Reconstruction agnostique de lentilles gravitationnelles de type galaxie-galaxie

par

Alexandre Adam

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.)

Département de physique
Université de Montréal

Résumé

Abstract

Table des matières

Liste des tableaux

Liste des figures

Acronymes

RIM Machine à inférence récurrentielles.

Liste des symboles

$\mathbb{1}_n$ Matrice identité de taille $n \times n$.

À Maman et Julia

Remerciements

Chapitre 1

Introduction

- Paragraphe qui décrit le paradigme dans lequel la recherche se conduit. Donc matière noire, questions sur sa nature, rôle des lentilles gravitationnelles pour révéler cette masse par la distortion
- Mentionner la motivation générale de notre recherche

La recherche présentée dans ce mémoire approche le problème de cartographier la masse gravitationnelle de galaxies-lentilles de façon agnostique. C'est-à-dire que l'on ne suppose pas de modèle analytique simple pour résoudre le problème de reconstruction non-linéaire et mal posé. Plutôt, cette recherche exploite le cadre des machines à inférence récurrentielles (RIM) pour encoder des biais inductifs dans un réseaux de neurones qui vont rendre l'inférence de paramètres dans un espace à très haute dimension efficace et précise.

Avant de décrire ce travail, je vais introduire les concepts et les motivations nécessairent pour contextualiser ma recherche. En premier lieu, je vais décrire le concept de lentille gravitationnelle à la section 1.1. Ensuite, je vais décrire quelque concepts lié à l'extraction de profiles de masses provenant de large simulation magnétohydrodynamiques à la section 1.2. Cette section sera suivit d'une introduction rapide à quelques concepts liés à l'apprentissage machine utiles pour ma recherche à la section 1.3. Je vais décrire le formalisme bayesien pour les problème inverse qui sous-tend ma recherche à la section 1.4. Finalement, je vais décrire le le contexte historique et scientifique qui motive ma recherche à la section 1.5. (Morningstar et al., 2019)

1.1 Lentilles gravitationnelles

L'idée des lentilles gravitationnelles est attribuée a Fritz Zwicky (1937) qui, suivant les calculs publié par Einstein (1936) l'année précédente, est le premier à postuler correctement que l'anneau d'Einstein produit par la déflection de la lumière d'une source en arrière plan par le champ gravitationnel d'une galaxie (appellée nébuleuse extra-galactique à l'époque) pourrait être observé. Une idée qu'Einstein lui-même considérait improbable. Dans le même article, il articule précisément les idées qui nous motivent encore aujourd'hui (presque 100 ans plus tard) à étudier ces objets, c'est-à-dire que les lentilles gravitationnelles permettent

— d'imager des galaxies trop lointaine pour que l'on puisse les résoudre avec nos téléscopes ;

— de mesurer directement la masse gravitationnelle de ces galaxies.

Pour comprendre ces deux points, et dans l'intérêt de rendre ce manuscrit complet, je vais dériver à partir de principes premier les équations centrales qui nous permettent d'étudier les lentilles gravitationnelles décrites par Zwicky. Des traitements similaires peuvent être trouvé dans les manuels de références de Meneghetti (2013) et Carroll (2003).

On s'intéresse spécifiquement à l'angle de déflection, ç.-à-d. la déviation angulaire apparente d'un point lumineux par rapport à sa position originelle si le chemin du photon n'était pas dévié. Pour rendre les dérivations simples, on sépare les coordonnées en une partie parallèle à l'axe de visée de l'observateur ($\mathbf{e}_{\|}$) et une partie perpendiculaire ($\mathbf{e}_{\perp}$). L'angle de déflection se calcule entièrement dans la partie perpendiculaire. Sans assumer la nature de cette déflection, on peut écrire de façon générale

$$\boldsymbol{\alpha} = -\int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \mathbf{x}(\lambda) \times \mathbf{e}_{\|}(\lambda) d\lambda \tag{1.1}$$

où λ paramétrise la trajectoire du photon, et $\mathbf{x}$ est un vecteur de position. Le signe moins nous indique qu'on prend la perspective de l'observateur.

Le principe de Fermat stipule la lumière suit une trajectoires qui extrémise la durée de son parcours entre deux points. En fait, c'est un exemple du principe plus général de moindre action développé par Lagrange en 1756. Le principe de Fermat est formalisé dans le language du calcul des variations, où la variation de la durée T s'écrit

$$\delta T = \delta \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} n(\mathbf{x}(\lambda)) d\lambda = 0 \tag{1.2}$$

n est un indice de réfraction.

$$\tag{1.3}$$

Pour déterminer l'indice n, on utilise le formalisme de la relativité générale. Un élément de distance ds^2 est calculé à partir d'une métrique $g_{\mu\nu}$

