Προσομοίωση και Μοντελοποίηση Δυναμικών Συστημάτων Project

Αναγνώριση άγνωστου γραμμικου συστήματος

Θεωρήστε το σύστημα:

$$\dot{x} = ax + bu, \; x(0) = 0 \tag{1}$$

Όπου x είναι η κατάσταση του συστήματος u είναι η είσοδος και a, b σταθερές αλλά άγνωστες παράμετροι τις οποίες θέλουμε να εκτιμήσουμε. Επίσης γνωρίζουμε ότι:

$$a > 0$$
$$0.1 \leq b \leq 2$$

Στόχος είναι αν βρεθούν οι ακριβείς τιμές των σταθερών a, b. Παρατηρείστε ότι το σύστημα (1) είναι ασταθές καθότι $a > 0$. Επομένων, η συνθήκη Πεπερασμένης Εισόδους - Πεπερασμένης Εξόδου (ΠΕΠΕ) δεν ικανοποιείται. Για το λόγο αυτό, το σήμα εισόδου $u(t)$ πρέπει να επιλέγεται κατάλληλα για να ισχύει $u(t)$, $x(t) \in \mathcal{L}_\infty$.

A) Έστω το σήμα εισόδου:

$$u(t) = -\frac{k}{w(t)}\Big(r(t) + \frac{1}{r(t)}\Big)\epsilon(t), \; k > 0 \tag{2}$$

με

$$\begin{aligned} \epsilon(t) &= T\Big(\frac{x(t) - x_d(t)}{\rho(t)}\Big) \qquad (3) \\ r(t) &= \frac{1}{\rho(t)}\frac{dT(z)}{dz}\bigg|_{z=\frac{x(t)-x_d(t)}{\rho(t)}} \\ \rho(t) &= (\rho_0 - \rho_\infty)e^{-lt} + \rho_\infty \end{aligned}$$

όπου $T(z) = \ln(\frac{1+z}{1-z})$, $\rho_0 > |x(0) - x_d(0)|$, $l > 0$ και $\rho_0 > \rho_\infty > 0$.

Τα σήματα $w(t)$, $x_d(t)$ ικανοποιούν:

$$0 < w_1 \leq w(t) \leq w_2, \; \forall t \geq 0$$
$$x_d(t) \in \mathcal{L}_\infty, \; \dot{x}_d(t) \in \mathcal{L}_\infty$$

Αποδείξτε ότι το σήμα εισόδου (2) εγγυάται ότι $u(t)$, $x(t) \in \mathcal{L}_\infty$. Επιπλέον, αποδείξτε ότι:

$$-\rho(t) < x(t) - x_d(t) < \rho(t), \; \forall t \geq 0$$

Σχόλιο: Χρησιμοποιείστε τη συνάρτηση $V = \frac{1}{2}\epsilon^2(t)$, όπου $\epsilon(t)$ δίνεται από την (3), καθώς επίσης και τη σχέση $x(t) = \rho(t)T^{-1}(\epsilon) + x_d(t)$, $\forall t \geq 0$ που προκύπτει από την (3), όπου $T^{-1}(*)$ είναι η αντίστροφη συνάρτηση της $T(*)$. Παρατηρήστε, επίσης, ότι η $T(*)$ είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση ορισμένη στο διάστημα $(-1, 1)$.

B) Σχεδιάστε αναδρομικό αλγόριθμο βασισμένο στη μέθοδο Lyapunov για την εκτίμηση $\hat{a}$, $\hat{b}$ των άγνωστων παραμέτρων a, b του συστήματος (1), θεωρόντας σαν είσοδο τη $u(t)$ του συστήματος που δίνεται στο πρώτο ερώτημα (A) θέτοντας $w(t) = \hat{b}(t)$. Τέλος, μελετείστε την ευστάθεια του συστήματος αναγνώρισης.

Σχόλιο: Μελετίστε την εργασία

Z. Cai, M. S. de Queiroz, and D. M. Dawson, "A sufficiently smooth projection operator," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 51, no. 1, pp. 135-139, 2006.

ή το Appendix E από το βιβλίο

M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotovic, "Nonlinear and Adaptive Control Design", Wiley, New York, 1995.

Γ) Προσομοιώστε τον αλγόριθμο που σχεδιάσατε στο (Β) με:

$$\left.\begin{array}{ll} i) & x_d(t) = A \\ ii) & x_d(t) = A\cos(\omega t) \end{array}\right\} \forall t \geq 0$$

όπου A, ω δική σας επιλογή και $\rho_\infty = 0.001$, $l = 2$. Επιλέξτε εσείς τις παραμέτρους k και ρ_0 με βάση τους περιορισμούς στο ((Α)). Για τις ανάγκες της υλοποίησης δίνεται η συνάρτηση sys.p.

Οδηγίες χρήσης της συνάρτησης sys.p Αυτή η συνάρτηση παράγει το δεξί μέλος της διαφορικής εξίσωσης του συστήματος (1) και είναι υλοποιημένη ως εξής

```
function dx = sys(x, u)
a = ???;
b = ???;
dx = a * x + b * u;
end
```

όπου a και b είναι οι προς αναγνώριση άγνωστες παράμετροι.

Δ) Αξιολογείστε τις εκτιμήσεις που προέκυψαν από το σύστημα αναγνώρισης.

Να παραδώσετε τους κώδικες των προγραμμάτων που γράψατε και μια αναφορά που να περιέχει τις θεωρητικές αναλύσεις (όπου κρίνετε απαραίτητο) μαζί τα σχόλιά σας και τα απαιτούμενα γραφήματα.