

# RECONSTRUCTION AGNOSTIQUE DE LENTILLES GRAVITATIONNELLES DE TYPE GALAXIE-GALAXIE

par

Alexandre Adam

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de  
Maître ès sciences (M.Sc.)

Département de physique  
Université de Montréal



## Résumé

## Abstract

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>ii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>v</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>vi</b>
<b>Acronymes</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des symboles</b>	<b>viii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>x</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Lentilles gravitationnelles . . . . .	1
1.2 Simulation magnétohydrodynamiques . . . . .	3
1.2.1 Densité de masse projeté avec lissage adaptif . . . . .	4
1.3 Apprentissage machine . . . . .	4
1.3.1 Réseaux de neurones convolutionnels . . . . .	4
1.3.2 Réseaux de neurones récurrents . . . . .	4
1.3.3 Auto-encodeur variationnel . . . . .	4
1.3.4 Transfert de l'apprentissage . . . . .	4
1.4 Formalisme des problèmes inverses . . . . .	4
1.5 Contexte scientifique . . . . .	4
<b>Bibliographie</b>	<b>5</b>

# Liste des tableaux

# Liste des figures

# Acronymes

**RIM** Machine à inférence récurrentielles.



# Liste des symboles

$\mathbb{1}_n$  Matrice identité de taille  $n \times n$ .

À Maman et Julia

## Remerciements



# Chapitre 1

## Introduction

- Paragraphe qui décrit le paradigme dans lequel la recherche se conduit. Donc matière noire, questions sur sa nature, rôle des lentilles gravitationnelles pour révéler cette masse par la distortion
- Mentionner la motivation générale de notre recherche

La recherche présentée dans ce mémoire approche le problème de cartographier la masse gravitationnelle de galaxies-lentilles de façon agnostique. C'est-à-dire que l'on ne suppose pas de modèle analytique simple pour résoudre le problème de reconstruction non-linéaire et mal posé. Plutôt, cette recherche exploite le cadre des machines à inférence récurrentielles (RIM) pour encoder des biais inductifs dans un réseaux de neurones qui vont rendre l'inférence de paramètres dans un espace à très haute dimension efficace et précise.

Avant de décrire ce travail, je vais introduire les concepts et les motivations nécessaires pour contextualiser ma recherche. En premier lieu, je vais décrire le concept de lentille gravitationnelle à la section 1.1. Ensuite, je vais décrire quelques concepts liés à l'extraction de profils de masses provenant de large simulation magnétohydrodynamiques à la section 1.2. Cette section sera suivie d'une introduction rapide à quelques concepts liés à l'apprentissage machine utiles pour ma recherche à la section 1.3. Je vais décrire le formalisme bayésien pour les problèmes inverses qui sous-tend ma recherche à la section 1.4. Finalement, je vais décrire le contexte historique et scientifique qui motive ma recherche à la section 1.5. [3]

### 1.1 Lentilles gravitationnelles

L'expédition organisée par sir Arthur Eddington avait pour but d'observer l'éclipse totale du 29 mai 1919 à partir de l'île de Príncipe dans le golfe de Guinée et de Sobral au nord du Brésil [2]. Les photographes de l'éclipses, bien qu'imprécises, ont permis de valider la prédiction d'Einstein faite en 1911 que la position observée d'une étoile serait déplacée de  $\delta\theta \approx 1.75'' \frac{R}{R_\odot}$  durant une éclipse [1], soit 2 fois plus que ce qui est prédit par la théorie newtonienne.

Selon le principe de Fermat, les photons suivent des trajectoires qui extrémisent la durée de la trajectoire. Ce principe est formalisé dans le langage du calcul des variations

$$\delta \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} n(\mathbf{x}(\lambda)) d\lambda = 0 \quad (1.1)$$

où  $n$  est un indice de réfraction et  $\lambda$  paramétrise la trajectoire du photon.

Pour déterminer l'indice de réfraction, on utilise le formalisme de la relativité générale. Un élément de distance  $ds^2$  est calculé à partir d'une métrique  $g_{\mu\nu}$

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.2)$$

Un espace plat est décrit par la métrique de Minkowsky. Pour décrire le champ gravitationnel d'une galaxie, on fait l'approximation que le potentiel gravitationnel est celui d'un fluide parfait. Opérationnellement, on entend par là que ce fluide est décrit entièrement par sa pression et sa densité. Le potentiel gravitationnel est ainsi déterminé par une équation de Poisson

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (1.3)$$

Dans la limite où ce potentiel est faible  $\frac{2\Phi}{c^2} \ll 1$ , la métrique est décrite par une expansion au premier ordre autour de la métrique de Minkowsky pour un espace plat, de sorte que

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (1.4)$$

Un photon suit une géodésique de l'espace temps  $ds^2 = 0$ . Ainsi, on trouve l'équation

$$c' = \frac{|d\vec{x}|}{dt} \approx \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c \quad (1.5)$$

\*Peut-être un mot de plus sur comment on obtient le vecteur tangent et mentionner Meneghetti\*

