



## ANNEXE 1

# PRÉSENTATION DU MODÈLE-JOUET DE L'INSEE POUR ÉTUDIER LE CAPITAL ÉCHOUÉ DANS LE CADRE DE LA TRANSITION ÉCOLOGIQUE

---

*Riyad Abbas, Nicolas Carnot, Matthieu Lequien, Alain Quartier-la-Tente et Sébastien Roux*

## Introduction

Le modèle<sup>1</sup> vise à représenter la décarbonation du système productif français induite par la transition énergétique. Pour cela, une dichotomie stylisée du capital est proposée : celui-ci est soit brun, émissif de gaz à effet de serre (GES), soit vert, non émissif, dans le cadre d'un modèle-jouet à la Ramsey à une seule région (la France). L'idée est de s'intéresser à la vitesse de la transition du brun au vert, en fonction des politiques climatiques conduites, se traduisant par des objectifs d'émissions de GES choisis, et en tenant compte de la possibilité d'un échouage du capital brun (consistant ici à en mettre tout ou partie au rebut, et non seulement à ajuster son taux d'utilisation, comme dans Rozenberg *et al.*, 2017<sup>2</sup>). Qu'implique le respect de ces objectifs pour l'évolution des flux d'investissements et des stocks de capital, brun et vert, dans les prochaines décennies ? En particulier, qu'en est-il de l'échouage du capital brun : faudra-t-il en mettre une partie prématurément au rebut pour atteindre les cibles climatiques ?

---

<sup>1</sup> Cette annexe décrit en détail le modèle stylisé présenté dans l'encadré « Quelques enseignements d'un modèle stylisé de décarbonation par le capital » du rapport de synthèse [Les incidences économiques de l'action pour le climat](#).

<sup>2</sup> Rozenberg J., Vogt-Schilb A. et Hallegatte S. (2017), « [Instrument choice and stranded assets in the transition to clean capital](#) », Inter-American Development Bank Working Paper, n° IDB-WP-782, mars.

## Présentation du modèle

### Secteur productif

Il existe un seul bien final, produit par la combinaison de trois intrants, les capitaux, brun et vert, et le travail. L'année  $t$ , la quantité produite de bien final est  $Y_t = F(K_{t-1}^b, K_{t-1}^v, \bar{L})$ . La croissance démographique étant supposée nulle, la population demeure constante dans le temps, et reste égale au niveau  $\bar{L}$ . Dans notre choix de modélisation, les deux formes de capital ne sont pas exclusives l'une de l'autre : elles co-existent dans l'économie. À l'équilibre, leur part respective dépend de leur productivité spécifique et de leur substituabilité (voir partie « Calibrage » *infra*). Sur le plan environnemental, le processus productif émet des GES, et cela du seul fait du capital brun déjà installé, le vert n'émettant pas. Ainsi  $e_t = e_b K_{t-1}^b$ , où  $e_t$  représente le flux total d'émissions et  $e_b$  l'émissivité par unité de capital brun.

Pour prendre en compte l'existence de puits de carbone, une partie du capital brun est considérée comme « protégée », c'est-à-dire que sa quantité est maintenue constante dans le temps et est calculée de sorte à ce que les émissions qui en émanent saturant le puits de carbone national. Une fois déprécié, il est systématiquement remplacé. On note  $\underline{K}^b$  le capital brun protégé, tandis que le non protégé est noté  $\tilde{K}_t^b$ . On a donc :  $K_t^b = \tilde{K}_t^b + \underline{K}^b$ .

Chaque année  $t$ , le capital, brun comme vert, est soumis à la dynamique suivante :

- une fraction  $\delta$  du capital disparaît ;
- un investissement  $I_t^i$  ( $i = b, v$ ) a lieu et une partie du capital brun ( $\phi_t^b$ ) est mise au rebut (capitaux échoués). Le niveau d'investissement en capital brun se compose de deux parties : l'une,  $\underline{I}^b = \delta \underline{K}^b$ , ne sert qu'au renouvellement du capital brun protégé, qui n'est pas concerné par l'échouage ; l'autre,  $\tilde{I}_t^b$ , est l'investissement dans le capital brun non protégé, si bien que  $I_t^b = \tilde{I}_t^b + \underline{I}^b$ .

### Contraintes sur les émissions

Les ambitions en matière de lutte contre le réchauffement climatique sont représentées sous la forme de contraintes sur les émissions nettes de GES. Leur introduction favorise le capital vert au détriment du capital brun dans le processus productif.

