COMP130014.02 编译

第二讲：词法分析

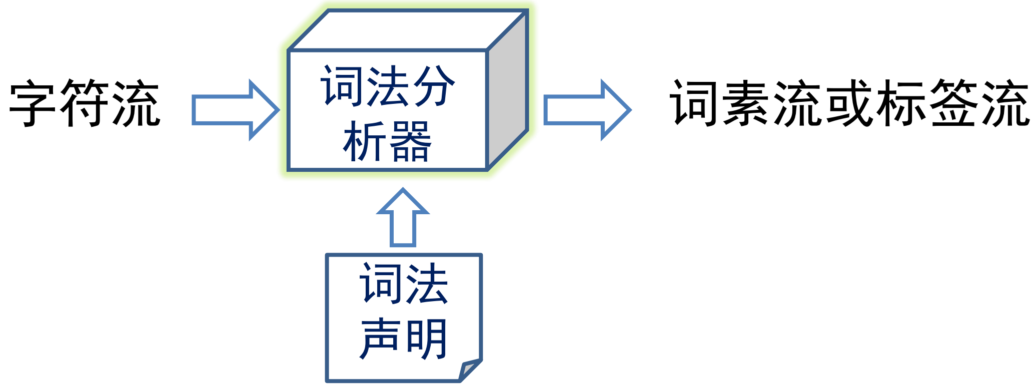
徐 辉
xuh@fudan.edu.cn

主要内容

- 一、词法声明：正则表达式（Regex）
- 二、词法声明：使用Regex声明TeaPL词法
- 三、词法解析：Regex转NFA
- 四、词法解析：NFA转DFA
- 五、正则语言及其等价性

一、词法声明：正则表达式

词法声明



- 定义：有效的输入内容 => 关联标签类型

基本概念

- 模式（Pattern）：字符串模式描述，一般用正则表达式
- 词素（Lexeme）：符合某标签模式的字符串实例
- 标签（Token）：由标签类型和属性组成的二元组

标签	模式	词素举例
<BINOP>	+,-,*,/	+
<NUM>	任意数据常量	3.1415926

正则表达式：字符元素表示

- 正则表达式定义了字母表Σ上的字符串集合
- 其单个字符元素的表述方式包括：
  - a：含义为$\{x|x = a\}$
  - $[ab]$：含义为$\{x|x = a \text{ or } x = b\}$
  - $[a - z]$：含义为$\{x|x = a \text{ or} \dots \text{or } x = z\}$
  - $[a - zA - Z]$：含义为$\{x|x = a \text{ or} \dots \text{or } x = z \text{ or} \dots \text{or } x = Z\}$
  - $[\hat{}a]$：含义为$\{x|x! = a \text{ and } x \in \Sigma\}$
  - $a?$：含义为$\{x|x = a \text{ or } x = \epsilon\}$
  - .：通配符$\{x|x \in \Sigma\}$
  - ϵ：空

在线测试：https://regex101.com/

正则表达式（Regular Expression）

- 字符元素间以及正则表达式之间的组合方法包括：
  - 选择（union）：$R|S$，含义为$\{x \mid x \in R \text{ or } x \in S\}$
  - 连接（concatenation）：RS，含义为$\{xy \mid x \in R \text{ and y} \in S\}$
  - 闭包（Kleene closure）：R^*，含义为$\bigcup_{i=0}^{\infty} R^i$
    - 正闭包：R^+,含义为$\bigcup_{i=1}^{\infty} R^i$
    - {min, max}区间：如a{1,10}表示1-10个a组成的字符串

基本运算法则

- 运算符优先级：闭包 > 连接 > 选择
- 选择运算满足：
  - 交换律（commutative）：$r|s = s|r$，
  - 结合律（associative）：$r|(s|t) = (r|s)|t$
- 连接运算满足：
  - 结合律（associative）：$r(st) = (rs)t$
  - 分配律（distributive）：$r(s|t) = rs|rt$
- 闭包运算满足：
  - 幂等率（idempotent）：$r^* = r^{**}$

使用正则表达式声明词法

```
<UINT> := [0-9]+
<UNUM> := [0-9]+(.[0-9]+|ϵ)
```

利用中间变量简化词法声明

```
 DIGIT  := [0-9]
<UINT>  := {DIGIT}+
<UNUM>  := {DIGIT}+(.{DIGIT}+|ϵ)
```

练习

- 定义无符号数的正则表达式：
  - 支持浮点数和整数，如0.1、123
  - 支持科学计数法表示，如123e2、2.1e-3（指数不能为浮点数）


HOW TO REGEX
STEP 1: OPEN YOUR FAVORITE EDITOR
@GARABATOKID
STEP 2: LET YOUR CAT PLAY ON YOUR KEYBOARD
/^([A-Z0-9_\.-

二、词法声明：使用Regex声明TeaPL词法

一门语言中需要定义的标签

- 数据：
  - 无符号数字
  - 标识符
- 符号：
  - 运算符
  - 其它符号
- 保留字

TeaPL中的数字和标识符

```
<UNUM> := [1-9][0-9]*|0
```

```
<ID> := [a-zA-Z][a-zA-Z0-9]*
```

TeaPL中的运算符

二元运算符

```
<ADD>  :=  +
<SUB>  :=  -
<MUL>  :=  *
<DIV>  :=  /
```

比较运算符

```
<CEQ>  :=  ==
<NEQ>  :=  !=
 <GT>  :=  >
<GTE>  :=  >=
 <LT>  :=  <
<LTE>  :=  <=
```

逻辑运算符

```
<AND>  :=  &&
 <OR>  :=  ||
<NOT>  :=  !
```

赋值符号

```
<EQ>  :=  =
```

TeaPL中的其它符号

TeaPL代码样式

```
fn foo(a:int, b:int)->int {
    return a + b;
}
```

域

```
<LPAR>  := (
<RPAR>  := )
<LSQ>   := [
<RSQ>   := ]
<LBRA>  := {
<RBRA>  := }
<DQUT>  := "
```

			用途
<COMMA>	:=	,	分隔多个元素
<SEMI>	:=	;	分隔多条语句
<RARROW>	:=	->	函数返回类型
<COLON>	:=	:	类型声明
<DOT>	:=	.	结构体域

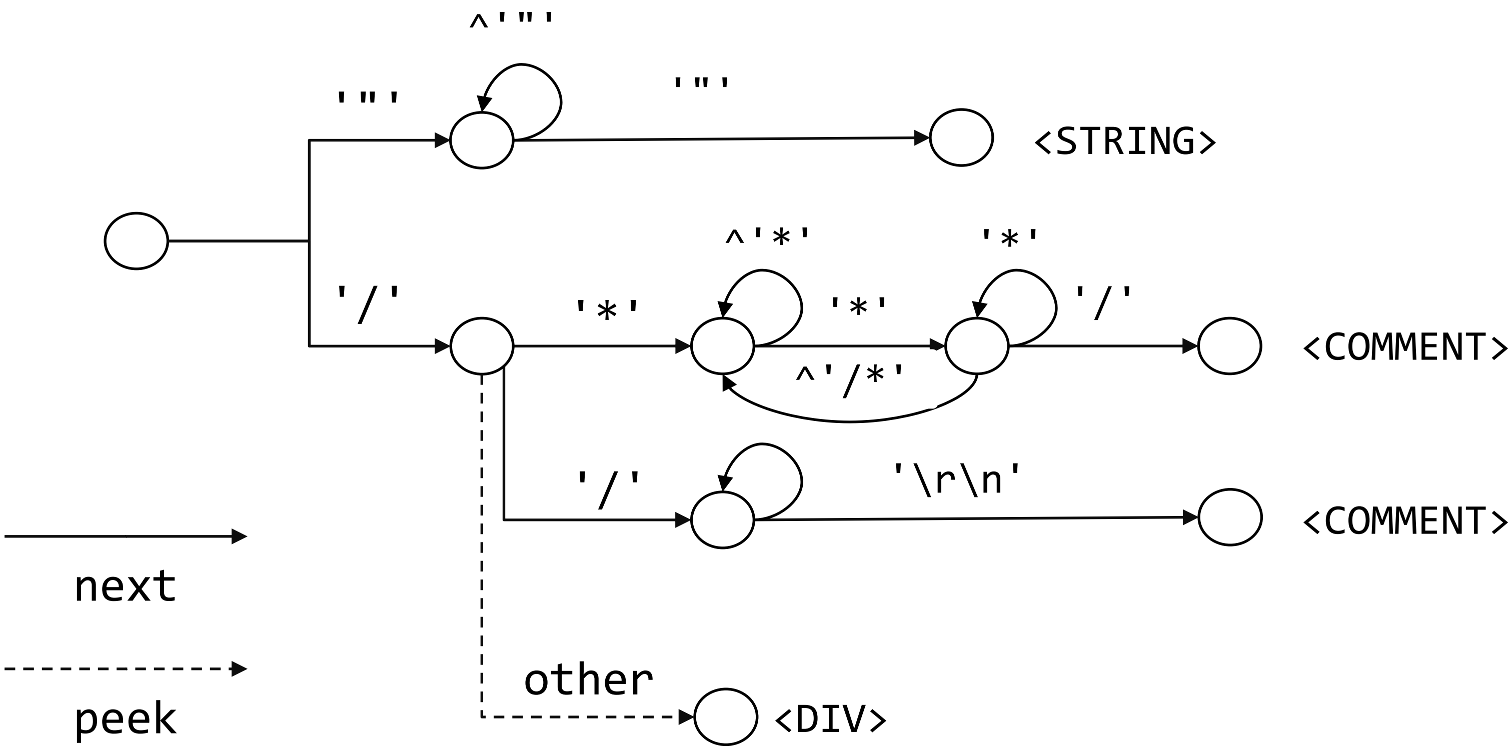
注释

```
<SLASHES> := //
<LSTAR>   := /*
<RSTAR>   := */
```

