#### COMP130014 编译

# 第四讲: 自顶向下解析

徐辉 xuh@fudan.edu.cn



# 自顶向下解析

- 一、问题定义
- 二、Earley算法
- 三、LL(1)文法和解析

# 一、问题定义

### 自顶向下解析

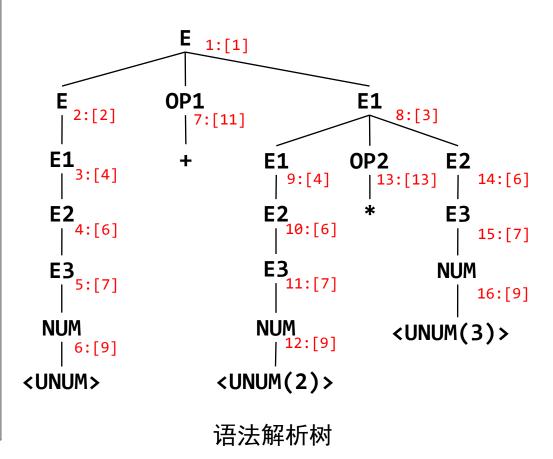
- 已知一套CFG语法规则和待解析的句子
- 应用语法规则(从左至右)逐步展开每个非终结符
  - 如果能得到目标句子=>解析成功
  - 如果不能得到目标句子=>解析失败
- 如无二义性问题,则语法解析树唯一

# 自顶向下解析示例

#### 语法规则:

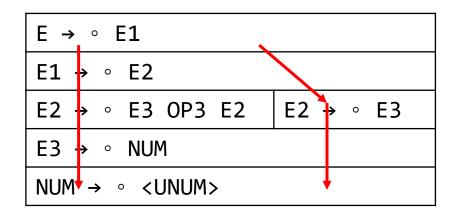
```
[1] E \rightarrow E OP1 E1
[2] E \rightarrow E1
     E1 → E1 OP2 E2
[4] E1 \rightarrow E2
[5] E2 \rightarrow E3 OP3 E2
      E2 \rightarrow E3
     E3 → NUM
[8] E3 \rightarrow '(' E ')'
[9] NUM \rightarrow \langle UNUM \rangle
[10] NUM → '-' <UNUM>
[11] OP1 \rightarrow '+'
[12] OP1 \rightarrow '-'
[13] OP2 \rightarrow '*'
[14] OP2 \rightarrow '/'
[15] OP3 \rightarrow '^'
```

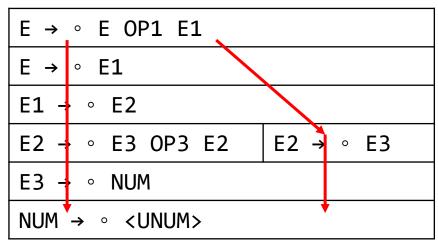
标签流: <UNUM(1)><ADD><UNUM(2)><MUL><UNUM(3)>



#### 如何自动生成语法推导树?

- 关键问题:如何判断当前应采用哪条规则展开?暴力搜索?
- 预测解析: 找出可以生成目标终结符的规则
- 可能存在多种展开方式以及递归问题





# 二、Earley算法

### 解析状态分析

• 规则 $X \to \beta$ 对应 $|\beta| + 1$ 种解析状态(规范项)

```
[1] E \rightarrow E OP1 E1
[2] E \rightarrow E1
[3] E1 \rightarrow E1 OP2 E2
[4] E1 \rightarrow E2
[5] E2 \rightarrow E3 OP3 E2
[6] E2 \rightarrow E3
[7] E3 \rightarrow NUM
[8] E3 \rightarrow '(' E ')'
[9] NUM \rightarrow <UNUM>
[10] NUM → '-' <UNUM>
[11] OP1 \rightarrow '+'
[12] OP1 \rightarrow '-'
[13] OP2 \rightarrow '*'
[14] OP2 \rightarrow '/'
[15] OP3 → '^'
```

```
句柄分析
```

```
[1] E \rightarrow \circ E OP1 E1
[1] E \rightarrow E \circ OP1 E1
[1] E \rightarrow E OP1 \circ E1
[1] E \rightarrow E OP1 E1 \circ
     E → ∘ E1
[2] E \rightarrow E1 \circ
[3] E1 \rightarrow \circ E1 OP2 E2
[3] E1 \rightarrow E1 \circ OP2 E2
[3] E1 \rightarrow E1 OP2 \circ E2
[3] E1 \rightarrow E1 OP2 E2 \circ
```