Trois types de contraintes sont considérées :

- une contrainte de zéro émission nette (ZEN) à partir de l'année  $T_E$  :  $K_t^b = \underline{K}^b, t \geq T_E$ ,  
 $\phi_{T_E} = K_{T_E-1}^b - \underline{K}^b$  ;

- un budget carbone, sur les émissions nettes cumulées, compatible avec une limitation du réchauffement climatique à moins de 1,5 °C ou de 2 °C :

$$\sum_{t=t_0}^{T_E} e_t \leq E_{max}$$

où  $t_0$  est la date d'introduction de la contrainte dans l'économie. Dans les applications, nous partons de  $t_0 = 2019$  ;

- des contrainte(s) sur le flux des émissions l'année  $tl$ , telle(s) que  $e_{tl} \leq \underline{e}_{tl}$ .  
Par exemple, « Fit for 55 » pour 2030 :  $e_{2030} \leq 0,45 \times e_{1990}$ .

Ces contraintes sont aussi une manière indirecte de prendre en compte le coût des dommages liés au changement climatique, non explicitement modélisé. En effet, c'est précisément pour atténuer ce coût qu'il est rationnel d'investir dans le verdissement du système productif.

### Programme du planificateur social

On suppose que les décisions d'investissement et de consommation sont prises par un planificateur social, qui maximise la somme intertemporelle actualisée des utilités tirées de la consommation à chaque date ( $u(C_t)$ ), sous les contraintes suivantes :

- l'équilibre ressources – emplois ;
- l'accumulation du capital ;
- une ou plusieurs contraintes sur les émissions nettes (voir *supra*).

L'équilibre est atteint, par résolution du programme suivant, assorti des contraintes précisées ci-dessous.

$$\begin{aligned} & - \max_{\substack{\tilde{I}_1^b, \dots, \tilde{I}_{T_E}^b \geq 0 \\ \phi_1^b, \dots, \phi_{T_E}^b \geq 0 \\ I_1^v, \dots, I_{T_E}^v \geq 0}} \sum_{t=t_0}^{+\infty} \frac{u(C_t)}{(1+\rho)^{t-t_0}} \end{aligned}$$

- Équilibre ressources-emplois :

$$F(K_{t-1}^b - \phi_t^b, K_{t-1}^v, \bar{L}) = C_t + \tilde{I}_t^b + I_t^v + \delta \underline{K}^b$$

Ce qui est produit à l'aide du capital installé (duquel on enlève le capital échoué  $\phi_t^b$ ) est utilisé pour la consommation et pour investir en capital brun ou vert à la date courante.

- Accumulation des capitaux brun et vert :

$$\begin{cases} K_t^b = \tilde{K}_t^b + \underline{K}^b \\ \tilde{K}_t^b = (1 - \delta)(\tilde{K}_{t-1}^b - \phi_t^b) + \tilde{I}_t^b \\ K_t^v = (1 - \delta)K_{t-1}^v + I_t^v \end{cases}$$

Ces équations décrivent la dynamique d'accumulation du capital brun non protégé et du capital vert. Le capital brun protégé reste constant et son investissement ne sert qu'à le renouveler.

- Contraintes carbone :

- contrainte ZEN :  $\phi_{T_E-1}^b = \tilde{K}_{T_E-1}^b$  avec  $\tilde{K}_t^b = \tilde{I}_t^b = \phi_t^b = 0$ ,  $K_t^b = \underline{K}^b, \forall t \geq T_E$  ;
- contrainte(s) ponctuelle(s) sur les émissions annuelles :  $e_{tl} \leq \dot{e}_{tl}$ ,  $\phi_{tl-1}^b = \max\left(\tilde{K}_{t-1}^b - \frac{\dot{e}_{tl}}{e_b}, 0\right)$  ;
- budget carbone à ne pas dépasser :  $\sum_{t=t_0}^{T_E} e_t \leq E_{max}$  avec  $e_t = e_b K_{t-1}^b$ .

### Solutions stationnaires

L'économie est supposée se trouver dans un équilibre stationnaire, avant  $t_0$ , dans lequel capitaux brun et vert coexistent. Leurs niveaux respectifs,  $K_0^v$  et  $K_0^b$ , sont solutions des équations :

$$\rho + \delta = \frac{\partial F}{\partial K^b}(K_0^b, K_0^v) = \frac{\partial F}{\partial K^v}(K_0^b, K_0^v)$$

Au début de  $t_0 + 1$ , l'économie se trouve dans un état stationnaire. Mais les contraintes carbone sont révélées avant de prendre les décisions d'investissement et de consommation, qui les prennent en compte et font sortir l'économie de son état stationnaire.