注译和引号

- 引号或注释内部的单词是否应识别为单独的标签？
- 否=>更新标签定义：

```
<STRING>  :=  "[^"]*"
<COMMENT> :=  \/\/_* | \/\*>_*\*\/
```



TeaPL中的保留字

函数、变量声明

```
<FN>  := fn
<LET> := let
```

类型

```
<INT>    := int
<STRUCT> := struct
```

控制流

```
<IF>    := if
<ELSE>  := else
<WHILE> := while
```

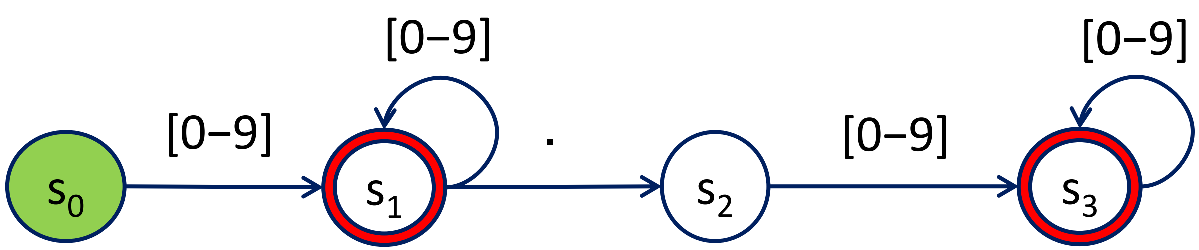
识别时的冲突处理

- 保留字 vs 标识符：保留字优先级高于标识符
  - 如字符串“if”应识别为<IF>，非<ID>
- 存在多种匹配方案时，选择最长的匹配
  - 如“<=”不应按照“<”和“=”识别
  - “ifabc”不应识别为<IF>和<ID>

三、词法解析：Regex转NFA

有穷自动机（Finite State Automaton）

- 识别无符号浮点数的FSA：
  - 字符集：$\sum = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,.\}$
  - 状态集：$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$
  - 初始状态：$S_0 = s_0$
  - 接受状态：$S_{acc} = \{s_1, s_3\}$
  - 状态转移关系：$\Delta = \left\{ \begin{array}{c} s_0 \xrightarrow{[0-9]} s_1,\ s_1 \xrightarrow{[0-9]} s_1,\ s_1 \xrightarrow{.} s_2 \\ s_2 \xrightarrow{[0-9]} s_3,\ s_3 \xrightarrow{[0-9]} s_3 \end{array} \right\}$

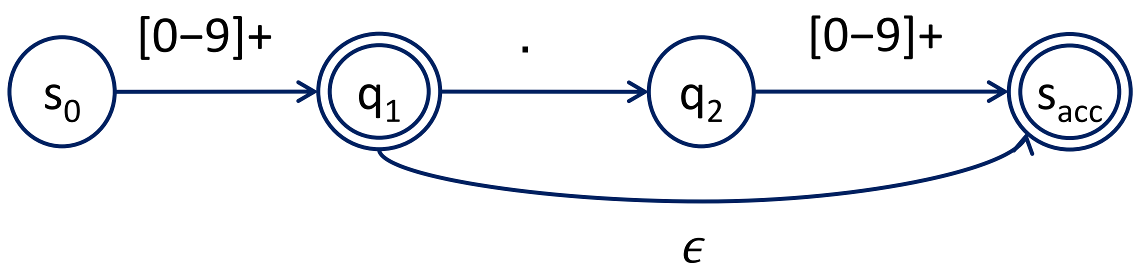


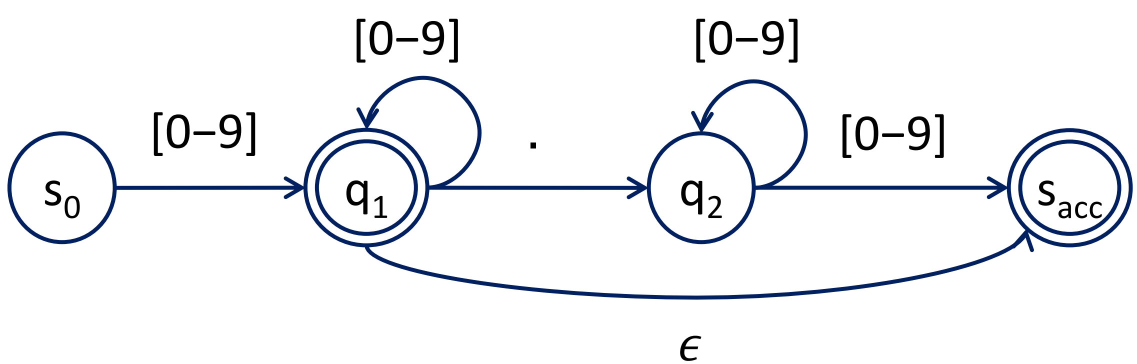
FSA接受字符串的条件

- FSA接受字符串$w = x_1 x_2 \dots x_k \mid x_i \in \Sigma$的充要条件是:
  - 存在序列$s_{t_0} s_{t_1} \dots s_{t_n} \in S$，其中$s_{t_0}$是初始状态，$s_{t_n} \in S_{acc}$
  - 并且$\forall s_{t_{i-1}}, x_i, s_{t_i}, (s_{t_{i-1}}, x_i, s_{t_i}) \in \Delta$
  - 即$\delta\left(\dots \delta\left(\delta\left(s_{t_0}, x_1\right), x_2\right) \dots, x_n\right) \in S_{acc}$
- 反之，则转移至拒绝状态s_{rej}

如何将正则表达式转换为FA?

