

Examen Extraordinario de Lógica - Curso 2019-2020

Nombre y apellidos: _____ Grupo: _____

1. En una familia particular se conocen las siguientes cuestiones, algunas que se cumplen siempre y otras que solo se cumplen para esta familia particular:

1. La relación ser hermano es una relación simétrica
2. Todo el mundo es hijo de su padre
3. Nadie es hijo del hermano de su padre
4. Cualquier padre de una persona es también padre de todos los hermanos de esa personas

Además se sabe que la familia la integran Antonio, Luis, Tonito y Manolito. Se sabe que Antonio y Luis son hermanos, Tonito y Manolito son hermanos y Tonito es hijo de Antonio.

- (a) Escriba las expresiones anteriores en el Lenguaje de la Lógica de Predicados.
- (b) Demuestre, utilizando la Lógica de Predicados, que Luis no es el Padre de Manolito.
- (c) Sabiendo que nadie es hermano de sí mismo, verifique por interpretación que la relación ser hermano no es transitiva. Demuéstrelo

2. A la isla de los truhanes y caballeros, llegó el apocalipsis zombi. Los cadáveres de antiguos habitantes se están levantando influenciados por dos sucesos: al poner la canción Thriller, o al poner música trap. Los zombis realizan dos posibles acciones al levantarse: bailar o apagar la música. Se conoce que:

1. Los zombis apagan la música si y solo si está puesta la canción Thriller y no bailan.
2. Cuando está puesta música trap, entonces los zombis bailan si y solo si apagan la música.

Interesado por este comportamiento, un día un visitante de la isla conversó con dos de los muertos vivientes. Obtuvo de ellos las declaraciones siguientes:

M1: Si no está puesta música trap, entonces los zombis no bailamos.

M2: Mi compañero y yo, incluso después de muertos, somos del mismo tipo

- (a) Traduzca las proposiciones previas al lenguaje de la Lógica Proposicional.
- (b) Demuestre formalmente, utilizando la Lógica Proposicional, que los muertos vivientes no bailan. Recuerde que los muertos vivientes (o zombis) son habitantes de la isla y, por tanto, pueden ser truhanes o caballeros.

3. Para evitar la explosión del reactor nuclear en Chernóbil se desea diseñar un circuito para que el sistema de control mantenga al núcleo siempre estable. Las variables que influyen directamente en la estabilidad del reactor son la temperatura, la presión y el nivel de agua. El circuito permitirá dar indicaciones sobre si es necesario o no liberar presión y agregar agua o no. Las reglas de comportamiento del circuito son:

- Si la temperatura es alta, la presión es alta y el nivel de agua es normal entonces se debe abrir la válvula de presión para liberarla
- Si la temperatura o la presión son altas y el nivel de agua es bajo entonces se debe agregar agua
- Si la temperatura es alta, la presión es alta y el nivel de agua es bajo entonces hay que abrir la válvula de presión
- En cualquier otro caso no se libera la presión ni se agrega agua.

- (a) Obtenga una fórmula para cada salida del sistema
- (b) Diseñe el circuito lógico utilizando como máximo 6 componentes NOR. Justifique cualquier transformación que realice sobre las formulas

4. Dado un conjunto A no vacío, una relación de equivalencia R definida sobre A y un orden parcial O también definido sobre A , se define la función $f : R \rightarrow O$ sobreyectiva tal que $f(< a, b >) = < c, d >$ si y solo si $a = c$ o $a = d$.

- (a) Sean $n = |f|$, $m = |R|$, $p = |O|$ y $q = |A|$, ¿cuál es menor y mayor valor que puede alcanzar n ? Haga la demostración correspondiente a cada caso.