Entre  $t_0 + 1$  et  $T_E$ , les différentes contraintes carbone peuvent s'appliquer (notamment ponctuelles), générant des chocs dans l'économie l'empêchant de revenir vers un état stationnaire.

Au-delà de  $T_E$ , la contrainte de ZEN s'impose et l'environnement devient stable. Le seul capital brun restant est le capital brun protégé ( $\underline{K}^b$ ), qui sature le puits de carbone. À long terme, un nouvel état stationnaire est atteint, tel que l'investissement total maintient la consommation constante. Le capital vert ainsi obtenu ( $K_\infty^v$ ) est solution de l'équation :

$$\rho + \delta = \frac{\partial F}{\partial K^v}(\underline{K}^b, K_\infty^v)$$

### Coût marginal d'abattement

Le coût marginal d'abattement correspond à la baisse de la production à laquelle il faut consentir pour réduire d'une tonne les émissions de GES. D'après le modèle, on peut l'écrire ainsi l'année  $t$  :

$$CA_t = \frac{\sum_{s=t}^{\infty} \left( \frac{1-\delta}{1+\rho} \right)^{s-t} \left( \frac{\partial F}{\partial K^b}(K_s^b, K_s^v) - \frac{\partial F}{\partial K^v}(K_s^b, K_s^v) \right)}{\sum_{s=t}^{\infty} (1-\delta)^{s-t} e_b}$$

Par conséquent, il est nul à l'état stationnaire de départ, car :  $\frac{\partial F}{\partial K^b}(K_0^b, K_0^v) = \frac{\partial F}{\partial K^v}(K_0^b, K_0^v)$ .

Enfin, à l'état stationnaire de long terme, il s'écrit :

$$CA_{\infty} = \frac{\delta}{e_b} \frac{(1+\rho)}{(\rho+\delta)} \left( \frac{\partial F}{\partial K^b}(\underline{K}^b, K_{\infty}^v) - \frac{\partial F}{\partial K^v}(\underline{K}^b, K_{\infty}^v) \right)$$

Ainsi, plus la quantité de capital brun installée est faible, plus il est coûteux d'abattre une tonne supplémentaire de GES.

### Résolution numérique

La résolution du programme du planificateur se fait par une approximation numérique, inspirée de Mercenier et Michel (1994)<sup>1</sup>. Il s'agit d'utiliser l'équivalence asymptotique entre ce programme et un autre, défini en temps fini.

Dans ce cadre (et ci-après dans le cas où on n'introduit pas les contraintes climatiques), le programme du planificateur s'étend sur une séquence de moments finis  $t(1), \dots, t(N)$ , avec  $N \rightarrow +\infty$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\substack{0 \leq i_{t(1)}^b, \dots, i_{t(N)}^b \leq 1 \\ 0 \leq i_{t(1)}^v, \dots, i_{t(N)}^v \leq 1}} \sum_{n=1}^N \alpha_n u \left( (1 - i_{t(n)}^b)(1 - i_{t(n)}^v) F(K_{t(n-1)}^b, K_{t(n-1)}^v) \right) + \frac{\alpha_N}{\rho} u \left( F(K_{t(N)}^b, K_{t(N)}^v) \right) \\ K_{t(n+1)}^b - K_{t(n)}^b = \Delta_n \left( -\delta K_{t(n)}^b + i_{t(n)}^b F(K_{t(n-1)}^b, K_{t(n-1)}^v) \right) \\ K_{t(n+1)}^v - K_{t(n)}^v = \Delta_n \left( -\delta K_{t(n)}^v + (1 - i_{t(n)}^b) i_{t(n)}^v F(K_{t(n-1)}^b, K_{t(n-1)}^v) \right) \end{array} \right.$$

où  $\Delta_n = t(n+1) - t(n)$ , et  $\alpha_{n+1} = \frac{\alpha_n}{1+\rho\Delta_n}$ , le dernier niveau de consommation atteint correspondant à celui obtenu dans le cas où le niveau de capital resterait constant et que les investissements ne feraient plus que compenser la dépréciation du capital.