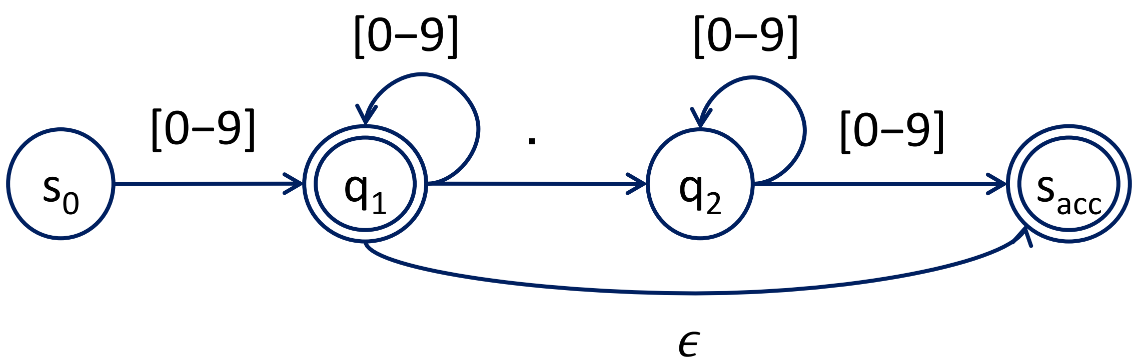
- 如何构造正则表达式 $[0\text{-}9]^+((.[0\text{-}9]^+)\,|\,\epsilon)$对应的FA？





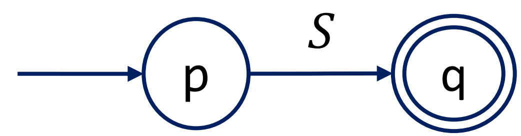
DFA和NFA

- 确定型有穷自动机（Deterministic FSA）
  - 对于FSA的任意一个状态和输入字符，最多只有一条状态转移边
- 非确定型有穷自动机（Nondeterministic FSA）
  - 对于FSA的任意一个状态和输入字符，可能存在多条状态转移边

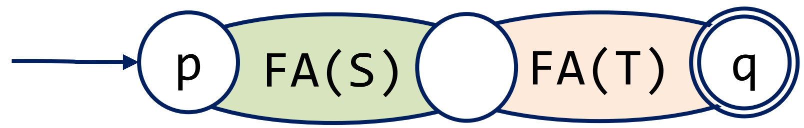


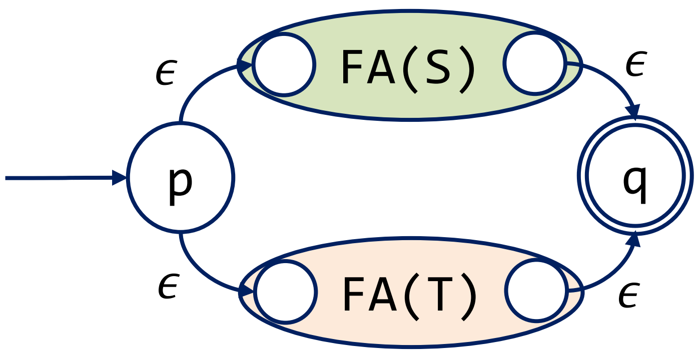
Thompson构造法： McNaughton–Yamada–Thompson

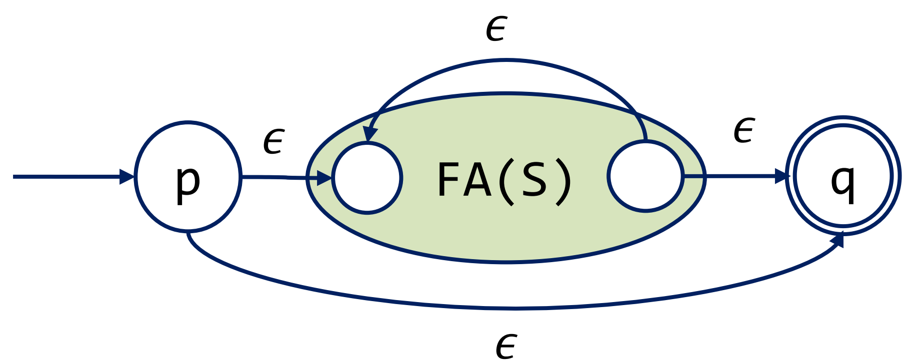
- 将正则表达式递归展开为子表达式（只有一个符号）
  - 语法解析树
- 构造子表达式的NFA



