

Grupo: *Nombre y Apellidos:*

1. Determina para que valores de $n \in \mathbb{N}$, el punto que representa al número complejo:

$$z = \left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2i} \right)^{3n} + 2^n \text{ se ubica sobre uno de los ejes coordenados.}$$

2. El resto de dividir un polinomio $P(x) \in \mathbb{K}(x)$ entre $x^4 - 1$ es $3x^3 + bx^2 - cx - 2$, al dividirlo entre $x^2 - 1$ el resto es tres veces mayor que al dividirlo entre $x^2 + 1$. Calcule $c + 5b$.
3. Dado el sistema de ecuaciones lineales en las indeterminadas x, y, z :

$$\begin{cases} 3x - z - k &= 0 \\ -y - 2z - 1 &= 0 \\ -6x + kz + 2k &= 0 \\ 6x - 2z - k^2 &= 0 \end{cases}$$

Analice la compatibilidad del sistema según los valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$.

4. Dado que $\alpha = z + z^2 + z^4$ y $\beta = z^3 + z^5 + z^6$ donde $z \in \mathbb{C}$ tal que $z^7 = 1$ y $z \neq 1$. Entonces α y β son raíces de la ecuación cuadrática $x^2 + px + q = 0$, para algunos $p, q \in \mathbb{Z}$. Encuentra el par ordenado (p, q) .

Opcional: Halle todas las soluciones del sistema de la pregunta 3 y clasifíquelas.