规范项

#### Earley算法: 通用自顶向下语法分析算法

- 支持递归
- 三种基本操作:
  - **预测**:对于每个规范项 $X \to \alpha \circ Y\beta$ ,根据语法规则展开 $Y \to \circ \gamma$
  - **扫描**: 如果下一个待解析终结符是a,且存在规范项 $X \to \alpha \circ a\beta$ ,则移进a,并将规范项更新为 $X \to \alpha a \circ \beta$
  - 完成:  $Y \to \gamma \circ$  表示完成了产生了符号Y,更新  $X \to \alpha \circ Y \beta$  为 $X \to \alpha Y \circ \beta$

### 解析过程演示

```
[1] E \rightarrow E OP1 E1
[2] E \rightarrow E1
[3] E1 \rightarrow E1 OP2 E2
\lceil 4 \rceil E1 \rightarrow E2
[5] E2 \rightarrow E3 OP3 E2
[6] E2 \rightarrow E3
[7] E3 \rightarrow NUM
[8] E3 \rightarrow '(' E ')'
[9] NUM \rightarrow <UNUM>
[10] NUM → '-' <UNUM>
[11] OP1 \rightarrow '+'
[12] OP1 \rightarrow '-'
[13] OP2 \rightarrow '*'
[14] OP2 \rightarrow '/'
[15] OP3 \rightarrow '^'
```

序号	操作	规范项	起源
s[0]:	• <unum> '+' <unum> '*'</unum></unum>	<unum></unum>	
1	起始状态	E → ∘ E OP1 E1	s[0]
2	起始状态	E → ° E1	s[0]
3	预测2	E1 → ° E1 OP2 E2	s[0]
4	预测2	E1 → ° E2	s[0]
5	预测4	E2 → ∘ E3 OP3 E2	s[0]
6	预测4	E2 → ° E3	s[0]
7	预测5	E3 → ° NUM	s[0]
8	预测5	E3 → ° '(' E ')'	s[0]
9	预测7	NUM → ∘ <unum></unum>	s[0]
10	预测7	NUM → ∘ '-' <unum></unum>	s[0]
s[1]:	<unum> ° '+' <unum> '*'</unum></unum>	<unum></unum>	
1	基于s[0]-9扫描	NUM → <unum> °</unum>	s[0]

序号	操作	规范项	起源	
s[0]: •	<unum> '+' <unum> '*' <unum></unum></unum></unum>	·	•	
1	起始状态	E → ° E OP1 E1	s[0]	
2	起始状态	E → ° E1	s[0]	
3	预测2	E1 → ∘ E1 OP2 E2	s[0]	
4	预测2	E1 → ∘ E2	s[0]	
5	预测4	E2 → ∘ E3 OP3 E2	s[0]	
6	预测4	E2 → ∘ E3	s[0]	
7	预测5	E3 → ∘ NUM	s[0]	
8	预测5	E3 → ° '(' E ')'	s[0]	
9	预测7	NUM → ° <unum></unum>	s[0]	
10	预测7	NUM → ° '-' <unum></unum>	s[0]	
s[1]: <u< td=""><td>NUM&gt; ° '+' <unum> '*' <unum></unum></unum></td><td></td><td></td></u<>	NUM> ° '+' <unum> '*' <unum></unum></unum>			
1	扫描s[0]-9	NUM → <unum> °</unum>	s[0]	
2	基于1更新s[0]-7	E3 → NUM ∘	s[0]	
3	基于2更新s[0]-5	E2 → E3 ∘ OP3 E2	s[0]	
4	基于2更新s[0]-6	E2 → E3 ∘	s[0]	
5	基于4更新s[0]-4	E1 → E2 ∘	s[0]	
6	基于5更新s[0]-2	E → E1 °	s[0]	
7	基于5更新s[0]-3	E1 → E1 ∘ OP2 E2	s[0]	
8	基于6更新s[0]-1	E → E ∘ OP1 E1	s[0] <sub>11</sub>	