- 根据关系对子表达式的NFA进行合并
  - 选择：$S|T$
  - 连接：ST
  - 闭包：S^*

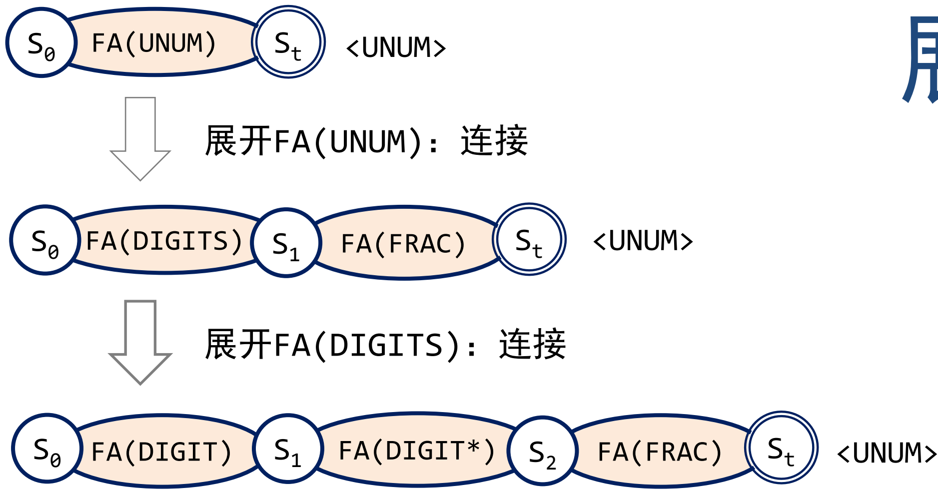


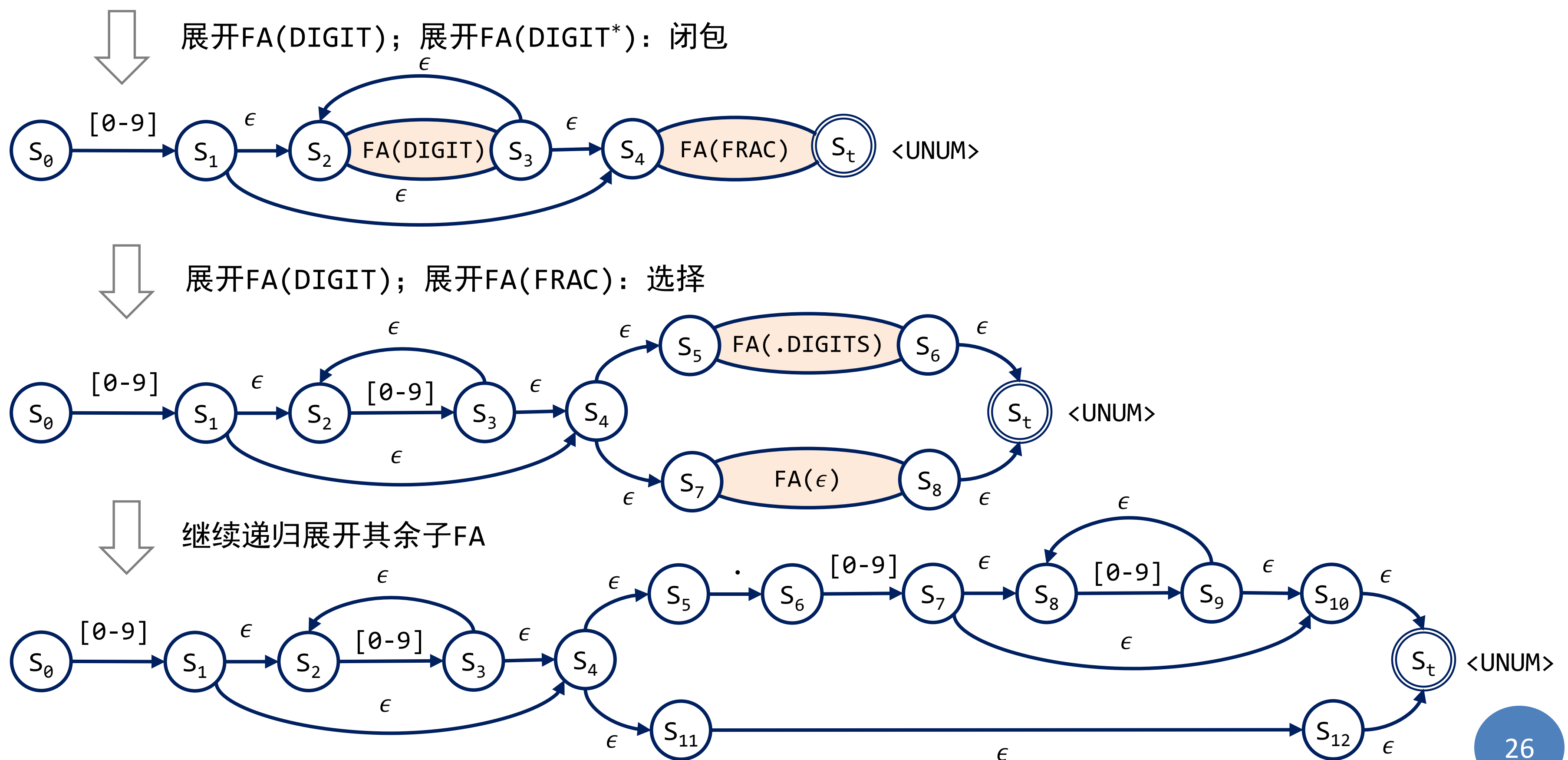




展开过程

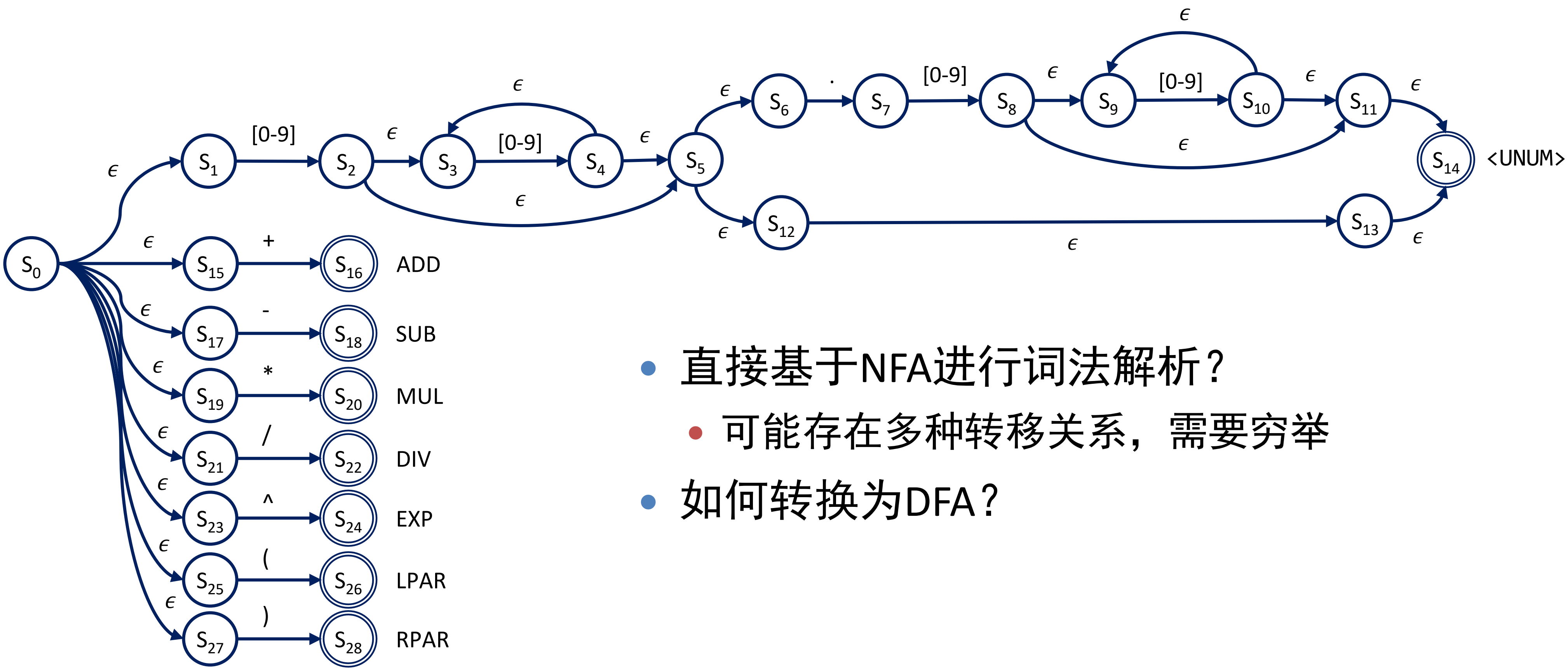
$$
\begin{aligned}
\texttt{DIGIT} &\equiv [0\text{-}9] \\
\texttt{DIGITS} &\equiv \{\texttt{DIGIT}\}\ \{\texttt{DIGIT}\}^* \\
\texttt{FRAC} &\equiv .\{\texttt{DIGITS}\} \mid \epsilon \\
\texttt{UNUM} &\equiv \{\texttt{DIGITS}\}\ \{\texttt{FRAC}\}
\end{aligned}
$$





如何使用一个NFA表示多个正则表达式?

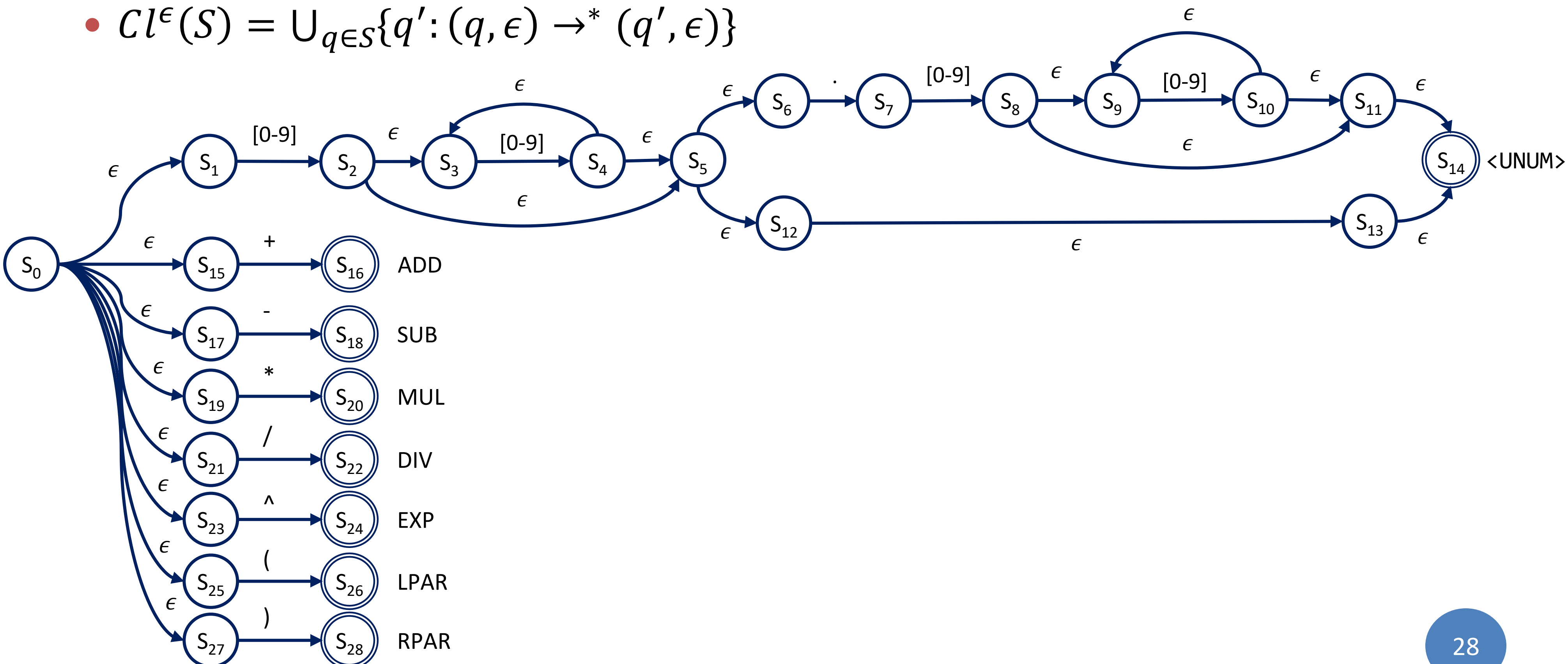
- 使用ϵ转移将多个正则表达式的NFA合并为一个NFA



- 直接基于NFA进行词法解析?
  - 可能存在多种转移关系，需要穷举
- 如何转换为DFA?