On peut alors résoudre les équations d'Euler-Lagrange qui satisfont (??) pour déterminer que le vecteur tangent à la trajectoire des photons est

$$\vec{e} = -\frac{2}{c^2} \nabla_\perp \Phi \quad (1.6)$$

où  $\nabla_\perp$  est le gradient perpendiculaire à la trajectoire du photon. L'angle de déflexion est alors l'intégral sur la trajectoire du photon :

$$\vec{\alpha} = \frac{2}{c^2} \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \nabla_\perp \Phi d\lambda \quad (1.7)$$

Cette intégrale est difficile à résoudre en grande partie parce que la trajectoire est courbe. On

utilise l'approximation de Born, c'est-à-dire qu'on approxime la trajectoire du photon comme une ligne droite sur l'axe- $z$  avec un paramètre d'impact  $b$ . Cette approximation est justifiée dans le contexte des lentilles gravitationnelles, puisque les angles de déflexion sont généralement de l'ordre de l'arcsecondes ou plus petit. Ainsi, en assumant que le potentiel est celui d'une masse  $M$  ponctuelle avec  $\Phi = -\frac{GM}{r}$ , on obtient

$$\vec{\alpha}(\vec{b}) = \frac{2GM}{c^2} \vec{b} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{(b^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{4GM}{c^2 b} \hat{b} \quad (1.8)$$

Le paramètre d'impact peut être écrit en terme de la distance à la lentille et de l'angle observé du centre de la lentille  $b = \theta D_\ell$ . Pour une lentille mince, la position original d'une source de photon  $\vec{\beta}$  se calcul géométriquement par la différence entre l'angle observé  $\theta$  et l'angle de déflexion  $\alpha$  :

$$\beta = \theta - \alpha \quad (1.9)$$

Finalement, on peut généraliser pour des potentiels gravitationnels générés par un enesemble continu de masse  $dm = \Sigma d^2\xi'$  où  $\Sigma = \int \rho dz$  et  $d^2\xi'$  est la taille physique de l'élément de masse  $dm$  à la position  $\xi'$ . L'angle de déflexion total mesuré à un point  $\xi$  est alors une convolution sur tout le plan de la lentille (mince) puisque l'angle de déflexion dépend linaiement de la masse  $M$  (superposition des angles de déflexion) :

$$\vec{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int_{\mathbb{R}^2} \Sigma(\xi') \frac{\xi - \xi'}{|\xi - \xi'|} d^2\xi' \quad (1.10)$$

— Mentionner la dégénérescence entre la morphologie de la source et la lentille

## 1.2 Simulation magnétohydrodynamiques

Les détails de ces simulations tombent en dehors du cadre de cette thèse, toutefois on peut noter que plusieurs simulations de haute qualité sont maintenant capable de reproduire plusieurs observables de l'Univers d'aujourd'hui ( $z = 0$ ). Ainsi, on peut utiliser ces simulations pour créer des profils de masses autrement inaccessible par des observations qui sont basées uniquement sur le champ électromagnétique de l'Univers.

Introduire SPL, main equation.

- Devrait être courte, mais établir le ground work pour SPL
- Décrire généralement les éléments intéressants d'Illustris, et comment en général ce genre de simulations sont pertinentes pour notre travail -> realistic mass models.

### **1.2.1 Densité de masse projeté avec lissage adaptif**

Introduire les concepts nécessaires pour justifié notre utilisation de lissage adaptif pour réduire les erreurs sur les angles de déflexions.

## **1.3 Apprentissage machine**

### **1.3.1 Réseaux de neurones convolutionnels**

Mentionner les travaux de Courville et les avancées récentes.

### **1.3.2 Réseaux de neurones récurrents**

Mentionner les résultats importants concernant Turing machines. Mentionner les détails d'un GRU convolutifs.

### **1.3.3 Auto-encodeur variationnel**

Inclure ici l'appendice de l'article en plus ou moins de détail.

### **1.3.4 Transfert de l'apprentissage**

Introduction générale. Inclure ici l'appendice de l'article ?

## **1.4 Formalisme des problèmes inverses**

## **1.5 Contexte scientifique**

This is a symbol  $\mathbb{1}_n$ .



# Bibliographie

- [1] F. W. Dyson, A. S. Eddington, and C. Davidson. A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations Made at the Total Eclipse of May 29, 1919. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 220 :291–333, Jan. 1920. doi : 10.1098/rsta.1920.0009.
- [2] A. S. Eddington. The total eclipse of 1919 May 29 and the influence of gravitation on light. *The Observatory*, 42 :119–122, Mar. 1919.
- [3] W. R. Morningstar, L. P. Levasseur, Y. D. Hezaveh, R. Blandford, P. Marshall, P. Putzky, T. D. Rueter, R. Wechsler, and M. Welling. Data-driven Reconstruction of Gravitationally Lensed Galaxies Using Recurrent Inference Machines. *The Astrophysical Journal*, 883(1) :14, 2019. ISSN 1538-4357. doi : 10.3847/1538-4357/ab35d7.