序号	操作	规范项	起源					
s[1]: <u< th=""><th colspan="8">s[1]: <unum> ° '+' <unum> '*' <unum></unum></unum></unum></th></u<>	s[1]: <unum> ° '+' <unum> '*' <unum></unum></unum></unum>							
1	扫描s[0]-9	NUM → <unum> °</unum>	s[0]					
2	基于1更新s[0]-7	E3 → NUM ∘	s[0]					
3	基于2更新s[0]-5	E2 → E3 ∘ OP3 E2	s[0]					
4	基于2更新s[0]-6	E2 → E3 ∘	s[0]					
5	基于4更新s[0]-4	E1 → E2 °	s[0]					
6	基于5更新s[0]-2	E → E1 °	s[0]					
7	基于5更新s[0]-3	E1 → E1 ∘ OP2 E2	s[0]					
8	基于6更新s[0]-1	E → E ∘ OP1 E1	s[0]					
9	预测3	OP3 → ° '^'	s[1]					
10	预测7	OP2 → ° '*'	s[1]					
11	预测7	OP2 → ° '/'	s[1]					
12	预测8	OP1 → ° '+'	s[1]					
13	预测8	OP1 → ° '-'	s[1]					
s[2]: <ui< td=""><td>NUM&gt; '+' • <unum> '*' <unum></unum></unum></td><td></td><td></td></ui<>	NUM> '+' • <unum> '*' <unum></unum></unum>							
1	扫描s[1]-12	OP1 → '+' ∘	s[1]					
2								
3								

序号	操作	规范项	起源					
s[2]: <u< td=""><td colspan="8">s[2]: <unum> '+' • <unum> '*' <unum></unum></unum></unum></td></u<>	s[2]: <unum> '+' • <unum> '*' <unum></unum></unum></unum>							
1	扫描s[1]-12	OP1 → '+' ∘	s[1]					
2	基于1更新s[1]-8	E → E OP1 ∘ E1	s[0]					
3	预测2	E1 → ° E1 OP2 E2	s[2]					
4	预测2	E1 → ° E2	s[2]					
5	预测4	E2 → ° E3 OP3 E2	s[2]					
6	预测4	E2 → ° E3	s[2]					
7	预测5	E3 → ° NUM	s[2]					
8	预测5	E3 → ° '(' E ')'	s[2]					
9	预测7	NUM → ° <unum></unum>	s[2]					
10	预测7	NUM → ° '-' <unum></unum>	s[2]					
s[3]: <u< td=""><td>JNUM&gt; '+' <unum> ° '*' <unum></unum></unum></td><td>•</td><td></td></u<>	JNUM> '+' <unum> ° '*' <unum></unum></unum>	•						
1	扫描s[2]-9	NUM → <unum> °</unum>	s[2]					
2	基于1更新s[2]-7	E3 → NUM ∘	s[2]					
3	基于2更新s[2]-5	E2 → E3 ∘ OP3 E2	s[2]					
4	基于2更新s[2]-6	E2 → E3 °	s[2]					
5	基于4更新s[2]-4	E1 → E2 °	s[2]					
6	基于5更新s[2]-2	E → E OP1 E1 °	s[0]					
7	基于5更新s[2]-3	E1 → E1 ∘ OP2 E2	s[2]					
8			13					

序号	操作	规范项	起源				
s[3]: <u< td=""><td colspan="7">s[3]: <unum> '+' <unum> ° '*' <unum></unum></unum></unum></td></u<>	s[3]: <unum> '+' <unum> ° '*' <unum></unum></unum></unum>						
1	扫描s[2]-9	NUM → <unum> °</unum>	s[2]				
2	基于1更新s[2]-7	E3 → NUM∘	s[2]				
3	基于2更新s[2]-5	E2 → E3 ∘ OP3 E2	s[2]				
4	基于2更新s[2]-6	E2 → E3 ∘	s[2]				
5	基于4更新s[2]-4	E1 → E2 ∘	s[2]				
6	基于5更新s[2]-2	E → E OP1 E1 ∘	s[0]				
7	基于5更新s[2]-3	E1 → E1 ∘ OP2 E2	s[2]				
8	预测3	OP3 → ° '^'	s[3]				
9	预测7	OP2 → ° '*'	s[3]				
10	预测7	OP2 → ° '/'	s[3]				
s[4]: <un< td=""><td>NUM&gt; '+' <unum> '*' ° <unum></unum></unum></td><td></td><td></td></un<>	NUM> '+' <unum> '*' ° <unum></unum></unum>						
1	扫描s[3]-9	OP2 → ° '*'	s[3]				
2	基于1更新s[3]-7	E1 → E1 OP2 ∘ E2	s[2]				
3	预测2	E2 → ° E3 OP3 E2	s[4]				
4	预测2	E2 → ° E3	s[4]				
5	预测3	E3 → ° NUM	s[4]				
6	预测3	E3 → ° '(' E ')'	s[4]				
7	预测5	NUM → ° <unum></unum>	s[4]				
8	预测5	NUM → ° '-' <unum></unum>	s[4] <sub>14</sub>				