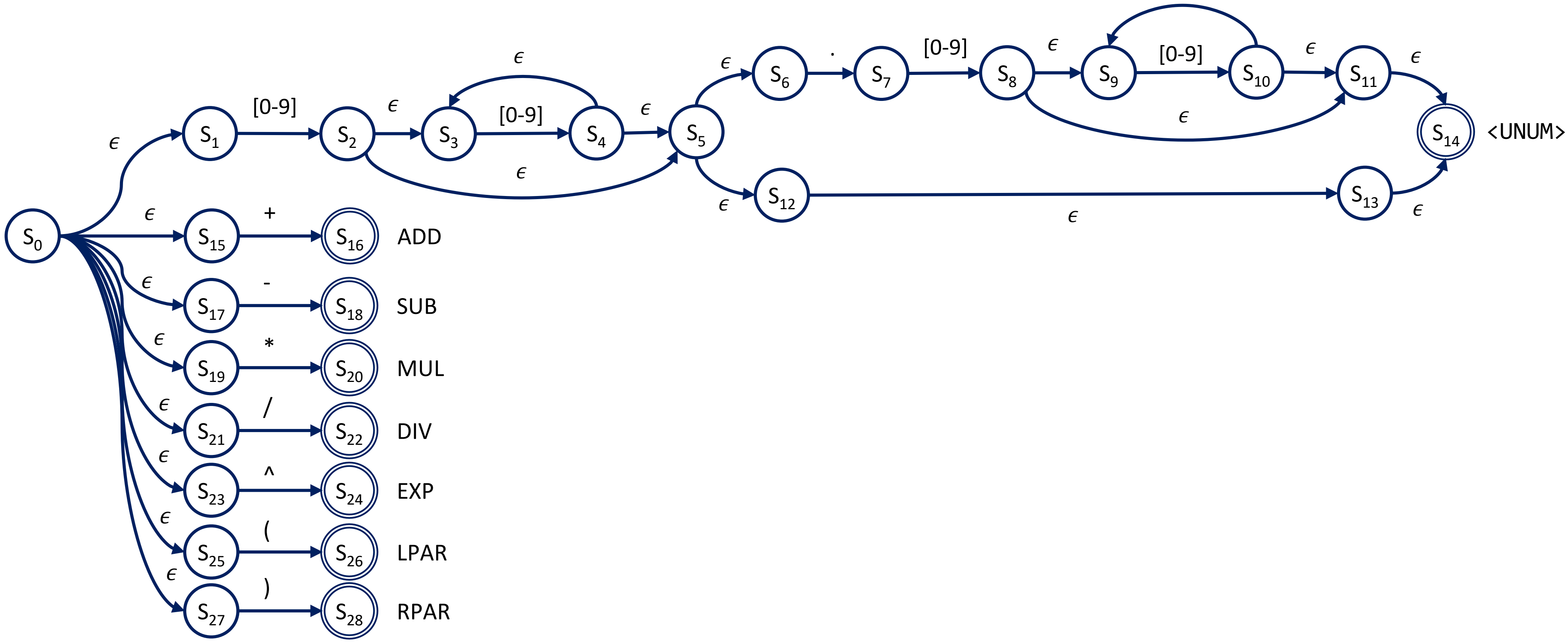
ϵ闭包（closure）

- 状态s_i的ϵ闭包指的是s_i的ϵ-transition的状态集合
  - $Cl^{\epsilon}(s_i) = \cup\{s_j: (s_i, \epsilon) \rightarrow^* (s_j, \epsilon)\}$
  - $Cl^{\epsilon}(s_0) = \{s_0, s_1, s_{15}, s_{17}, s_{19}, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}$
- 状态集S的ϵ闭包指的是S中所有状态的ϵ-transition的状态集合
  - $Cl^{\epsilon}(S) = \cup_{q \in S}\{q': (q, \epsilon) \rightarrow^* (q', \epsilon)\}$



a-transition

- 状态集S接受字符a后状态集的ϵ闭包
  - $\delta(S, a) = Cl^{\epsilon}(\cup_{q \in S}\{q' : (q, a) \to q'\})$
  - $\delta(\{s_0, s_1, s_{15}, s_{17}, s_{19}, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}, 0) = \{s_2, s_3, s_5, s_6, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$

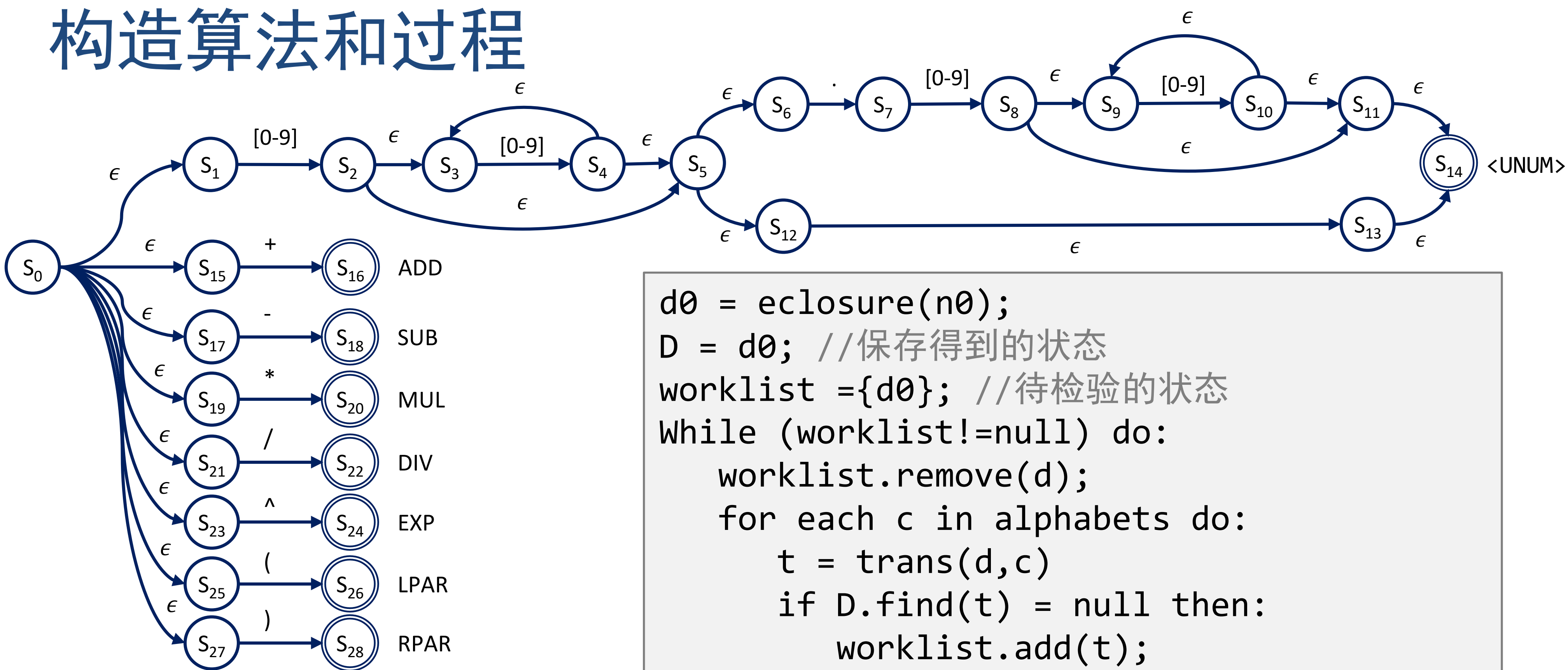


四、词法解析：NFA转DFA

子集构造法

- 给定一个字符集Σ上的NFA $(N, \Delta, n_0, N_{acc})$，它对应的可接受同一语言的DFA $(D, \Delta', d_0, D_{acc})$定义如下：
  - D中的所有状态d_i都是N的一个子集，$D \subseteq 2^N$
  - $d_0 = Cl^{\epsilon}(n_0)$ //d_i均为ϵ闭包
  - $\Delta' = \{d_i \times c \times d_j\}, \forall n_j \in d_j, \exists n_i \in d_i \;\&\; c \in \Sigma,\ \mathrm{s.t.}\ (n_i, c, n_j) \in \Delta\}$
  - $D_{acc} = \{d_i \subseteq D \mid d_i \cap N_{acc} \neq \emptyset\}$

