TCC 2 ANÁLISIS MATEMÁTICO I Curso 2010-2011 BAT A

1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x^2}{x^2 \sin^2 x}, & x < 0, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \dfrac{2x^2}{\arcsin^2 2x}, & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ (2x)^{\frac{1}{1-2x}}, & \frac{1}{2} < x \end{cases}$

   a) Halle los puntos de discontinuidad de f y clasifique las discontinuidades.
   b) Determine el conjunto en el cual f es continua. Justifique su respuesta.
   c) Demuestra que $\exists V^*(0) : f(x) < \frac{3}{4}, \forall x \in V^*(0)$.
   d) Analice la acotación de f en el intervalo $(\frac{1}{4}, 1]$.

2. Diga si las proposiciones siguientes son verdaderas o falsas y justifique su respuesta.

   a) Existe una función f continua e inyectiva en $[0, 2]$ tal que :
      - $f(0) = 0$
      - $f(1) = 1$
      - $f(2) = \frac{1}{2}$

   b) Si $f(x) = x(\ln(x+2) - \ln x)$ y $g(x) = \dfrac{x^2 + \sin x}{2x^2 + x}$, entonces $f(x) \sim g(x)$ cuando $x \to +\infty$.

TCC 2 ANÁLISIS MATEMÁTICO I Curso 2010-2011 BAT B

1. Sea la función $f : [-5, +\infty)$ dada por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1 + \sin^2 \frac{x}{2})}{1 - \cos x}, & x < 0 \\ \dfrac{e^{\frac{\pi}{2}(x-1)} - 1}{x^2 - 1}, & 0 \leq x < 1 \\ x(\dfrac{\pi}{2} - \arcsin \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}), & x \geq 1 \end{cases}$

   a) Halle los puntos de discontinuidad de f y clasifique las discontinuidades.
   b) Determine el conjunto en el cual f es continua. Justifique su respuesta.
   c) Halle la pendiente de la asíntota de f cuando $x \to +\infty$.
   d) Analice la existencia de solución para la ecuación $f^3(x) + f(x)e^{f(x)} = 0$ en el intervalo $[\frac{1}{2}, 2]$.

2. Diga si las proposiciones siguientes son verdaderas o falsas y justifique su respuesta.

   a) Si en un intervalo $[a, b]$ una función es tal que:
      - es acotada
      - alcanza el máximo y el mínimo
      - toma todos los valores entre el máximo y el mínimo

      entonces la función es continua.

   b) Si $f(x) = \arctan^3(x-1)$ y $g(x) = \dfrac{(e^{x-1} - 1)^4}{x - 1}$, entonces $f(x) = o(g(x))$ cuando $x \to 1$.