<sup>1</sup> Mercenier J. et Michel P. (1994), « Discrete-time finite horizon approximation of infinite horizon optimization problems with steady-state invariance », *Econometrica*, vol. 62(3), mai, p. 635-556.

D'après Mercenier et Michel (1994), ce programme est asymptotiquement équivalent à celui exprimé plus haut.

Il existe une manière optimale de déterminer les pas de temps  $t(n)$ , en linéarisant le modèle autour de sa solution stationnaire. Néanmoins dans la pratique on choisit de faire coïncider le début de la séquence aux années comprises entre l'année de base, 2019, et la première année à zéro émission nette,  $T_E$ . Au-delà de cette date, on fait vieillir le modèle année après année, jusqu'en 2120, ce qui assure la convergence du modèle vers sa solution stationnaire.

## Calibrage

### Les formes fonctionnelles

La fonction de production prend comme intrants les capitaux brun et vert ainsi que le travail :  $Y = F(k(K^b, K^v), \bar{L})$ , avec  $F(k, \bar{L}) = k^\alpha \bar{L}^{1-\alpha}$ ,  $\bar{L} = 1$ , par normalisation, et  $k$  est la fonction de capital synthétique. On fait l'hypothèse que celle-ci combine les capitaux brun et vert selon une technologie CES à élasticité de substitution  $\sigma$ . Ainsi :

$$Y = F(k(K^b, K^v), 1) = \left[ \left( (a_b K^b)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (a_v K^v)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \right]^\alpha$$

La forme CES autorise la coexistence du brun et du vert dans les investissements.

Pour l'utilité, on choisit :  $u(C) = \ln(C)$ . La concavité des fonctions de production et d'utilité garantit l'existence d'une solution stationnaire au programme du planificateur et la convergence vers cette solution.

### Initialisation et paramètres structurels

**Tableau A1 – Initialisation du PIB, du capital et des émissions de GES**

Variable	Niveau en 2019
PIB	2 426 Md €
Capital brun	7 333 Md €
Capital vert	815 Md €
Émissions de GES	434 MtCO <sub>2</sub> eq

Source : Insee, calcul des auteurs

Les niveaux de PIB et de capital net fixe installé total ont été initialisés à partir des données de la comptabilité nationale pour 2019. En revanche, la part du capital vert dans le capital total a été fixée *a priori* à 10 %, en attendant une estimation ultérieure plus fine, fondée sur l'analyse du compte de patrimoine par branche. Les émissions totales de GES en 2019 sont tirées de l'inventaire national (SDES, 2021).

Rapportées au PIB, elles permettent de calculer le coefficient d'émissivité du capital brun  $e_b$ . Pour le choix de l'élasticité de substitution  $\sigma$  entre capital brun et capital vert, on suit Papageorgiou *et al.* (2017) en la fixant à 3. Le paramètre  $\alpha$  peut, lui, être déduit des valeurs du PIB et des quantités de capitaux brun et vert à l'année de base :

$$\alpha = \frac{(\rho + \delta)(K_{2019}^b + K_{2019}^v)}{Y_{2019}}$$

Les valeurs des paramètres  $a_b$  et  $a_v$  peuvent être obtenues à partir des conditions du premier ordre à l'état stationnaire initial :

$$\ln a_b = \frac{1}{\alpha} \ln Y_{t_0} + \frac{1}{\sigma - 1} \ln K_{t_0}^b - \frac{\sigma}{\sigma - 1} \ln (K_{t_0}^b + K_{t_0}^v)$$

$$\ln a_v = \frac{1}{\alpha} \ln Y_{t_0} - \frac{\sigma}{\sigma - 1} \ln (K_{t_0}^b + K_{t_0}^v) + \frac{1}{\sigma - 1} \ln K_{t_0}^v$$

Pour le taux de dépréciation du capital, une valeur de 5 % est retenue, proche de celle que l'on peut estimer à partir des données de comptabilité nationale, en rapportant la consommation de capital fixe au capital fixe en 2019. Un taux d'actualisation de 2,5 % est choisi.