构造算法和过程



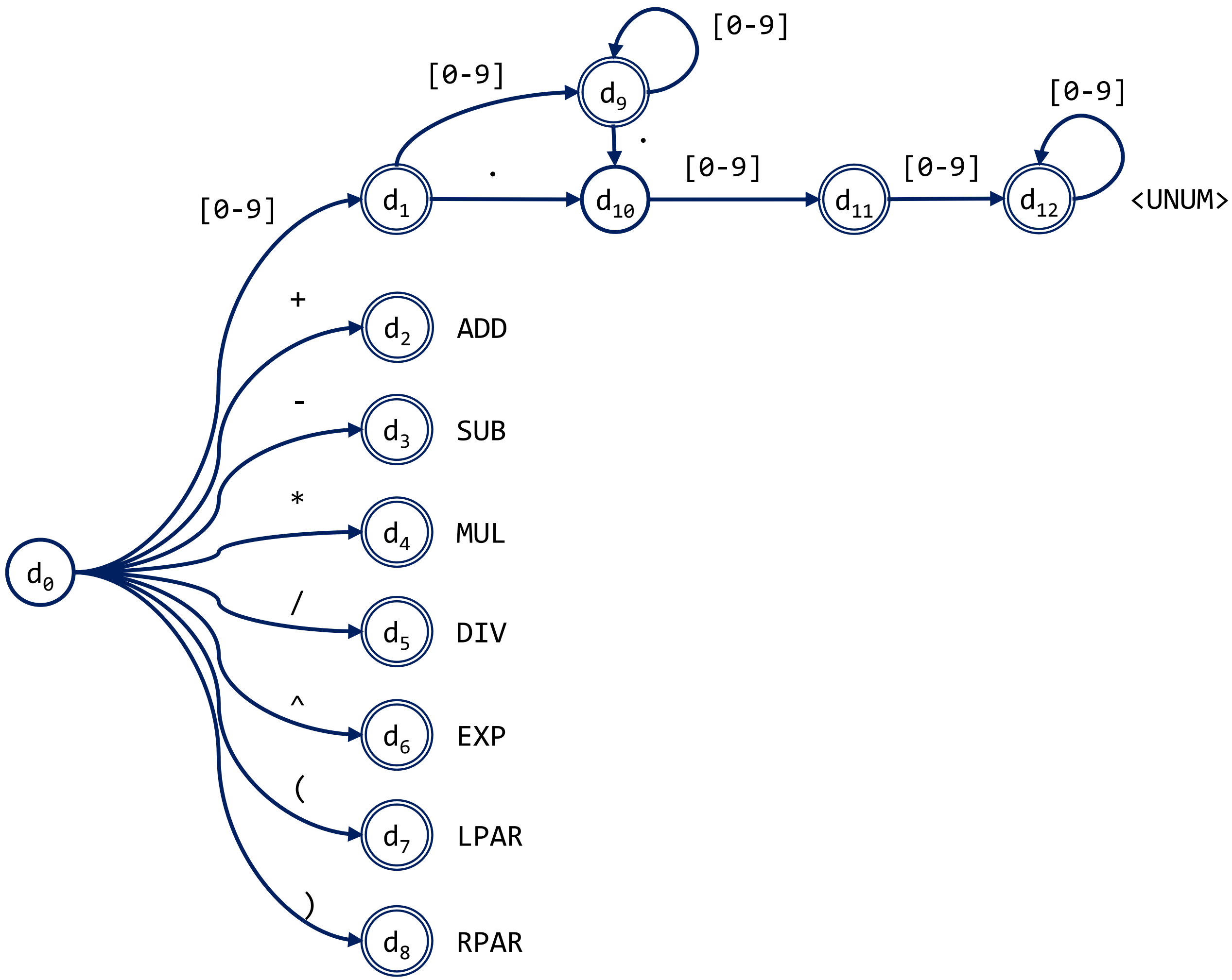

```
d0 = eclosure(n0);
D = d0; //保存得到的状态
worklist ={d0}; //待检验的状态
While (worklist!=null) do:
    worklist.remove(d);
    for each c in alphabets do:
        t = trans(d,c)
        if D.find(t) = null then:
            worklist.add(t);
            D.add(t);
```

DFA	NFA集合	0-9	.	+	-	*	/	^	(	)
d_0	$\{s_0, s_{15}, s_{17}, s_{19}, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}$	d_1:$\{s_2, s_3, s_5, s_6, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$	-	d_2: $\{s_{16}\}$	d_3: $\{s_{18}\}$	d_4: $\{s_{20}\}$	d_5: $\{s_{22}\}$	d_6: $\{s_{24}\}$	d_7: $\{s_{26}\}$	d_8: $\{s_{28}\}$
d_1	$\{s_2, s_3, s_5, s_6, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}$	d_9:$\{s_3, s_4, s_5, s_6, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$	d_{10}: $\{s_7\}$	-	-	-	-	-	-	-
d_2										

结果

DFA	NFA集合	0-9	.	+	-	*	/	^	(	)
d_0	$\{s_0, s_{15}, s_{17}, s_{19}, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}$	d_1	-	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
d_1	$\{s_2, s_3, s_5, s_6, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}$	d_9	d_{10}	-	-	-	-	-	-	-
d_2	$\{s_{16}\}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
d_3	$\{s_{18}\}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
d_4	$\{s_{20}\}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
d_5	$\{s_{22}\}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
d_6	$\{s_{24}\}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
d_7	$\{s_{26}\}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
d_8	$\{s_{28}\}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
d_9	$\{s_3, s_4, s_5, s_6, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$	d_9	d_{10}	-	-	-	-	-	-	-
d_{10}	$\{s_7\}$	d_{11}	-	-	-	-	-	-	-	-
d_{11}	$\{s_8, s_9, s_{11}, s_{14}\}$	d_{12}	-	-	-	-	-	-	-	-
d_{12}	$\{s_9, s_{10}, s_{11}, s_{14}\}$	d_{12}	-	-	-	-	-	-	-	-

