

Derivatives By Antonio Tox(a)icity

Antonio Tox(a)icity

10 декабря 2024 г.

Дорогие читатели, это глава пятая (5), часть первая (1) дневника моих походов по матану.

Сегодня я хотел бы обсудить с вами очень важную в математическом анализе тему: ПРОИЗВОДНАЯ. Давайте начнём с нескольких простых табличных примеров:

$$(x + x)'_x = 2 \quad (1)$$

$$(x - x)'_x = 0 \quad (2)$$

$$(x^{10})'_x = 10 \cdot x^9 \quad (3)$$

$$(5^x)'_x = \ln(5) \cdot 5^x \quad (4)$$

$$(x^x)'_x = x^x \cdot (\ln(x) + x \cdot \frac{1}{x}) \quad (5)$$

$$(e^x)'_x = e^x \quad (6)$$

$$(\ln(x))'_x = \frac{1}{x} \quad (7)$$

$$(\log_2(x))'_x = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{x} \quad (8)$$

$$(\sin(x))'_x = \cos(x) \quad (9)$$

$$(\cos(x))'_x = -1 \cdot \sin(x) \quad (10)$$

$$(\tan(x))'_x = \frac{1}{(\cos(x))^2} \quad (11)$$

$$(ctg(x))'_x = \frac{-1}{(\sin(x))^2} \quad (12)$$

$$(sh(x))'_x = ch(x) \quad (13)$$

$$(ch(x))'_x = sh(x) \quad (14)$$

$$(th(x))'_x = \frac{1}{(ch(x))^2} \quad (15)$$

$$(cth(x))'_x = \frac{-1}{(sh(x))^2} \quad (16)$$

$$(\arcsin(x))'_x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (17)$$

$$(\arccos(x))'_x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (18)$$

$$(\arctan(x))'_x = \frac{1}{1+x^2} \quad (19)$$

$$(\text{arcctg}(x))'_x = \frac{-1}{1+x^2} \quad (20)$$

$$(\text{arcsh}(x))'_x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \quad (21)$$

$$(\text{arcch}(x))'_x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \quad (22)$$

$$(\text{arcth}(x))'_x = \frac{1}{1-x^2} \quad (23)$$

$$(\text{arccth}(x))'_x = \frac{1}{1-x^2} \quad (24)$$

Так, теперь, когда вы разобрались с основой устройства языка Fortran, а также поняли, что такое интеграл, предлагаю рассмотреть более интересные случаи применения формулы Ньютона-Лейбница:

$$(\ln(\cos(e^{\text{arcth}(x^{\frac{1}{2}})})))'_x = \frac{-1 \cdot e^{\text{arcth}(\sqrt{x})} \cdot \frac{0.5 \cdot x^{-0.5}}{1-(\sqrt{x})^2} \cdot \sin(e^{\text{arcth}(\sqrt{x})})}{\cos(e^{\text{arcth}(\sqrt{x})})} \quad (25)$$

Я надеюсь, вам всё понятно? Отлично [растянутое 'о'], тогда продолжайте.

Теперь нам необходимо разобраться с теоремой Больцано-Коши. Она формулируется так:

$$(\log_{x^1+x^0}(x^2+x^1+x^0))'_x = \frac{\frac{2 \cdot x+1}{x^2+x+1} \cdot \ln(x+1) - \ln(x^2+x+1) \cdot \frac{1}{x+1}}{(\ln(x+1))^2} \quad (26)$$

Давайте докажем её? Начнём с очевидного тождества:

$$((sh(ch(\frac{4}{x})))^{20})'_x = \frac{-4}{x^2} \cdot sh(\frac{4}{x}) \cdot ch(ch(\frac{4}{x})) \cdot 20 \cdot (sh(ch(\frac{4}{x})))^{19} \quad (27)$$

Из этого следует такое равенство:

$$(e^{e^{e^{e^{e^{3 \cdot x}}}}})'_x = e^{e^{e^{e^{e^{3 \cdot x}}}}} \cdot e^{e^{e^{e^{3 \cdot x}}}} \cdot e^{e^{e^{3 \cdot x}}} \cdot e^{e^{3 \cdot x}} \cdot e^{3 \cdot x} \cdot 3 \quad (28)$$

Его можно ещё записать так:

$$(e^{3^x \cdot 4^{\frac{1}{x}}})'_x = e^{3^x \cdot 4^{\frac{1}{x}}} \cdot (\ln(3) \cdot 3^x \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 3^x \cdot \frac{-1}{x^2} \cdot \ln(4) \cdot 4^{\frac{1}{x}}) \quad (29)$$

Попробуем упростить ещё? Что ж, отличная идея!

$$(\log_{10}(10))'_x = 0 \quad (30)$$

Теперь теорема Лагранжа о среднем доказана! Я вас поздравляю!

Однако рано радоваться, поскольку нам требуется раскрыть ещё одну великую тайну!!!

Загадка следующая: почему следующее равенство не является опровержением Великой теоремы Ферма?

$$(\arccos(th(\ln(2))))'_x = 0 \quad (31)$$