序号	操作	规范项	起源			
s[5]: <un< th=""><th colspan="6">s[5]: <unum> '+' <unum> '*' <unum> °</unum></unum></unum></th></un<>	s[5]: <unum> '+' <unum> '*' <unum> °</unum></unum></unum>					
1	扫描s[4]-7	NUM → <unum> °</unum>	s[4]			
2	基于1更新s[4]-5	E3 → NUM ∘	s[4]			
3	基于2更新s[4]-3	E2 → E3 ∘ OP3 E2	s[4]			
4	基于2更新s[4]-4	E2 → E3 °	s[4]			
5	基于4更新s[4]-2	E1 → E1 OP2 E2 ∘	s[2]			
6	基于5更新s[2]-2	E → E OP1 E1 °	s[0]			

# 练习

• 使用Earley算法解析: 1\*(2+-3)

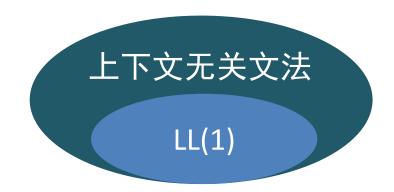
#### Earley算法复杂度分析

- 1) O(句子长度\*规则个数\*规则长度)?
- 2) O(句子长度<sup>2</sup> \* 规则个数 \* 规则长度)?
- 3) O(句子长度3 \* 规则个数 \* 规则长度)?
- 4) 其它?

# 三、LL(1)文法和解析

### 通过限制文法复杂度提升解析效率

- LL(1)文法的基本要求:
  - 无左递归
  - 无回溯
- LL(1)文法: Left-to-Right, Leftmost, 前瞻一个字符无回溯
- LL(k)文法: Left-to-Right, Leftmost, 前瞻k个字符无回溯



### 左递归问题

- 一条规则中右侧的第一个符号与左侧符号相同
- 可能导致搜索算法无限递归,不终止

```
[1] E \rightarrow E OP1 E1
[2] E \rightarrow E1
[3] E1 \rightarrow E1 OP2 E2
[4] E1 \rightarrow E2
[5] E2 \rightarrow E3 OP3 E2
[6] E2 \rightarrow E3
[7] E3 \rightarrow NUM
[8] E3 \rightarrow '(' E ')'
[9] NUM \rightarrow <UNUM>
[10] NUM → '-' <UNUM>
[11] OP1 \rightarrow '+'
[12] OP1 \rightarrow '-'
[13] OP2 \rightarrow '*'
[14] OP2 \rightarrow '/'
[15] OP3 → '^'
```

#### 消除左递归

- 改写语法规则,使新旧规则等价:
  - 1) 引入新的非终结符E',使其可以为 $\epsilon$
  - 2) 将递归规则之外的产生式右侧置于E'之前
  - 3) 为E'构造产生式,使新旧规则等价

$$\begin{bmatrix}
E \to E & \alpha \\
E \to \beta \\
E \to \gamma
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
E \to \beta & E' \\
E \to \gamma & E' \\
E' \to \alpha & E' \\
E' \to \epsilon
\end{bmatrix}$$

$$\{\beta \alpha, \gamma \alpha, \beta \alpha \alpha, \gamma \alpha \alpha, \ldots\}$$

#### 应用

```
[1] E \rightarrow E OP1 E1
[2] E \rightarrow E1
[3] E1 \rightarrow E1 OP2 E2
\lceil 4 \rceil E1 \rightarrow E2
[5] E2 \rightarrow E3 OP3 E2
[6] E2 \rightarrow E3
[7] E3 \rightarrow NUM
[8] E3 \rightarrow '(' E ')'
[9] NUM \rightarrow \langle UNUM \rangle
[10] NUM \rightarrow '-' <UNUM>
[11] OP1 \rightarrow '+'
[12] OP1 \rightarrow '-'
[13] OP2 \rightarrow '*'
[14] OP2 \rightarrow '/'
[15] OP3 \rightarrow '^'
```