**Tableau A2 – Initialisation des paramètres structurels**

Paramètres structurels	Valeur
$\sigma$	3
$e_b$	0,05
$\alpha$	0,25
$a_b$	3,92
$a_v$	1,31
$\rho$	0,025
$\delta$	0,05

Source : calcul des auteurs

## Premiers résultats

Quatre principaux scénarios de transition, avec différents objectifs de réduction des émissions, sont évalués grâce au modèle-jouet :

- 1) zéro émission nette de GES à partir de 2050 ;
- 2) scénario 1 + cible intermédiaire de baisse des émissions nettes en 2030 de 55 % par rapport à 1990 (« Fit for 55 ») ;
- 3) scénario 1 + respect d'un budget carbone compatible avec un réchauffement de 1,5 °C ;
- 4) scénario 1 + cibles intermédiaires de baisse des émissions nettes tous les cinq ans, calibrées de sorte que le budget carbone de 1,5 °C est respecté.

Le budget carbone retenu est de 4,4 GtCO<sub>2</sub>eq. Il est déduit du budget carbone global, compatible avec une limitation du réchauffement à 1,5 °C, proposé par le Giec (2022), par application de la part de la France dans la population mondiale en 2019.

### **Scénario 1 – Zéro émission nette à partir de 2050**

Les investissements bruns commencent à baisser dès 2020, mais c'est seulement au début de la décennie 2030 qu'ils s'effondrent véritablement, pour tomber, en 2032, au niveau qui assure juste le renouvellement du capital brun protégé. L'évolution de l'investissement vert se fait en sens inverse. Alors qu'il est stable dans la décennie 2020, il connaît un « décollage » au début des années 2030, avec une accélération à l'approche de 2050 afin d'atténuer la baisse de la consommation qu'induirait l'échouage important du capital brun en 2049. En effet, celui-ci provoque une brusque décarbonation de l'économie et une forte réduction des capacités de production, qui doit être compensée par davantage de capital vert.

La transition du brun au vert est donc tardive : ce n'est qu'au bout d'une décennie que la contrainte ZEN 2050 enclenche vraiment le mouvement de transition.

Finalement, production et consommation baissent significativement en 2050, par rapport à 2019. La transition vers l'objectif ZEN induit donc une réduction de la consommation, et le surcroît d'investissement vert ne suffit pas à empêcher la production de baisser.

Au regard du budget carbone, l'objectif ZEN paraît insuffisant, puisqu'en 2050 plus de 9 GtCO<sub>2</sub>eq ont été émises, en net, soit plus du double du budget. Celui-ci est même déjà quasi épuisé en 2030.

### **Scénario 2 – Zéro émission nette à partir de 2050 + « Fit for 55 » en 2030**

L'ajout d'une cible intermédiaire en 2030 sur les émissions entraîne une baisse rapide de l'investissement brun, dont le niveau n'assure plus que le renouvellement du capital brun protégé dès le milieu des années 2020. Au même moment, l'investissement vert augmente. Il y a donc une avancée de la transition, qui est plus précoce que dans le scénario 1.



Néanmoins, le caractère ponctuel de la cible en 2030 génère un effet pervers. En effet, une fois que le capital brun s'est suffisamment déprécié pour satisfaire la nouvelle contrainte, il redevient rentable d'investir dans le brun pour quelques années encore. En résulte une trajectoire en dents de scie : l'investissement brun disparaît dans un premier temps, avant de réapparaître une fois que la contrainte ponctuelle se fait moins sentir.

L'objectif « Fit for 55 » ne permet pas non plus de respecter le budget carbone, puisque plus de 8 GtCO<sub>2</sub>eq sont émises en net en 2050, soit près de deux fois le budget.

### ***Scénario 3 – Zéro émission nette à partir de 2050 + budget carbone***

L'ajout d'un budget carbone contraignant accélère la transition observée dans le scénario 1. Dès 2020, l'investissement brun disparaît tandis que l'investissement vert décolle. Concernant l'échouage du capital, il a maintenant lieu à deux moments : une fois, la première année, entraînant une forte baisse du capital brun, et une seconde fois en 2049, à la veille de la neutralité carbone.

Dans ce scénario, la baisse de l'investissement brun est sans retour. Une fois qu'il a atteint son niveau minimal, il n'y a plus d'incitation à le relancer.

