Trabajo de Control de Análisis Matemático I. Tema II Curso 2009-2010

Batería A

1) Dada la función $f(x) = (1+x)\text{arctg}\left(\dfrac{1}{1-x^2}\right)$

   a) Halle el dominio de $f(x)$.

   b) Determine los puntos de discontinuidad de la función y clasifique el tipo de discontinuidad. Justifique su respuesta.

   c) Determine si la función puede ser definida en los puntos de discontinuidad de forma tal que sea continua. Justifique su respuesta.

2) Pruebe que la ecuación $2^x = \dfrac{1}{x}$ tiene una solución en el intervalo $(0,1)$.

3) Determine si las funciones $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ y $g(x) = x$ son equivalentes o no, cuando $x \to 0$. Justifique su respuesta.

4) Pruebe que existe $N > 0$ tal que la desigualdad $\dfrac{1-xsen\dfrac{2}{x}}{1+xsen\dfrac{3}{x}} < 0$ es cierta para todo $x \in [N,+\infty)$.

Trabajo de Control de Análisis Matemático I. Tema II Curso 2009-2010

Batería B

1) Dada la función $f(x)=\begin{cases} \left(\cos^2 2x\right)^{1/x^2} & \text{si } x>0 \\ \dfrac{2}{1-2^x}+(2^x-1)sen\dfrac{1}{x} & \text{si } x<0 \end{cases}$

a) Determina los puntos de continuidad de f. Justifique.

b) ¿Será posible definir $f(0)$ tal que la función sea continua en $x_0=0$? .Justifique.

2) Demuestra que la ecuación $\dfrac{senx}{\cos x}=x^n$ tiene solución en cada intervalo de la forma $((2n-1)\pi/2;(2n+1)\pi/2),\ \ n=1,2,3,...$

3) Diga si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas y justifica.

3.1) f está definida en $[a;b]$ (cerrado y acotado), f alcanza sus valores máximo y mínimo en $[a;b]$ entonces:

a) _____ f es continua en $[a;b]$.

b) _____ f es discontinua en $[a;b]$.

c) _____ f es acotada en $[a;b]$.

3.2) f es una función continua en x_0, g es una función definida en una vecindad de x_0 y discontinua en x_0, entonces la función $(1+f^2(x))/g(x)$:

a)_____ es continua en x_0.

b)_____ es discontinua en x_0.

c)_____ es acotada en una vecindad en x_0.

Trabajo de Control de Análisis Matemático I. Tema II Curso 2009-2010

Batería C

1) Dada la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos 3x^3-1}{sen^6 2x+x^8} & \text{si } x>0\\ \dfrac{e^{x^2}-\cos x}{senx+x^3} & \text{si } x<0\end{cases}$, $f(0)=1$.

   a) Determina el conjunto de puntos donde f es continua. Justifica.

   b) Si existen puntos de discontinuidad diga si es evitable o no y justifica.

2) Diga si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones y justifica.

   a) f es una función continua en $[a;b]$ (cerrado y acotado), entonces alcanza sus valores máximo y mínimo en $(c;d)\subset[a;b]$.

   b) f está definida en $[a;b]$ (cerrado y acotado), $f(a)>0,\ f(b)<0$ entonces la ecuación $xf^2(x)+f(x)=0$ tiene solución en (a,b).

3) a) Sea f continua en $[0;+\infty)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$. Pruebe que f es acotada en $[0;+\infty)$.

   b) Si extendemos f a todo IR de forma tal que la función extendida es par o impar. ¿Será la función extendida acotada en IR ? Justifique.