#### 消除左递归

```
[1] E \rightarrow E1 E'
[2] E' → OP1 E1 E'
[3] E' \rightarrow \epsilon
[4] E1 \rightarrow E2 E1'
[5] E1' → OP2 E2 E1'
[6] E1' \rightarrow \epsilon
[7] E2 \rightarrow E3 OP3 E2
[8] E2 \rightarrow E3
[9] E3 \rightarrow NUM
[10] E3 \rightarrow '(' E ')'
[11] NUM \rightarrow <UNUM>
[12] NUM \rightarrow '-' <UNUM>
[13] OP1 \rightarrow '+'
[14] OP1 \rightarrow '-'
[15] OP2 \rightarrow '*'
[16] OP2 \rightarrow '/'
[17] OP3 \rightarrow '^'
```

# 注意间接左递归问题

### 无回溯语法

- 任意非终结符的任意两个产生式生成的首个终结符均不同
- 前瞻一个终结符总能选择正确的规则
- 消除语法规则选择时的不确定性, 避免回溯

[1] 
$$S \to \alpha \to \cdots \to a\gamma$$
  
[2]  $S \to \beta \to \cdots \to b\delta$ 

# 消除回溯: 提取左因子

- 改写语法规则, 使新旧规则等价:
  - 对一组生成式提取共同前缀,置于新非终结符E'之前
  - 为E'编写生成式规则,使新旧规则等价

$$E \to \alpha \beta_1 |\alpha \beta_2| \dots |\alpha \beta_n| \gamma_1 |\dots| \gamma_j \qquad \qquad \qquad E \to \alpha E' |\gamma_1| \dots |\gamma_j| \\ E' \to \beta_1 |\beta_2| \dots |\beta_n|$$

#### 应用

```
[1] E \rightarrow E1 E'
[2] E' \rightarrow OP1 E1 E'
[3] E' \rightarrow \epsilon
[4] E1 \rightarrow E2 E1'
[5] E1' \rightarrow OP2 E2 E1'
[6] E1' \rightarrow \epsilon
[7] E2 \rightarrow E3 OP3 E2
[8] E2 \rightarrow E3
[9] E3 \rightarrow NUM
[10] E3 \rightarrow '(' E ')'
[11] NUM \rightarrow <UNUM>
[12] NUM \rightarrow '-' <UNUM>
[13] OP1 \rightarrow '+'
[14] OP1 \rightarrow '-'
[15] OP2 \rightarrow '*'
[16] OP2 \rightarrow '/'
[17] OP3 \rightarrow '^'
```

消除回溯

```
[1] E \rightarrow E1 E'
[2] E' \rightarrow OP1 E1 E'
[3] E' \rightarrow \epsilon
[4] E1 \rightarrow E2 E1'
[5] E1' \rightarrow OP2 E2 E1'
[6] E1' \rightarrow \epsilon
[7] E2 \rightarrow E3 E2'
[8] E2' → OP3 E2
[9] E2' \rightarrow \epsilon
[10] E3 \rightarrow NUM
[11] E3 \rightarrow '(' E ')'
[12] NUM \rightarrow <UNUM>
[13] NUM \rightarrow '-' <UNUM>
[14] OP1 \rightarrow '+'
[15] OP1 \rightarrow '-'
[16] OP2 \rightarrow '*'
[17] OP2 \rightarrow '/'
[18] OP3 \rightarrow '^'
```

## First集合计算

- 对于生成式 $X \rightarrow \beta_1 \beta_2 ... \beta_n$  来说:
  - 如果  $\epsilon \notin First(\beta_1)$ ,则 $First(X) = First(\beta_1)$
  - 如果  $\epsilon \in First(\beta_1)$ & ... & $\epsilon \in First(\beta_i)$ , 则 $First(X) = First(\beta_1) \cup \cdots \cup First(\beta_{i+1})$

	<unum></unum>	'+'	'-'	'*'	'/'	'^'	'('	')'	ε
E	[1]		[1]				[1]		
E'		[2]	[2]						[3]
E1	[4]		[4]				[4]		
E1'				[5]	[5]				[6]
E2	[7]		[7]				[7]		
E2'						[8]			[9]
E3	[10]		[10]				[11]		
NUM	[12]		[13]						
OP1		[14]	[15]						
OP2				[16]	[17]				
OP3						[18]			