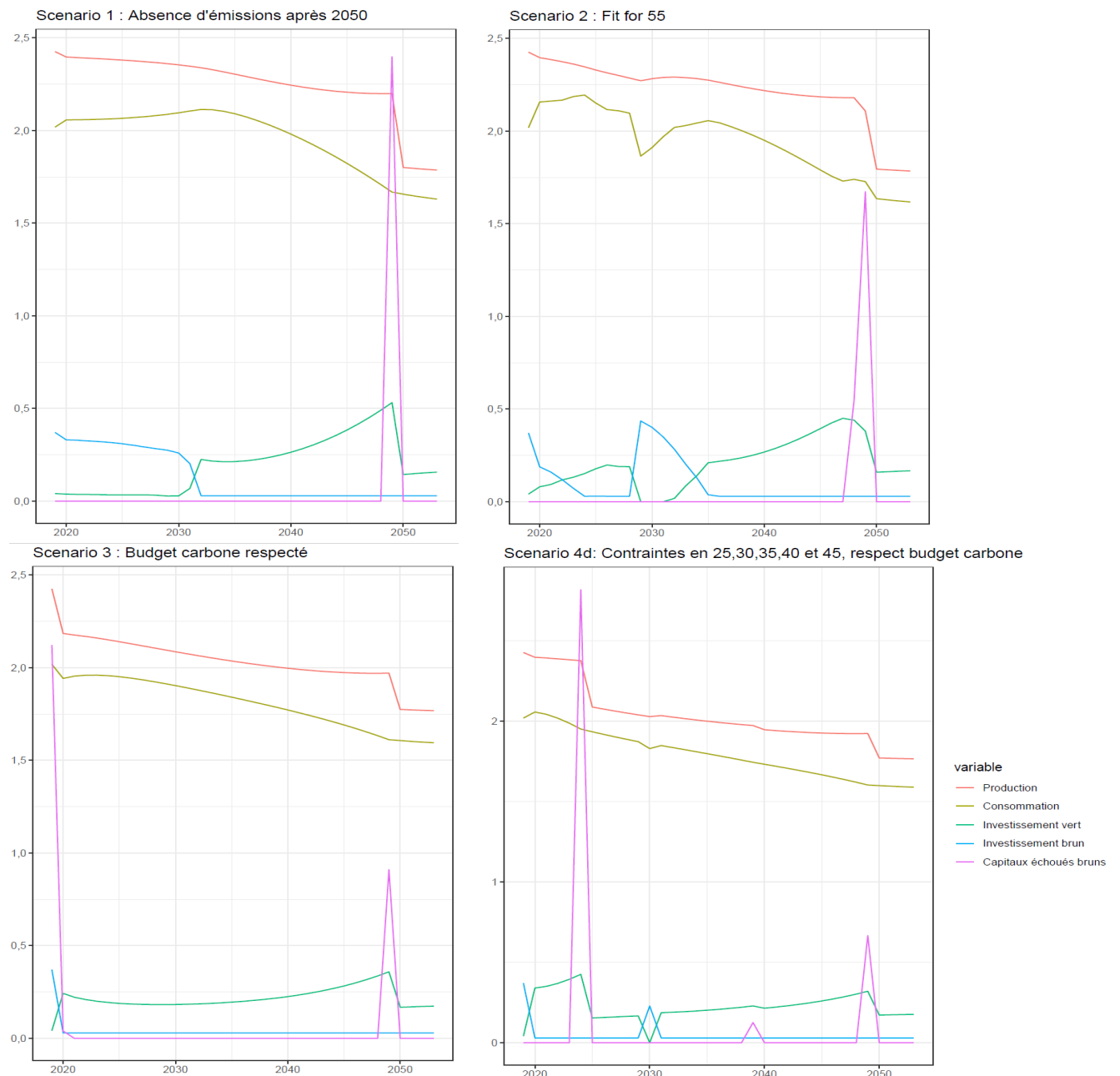
### ***Scénario 4 – Zéro émission nette à partir de 2050 + cibles intermédiaires tous les cinq ans compatibles avec le respect du budget carbone***

Ce scénario illustre la difficulté de faire respecter le budget carbone par l'utilisation de cibles d'émissions intermédiaires, y compris quand elles sont fixées à intervalle rapproché de cinq ans.

En effet, la forme de trajectoire en dents de scie, déjà observée dans le scénario 2, est ici encore plus marquée. D'abord pour l'investissement brun, qui disparaît dans la décennie 2020 (hors renouvellement du capital protégé) avant de réapparaître ponctuellement en 2030, puis de disparaître à nouveau. Ensuite pour l'investissement vert, qui connaît un essor au début des années 2020, disparaît en 2030, avant de croître à nouveau jusqu'en 2050. Enfin pour l'échouage du capital, qui se déroule ici en trois temps : en 2024, de manière très importante, un peu en 2039, et de manière significative en 2049, juste avant l'atteinte de la neutralité carbone.