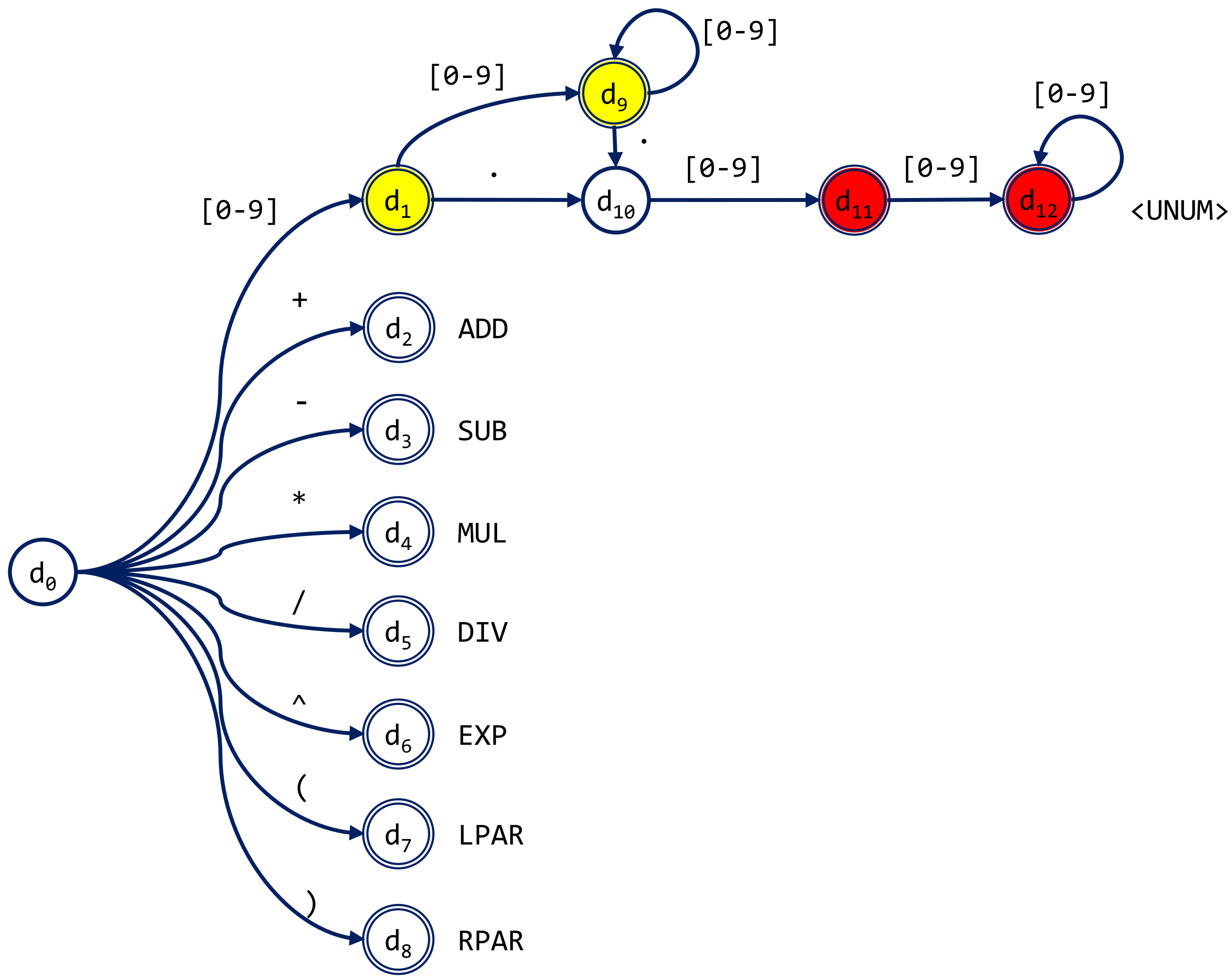
转换后的DFA



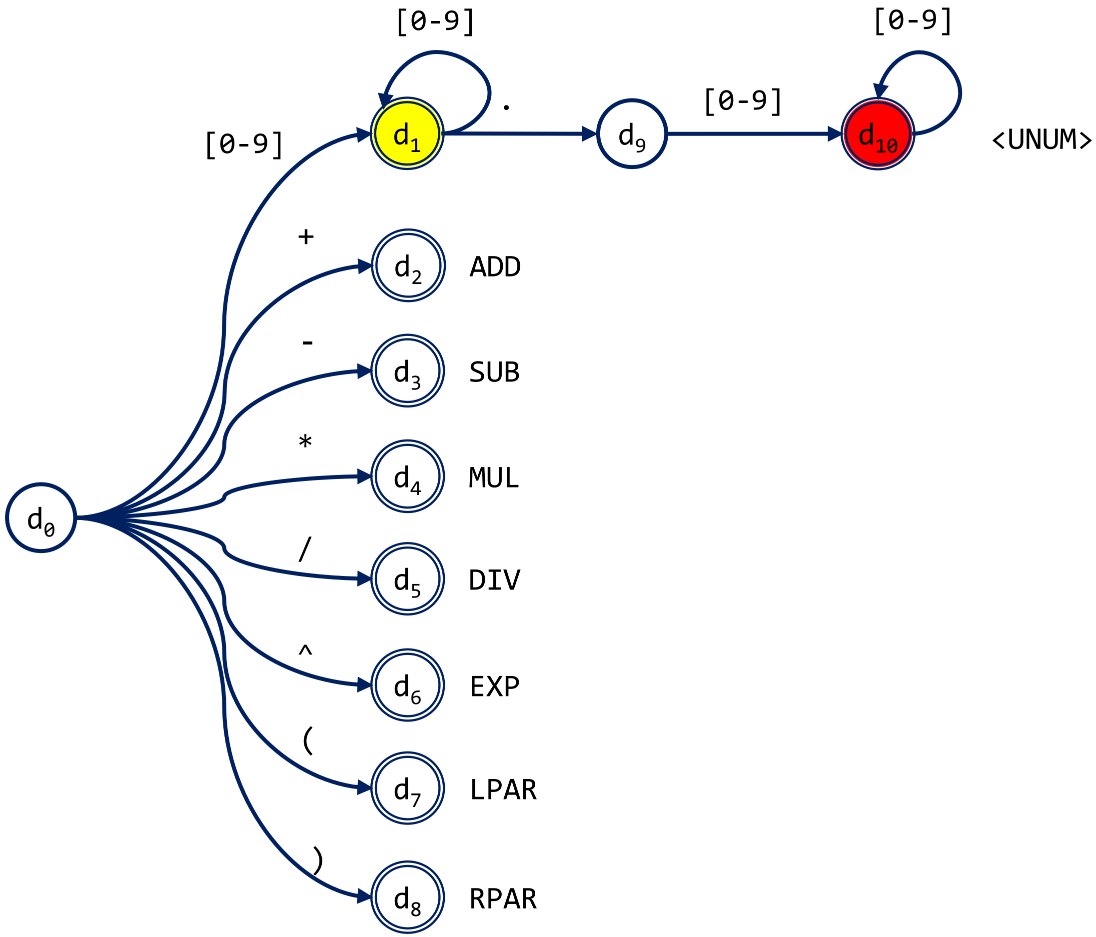
[0-9]
[0-9]
d9
[0-9]
.
.
[0-9]
[0-9]
d1
d10
d11
d12
<UNUM>
[0-9]
+
d2
ADD
-
d3
SUB
*
d4
MUL
d0
/
d5
DIV
^
d6
EXP
(
d7
LPAR
)
d8
RPAR

DFA优化思路：合并同类项

- 对于两个同类型节点d_i和d_j，可以合并的条件是：
  - $\forall c \in \Sigma, \delta(d_i, c) = \delta(d_j, c)$



优化结果


[0-9]
[0-9]
d1
.
d9
[0-9]
d10
[0-9]
<UNUM>
+
d2
ADD
-
d3
SUB
*
d4
MUL
d0
/
d5
DIV
^
d6
EXP
(
d7
LPAR
)
d8
RPAR

