordenadas de B a B''.