Les cibles ponctuelles se révèlent être un outil délicat à ajuster pour le planificateur, en vue de respecter le budget carbone, et encore plus s'il souhaite éviter une évolution des investissements en dents de scie.

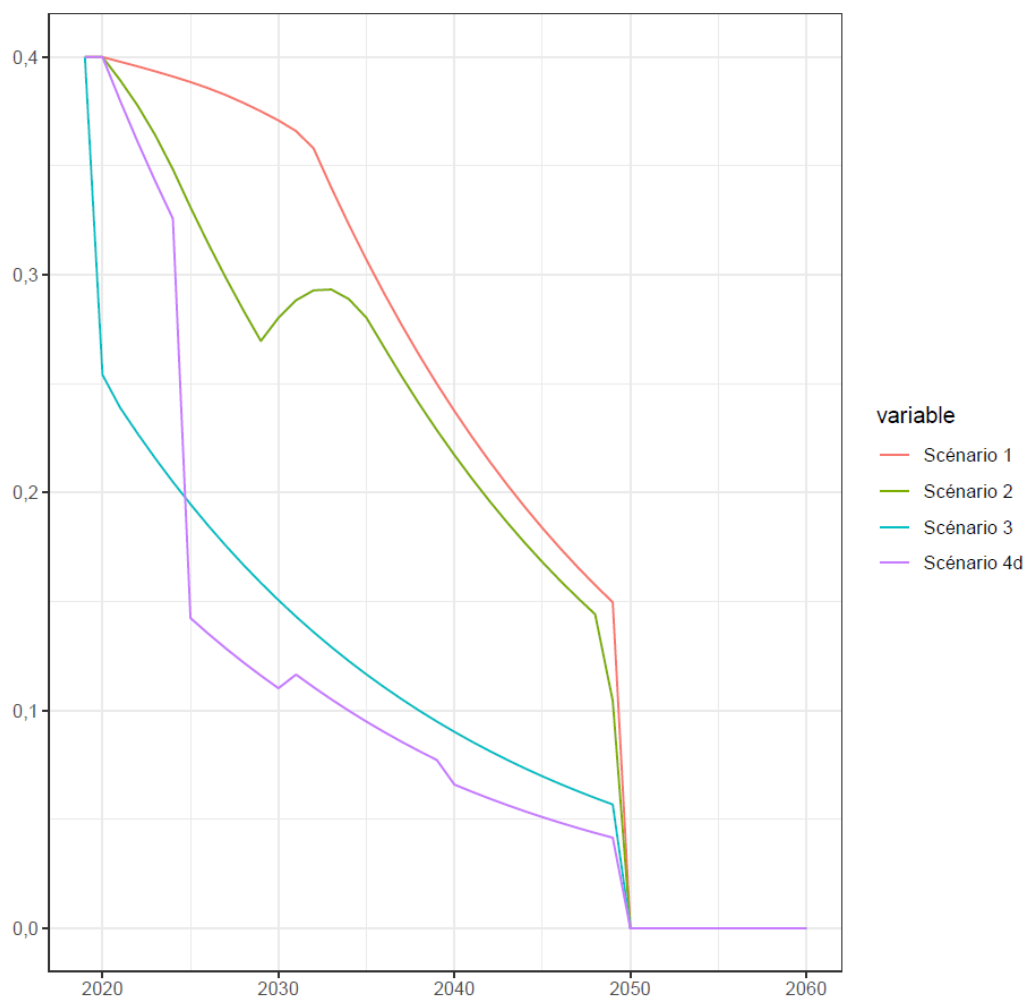
**Graphique A1 – Trajectoires des principales grandeurs économiques pour les différents scénarios simulés**



Lecture : pour chaque scénario sont représentées les trajectoires annuelles de production, consommation, investissement brun et vert, ainsi que le niveau de capital brun échoué, en milliards d'euros. Au-delà de 2050, l'ensemble de ces variables convergent vers leurs valeurs stationnaires d'équilibre de long terme de l'économie. Dans le scénario 3, le budget carbone correspond à celui devant être respecté pour limiter le réchauffement à 1,5 °C. Tous les scénarios sont effectués sous la contrainte de zéro émission nette à partir de 2050.

Source : Insee ; calcul des auteurs

**Graphique A2 – Comparaison des niveaux d'émissions (en GtCO<sub>2</sub>eq) entre les différents scénarios**



Source : Insee ; calcul des auteurs