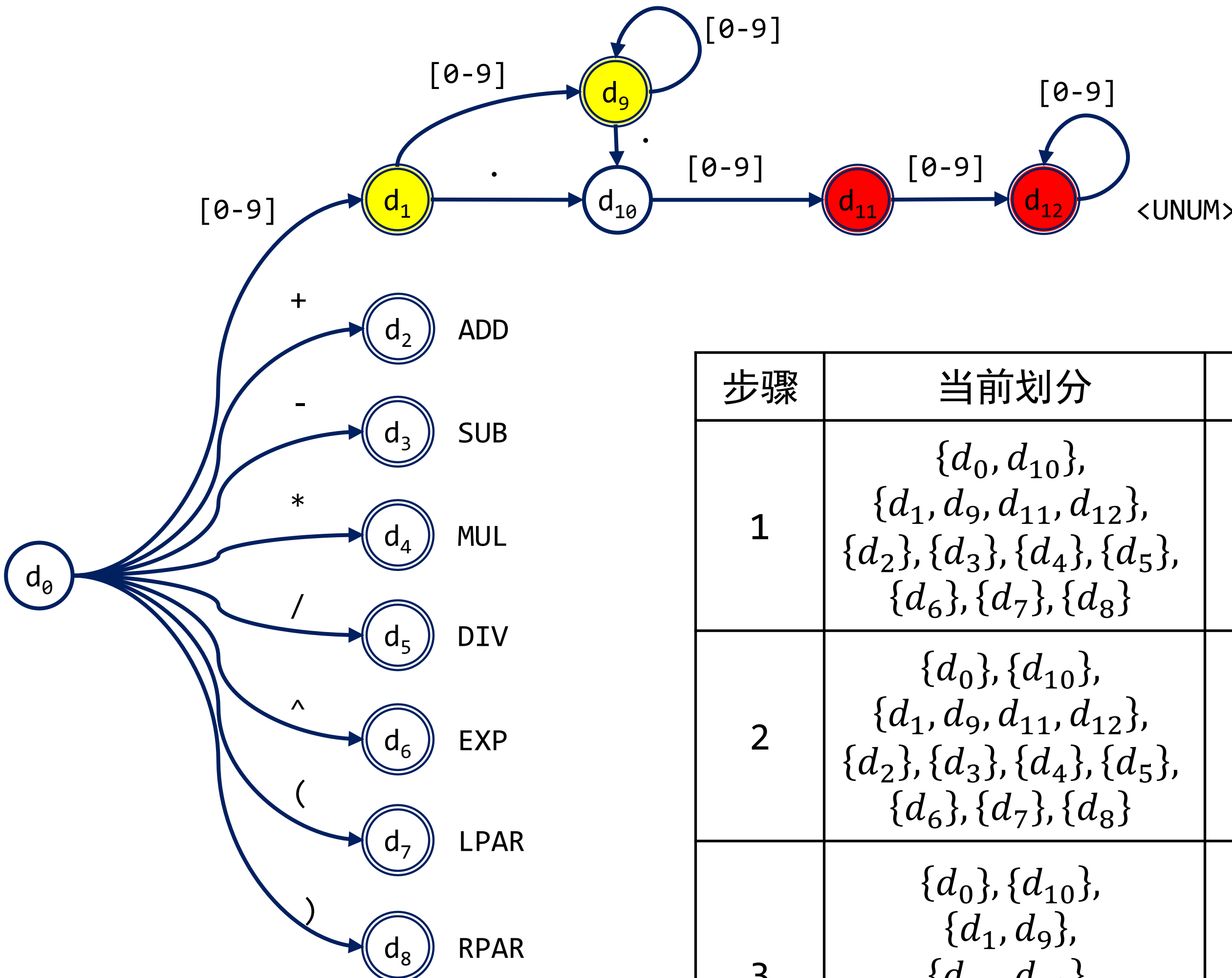
DFA优化思路：Hopcroft分割算法

```
将DFA的状态集合D划分为两个子集：接受状态D_ac和普通状态D\D_ac。
D = {D_ac, D\D_ac};
S = {}
While (S!=D) do:
   S = D;
   D = {};
   foreach s_i ∈ S do:
      D = D ∪ Split (s_i)

Split(s) {
   foreach c in Σ
      if c splits s into {s_1, s_2}
         return {s_1, s_2}
   return s
}
```

- 两个节点d_i和d_j无需split的条件是：$\forall c \in \Sigma, \delta(d_i, c) = \delta(d_j, c)$
- 如果不同的接受状态分别对应不同标签应如何改进算法？

Hopcroft分割算法应用示例



步骤	当前划分	集合	字符	Split
1	$\{d_0, d_{10}\}$, $\{d_1, d_9, d_{11}, d_{12}\}$, $\{d_2\}, \{d_3\}, \{d_4\}, \{d_5\}$, $\{d_6\}, \{d_7\}, \{d_8\}$	$\{d_0, d_{10}\}$	+	$\{d_0\}, \{d_{10}\}$
2	$\{d_0\}, \{d_{10}\}$, $\{d_1, d_9, d_{11}, d_{12}\}$, $\{d_2\}, \{d_3\}, \{d_4\}, \{d_5\}$, $\{d_6\}, \{d_7\}, \{d_8\}$	$\{d_1, d_9, d_{11}, d_{12}\}$	.	$\{d_1, d_9\}$, $\{d_{11}, d_{12}\}$
3	$\{d_0\}, \{d_{10}\}$, $\{d_1, d_9\}$, $\{d_{11}, d_{12}\}$, $\{d_2\}, \{d_3\}, \{d_4\}, \{d_5\}$, $\{d_6\}, \{d_7\}, \{d_8\}$			

NFA/DFA复杂度分析

- 对于正则表达式r来说，如采用Thompson构造法，
  - NFA状态数$\leq |2r|$，边数$\leq |4r|$
  - 解析单个词素x的时间复杂度为$O(|x| \times |r|)$
- 如果转化为DFA：
  - 对应DFA的状态数$\leq |2^{|2r|}|$个
  - 解析单个词素的时间复杂度为$O(|x|)$
- 结论：
  - NFA构造较快，但运行效率低
  - DFA构造耗时，但运行效率高

练习

1) 使用Thompson算法将下列正则表达式转化为NFA
2) 应用子集构造法将NFA转化为DFA
3) 化简上一步得到的DFA

```
<UNUM> := [1-9][0-9]*|0
```

```
<ID> := [a-zA-Z][a-zA-Z0-9]*
```

五、正则语言及其等价性

正则集

- 假设$\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$，则
  - $a|b$表示的语言为：{a,b}（称为正则集）
  - $(a|b)(a|b)$表示的语言为：{aa,ab,bb,ba}
  - a^*表示的语言为：{ϵ,a,aa,aaa,…}
  - $(a|b)^*$表示的语言为：{ϵ,a,b,aa,ab,ba,…}
  - $a|a^*b$表示的语言为：{a,aab,aaab,…}

正则语言及其等价性

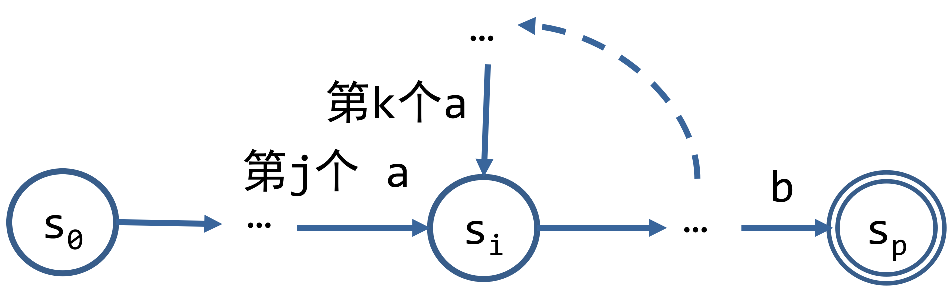
- 正则表达式是一种（表达能力有限的）语言描述方法
- 可用正则表达式描述的语言称为正则语言
- 正则集相等的两个正则表达式等价，如：
  - $a|b = b|a$
  - $(a|b)^* = (a^*|b^*)^*$

练习

- 分析下列正则表达式是否等价？
  - $a^*(a|b)^*a$
  - $\left((\epsilon|a)b^*\right)^*$
  - $b^*(abb^*)^*(a|\epsilon)$

非正则语言

- 不能用正则表达式或有穷自动机表示的语言
- $L = \{a^n b^n, n > 0\}$是不是正则语言？否，证明：
  - 假设DFA可识别该语言，其包含p个状态
  - 假设某词素为$a^q b^q, q > p$
  - 识别该词素需要经过某状态s_i至少两次，分别对应第j和第k个a
  - 该DFA可同时接受$a^q b^q$和$a^{q-k+j} b^q$，推出矛盾
- 结论：正则语言不能计数；不能处理括号匹配问题：$(^*)^*$



正则语言的泵引理（Pumping Lemma）

- 词素数量有限的语言一定是正则语言
- 词素数量无穷多的语言是否为正则语言？
- 某语言$L(r)$是正则语言的必要条件：
  - 任意长度超过p（泵长）的句子都可以被分解为xyz的形式
  - 其中x和z可为空
  - 子句y被重复任意次（如$xyyz$）后得到的句子仍属于该语言