#### Follow集合计算

• 如果存在规则 $X \to \epsilon$ ,选择规则时需要考虑X之后紧跟的字符

$$First^{+}(X \to \beta) = \begin{cases} First(\beta), & if \epsilon \notin First(\beta) \\ First(\beta) \cup Follow(X), & otherwise \end{cases}$$

```
[1] E → E1 E'
[2] E' → OP1 E1 E'
[3] E' \rightarrow \epsilon
[4] E1 → E2 E1'
[5] E1' → OP2 E2 E1'
[6] E1' \rightarrow \epsilon
[7] E2 → E3 E2'
[8] E2' \rightarrow OP3 E2
[9] E2' \rightarrow \epsilon
[10] E3 → NUM
[11] E3 → '(' E ')'
[12] NUM \rightarrow \langle UNUM \rangle
[13] NUM → '-' <UNUM>
[14] OP1 \rightarrow '+'
[15] OP1 → '-'
[16] OP2 \rightarrow '*'
[17] OP2 \rightarrow '/'
[18] OP3 → '^'
```

	<unum></unum>	'+'	'-'	'*'	'/'	171	'('	')'	€
E	[1]		[1]				[1]		
E'		[2]	[2]					[3]	[3]
E1	[4]		[4]		$\lceil Fol$	low(E')	) = Followskip	ow(E)	
E1'		[6]	[6]	[5]	[5]			[6]	[6]
E2	Follo	w(E1')	= Foll	ow(E1	) = Fir	$st^+(E')$	[7]		
E2'		[9]	[9]	[9]	[9]	[8]		[9]	[9]
E3	Follo	ow(E2')	() = Fol	llow(E	(2) = Fi	$rst^+(E$	1') 1]		
NUM	[12]		[13]						
OP1		[14]	[15]						
OP2				[16]	[17]				
OP3						[18]			

# 基于First+集合得到解析表

- 解析表每一个单元格最多只有一条可选规则
- 无回溯语法特性:  $\forall 1 \leq i, j \leq n, First^+(X \rightarrow \beta_i) \cap First^+(X \rightarrow \beta_j) = \emptyset$

	<unum></unum>	'+'	'-'	'*'	'/'	171	'('	')'
E	[1]		[1]				[1]	
E'		[2]	[2]					[3]
E1	[4]		[4]				[4]	
E1'		[6]	[6]	[5]	[5]			[6]
E2	[7]		[7]				[7]	
E2'		[9]	[9]	[9]	[9]	[8]		[9]
E3	[10]		[10]				[11]	
NUM	[12]		[13]					
OP1		[14]	[15]					
OP2				[16]	[17]			
OP3						[18]		

# LL(1)解析表应用示例

```
[1] E \rightarrow E1 E'
     E' → OP1 E1 E'
     E' \rightarrow \epsilon
     E1 → E2 E1'
     E1' → OP2 E2 E1'
     E1' \rightarrow \epsilon
     E2 → E3 E2'
     E2' → OP3 E2
[9] E2' \rightarrow \epsilon
[10] E3 \rightarrow NUM
      E3 → '(' E
      NUM → <UNUM>
      NUM → '-' <UNUM>
      OP1 → '+'
      0P1 →
[15]
[16]
      OP2 →
[18]
```

```
标签流:
            <UNUM(1)><ADD><UNUM(2)><MUL><UNUM(3)>
                   1:[1] E
        2:[4]
             E1
                            8:[2]
                                E1 <sub>10:[4]</sub>
                 E1'
                       OP1
   3:[7]
                          9:[14]
              7:[6]
                                              E1'<sub>15:[5]</sub>
                               E2
4:[10] E3
                                  11:[7]
                                                           E1'
                                 E2'
                                         OP2
                                                 E2
5:[12] NUM
                      12:[10]
                                    14:[9]
 <UNUM(1)>
                                                      E2'
                                               E3
                           NUM
                      13:[12]
                      <UNUM(2)>
                                               NUM
                                                       \epsilon
                                          <UNUM(3)>
                        语法解析树
                                                          30
```

#### LL(1)算法复杂度分析

- 1) O(句子长度 \* 规则个数)?
- 2) O(句子长度\*解析表行数)?
- 3) 其它?

#### 练习

• 将正则表达式CFG改写为LL(1)语法并写出解析表

```
[1] REGEX → REGEX '|' CONCAT

[2] REGEX → CONCAT

[3] CONCAT → CONCAT CLOSURE

[4] CONCAT → CLOSURE

[5] CLOSURE → CLOSURE '*'

[6] CLOSURE → ITEM

[7] ITEM → '(' REGEX ')'

[8] ITEM → <CHAR>
```