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{1.4}$$

Un espace plat est décrit par la métrique de Minkowsky. Pour décrire le champ gravitationnel d'une galaxie, on fait l'approximation que le potentiel gravitationnel est celui d'un fluide parfait. Opérationnellement, on entend par la que ce fluide est décrit entièrement par sa pression et sa densité. Le potentiel gravitationnel est ainsi déterminé par une équation de Poisson

$$\boldsymbol{\nabla}^2\Phi = 4\pi G\rho \tag{1.5}$$

Dans la limite où ce potentiel est faible $\frac{2\Phi}{c^2} \ll 1$, la métrique est décrite par une expansion au premier ordre autour de la métrique de Minkowsky pour un espace plat, de sortes que

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \tag{1.6}$$

Un photon suit une géodésique de l'espace temps $ds^2 = 0$. Ainsi, on trouve l'équation

$$c' = \frac{|d\vec{x}|}{dt} \approx \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c \tag{1.7}$$

Peut-être un mot de plus sur comment on obtient le vecteur tangent et mentionner Meneghetti

On peut alors résoudre les équations d'Euler-Lagrange qui satisfait (**??**) pour déterminer que le vecteur tangent à la trajectoire des photons est

$$\vec{e} = -\frac{2}{c^2}\boldsymbol{\nabla}_\perp\Phi \tag{1.8}$$

où $\boldsymbol{\nabla}_\perp$ est le gradient perpendiculaire à la trajectoire du photon. L'angle de déflection est alors l'integral sur la trajectoire du photon :

$$\vec{\alpha} = \frac{2}{c^2}\int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \boldsymbol{\nabla}_\perp\Phi d\lambda \tag{1.9}$$

Cette intégrale est difficile à résoudre en grande partie parce que la trajectoire est courbe. On utilise l'approximation de Born, c'est-à-dire qu'on approxime la trajectoire du photon comme une ligne droite sur l'axe-z avec un paramètre d'impact b. Cette approximation est justfiée dans le contexte des lentilles gravitationnelles, puisque les angles de déflection sont généralement de l'ordre de l'arcsecondes ou plus petit. Ainsi, en assumant que le potentiel est celui d'une masse M ponctuelle avec $\Phi = -\frac{GM}{r}$, on obtient

$$\vec{\alpha}(\vec{b}) = \frac{2GM}{c^2}\vec{b}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dz}{(b^2+z^2)^{3/2}} = \frac{4GM}{c^2 b}\hat{b} \tag{1.10}$$

Le paramètre d'impact peut être écrit en terme de la distance à la lentille et de l'angle observé du centre de la lentille $b = \theta D_\ell$. Pour une lentille mince, la position original d'une source de photon $\vec{\beta}$ se calcul géométriquement par la différence entre l'angle observé θ et l'angle de déflection α :

$$\beta = \theta - \alpha \tag{1.11}$$

Finalement, on peut généraliser pour des potentiels gravitationnels générés par un enesemble continu de masse $dm = \Sigma d^2\xi'$ où $\Sigma = \int \rho dz$ et $d^2\xi'$ est la taille physique de l'élément de masse dm à la position ξ'. L'angle de déflection total mesuré à un point ξ est alors une convolution sur tout le plan de la lentille (mince) puisque l'angle de déflection dépend linairement de la masse M (superposition des angles de déflection) :

$$\vec{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2}\int_{\mathbb{R}^2}\Sigma(\xi')\frac{\xi - \xi'}{|\xi - \xi'|}d^2\xi' \tag{1.12}$$

— Mentionner la dégénerscence entre la morphologie de la source et la lentille

1.2 Simulation magnétohydrodynamiques

Les détails de ces simulations tombent en dehors du cadre de cette thèse, toutefois on peut noter que plusieurs simulations de haute qualité sont maintenant capable de reproduire plusieurs observables de l'Univers d'aujourd'hui ($z = 0$). Ainsi, on peut utiliser ces simulations pour créer des profils de masses autrement inaccessible par des observations qui sont basées uniquement sur le champ électromagnétique de l'Univers.

Introduire SPL, main equation.

— Devrait être courte, mais établir le ground work pour SPL

— Décrire généralement les éléments intéressants d'Illustris, et comment en général ce genre de simulations sont pertinentes pour notre travail -> realistic mass models.

1.2.1 Densité de masse projeté avec lissage adaptif

Introduire les concepts nécessaires pour justifié notre utilisation de lissage adaptif pour réduire les erreurs sur les angles de déflections.

1.3 Apprentissage machine

1.3.1 Réseaux de neuronnes convolutionnels

Mentionner les travaux de Courville et les avancées récentes.

1.3.2 Réseaux de neuronnes récurrents

Mentionner les résultats importants concernant Turing machines. Mentionner les détails d'un GRU convolutifs.

1.3.3 Auto-encodeur variationnel

Inclure ici l'appendice de l'article en plus ou moins de détail.

1.3.4 Transfert de l'apprentissage

Introduction générale. Inclure ici l'appendice de l'article ?

1.4 Formalisme des problèmes inverses

1.5 Contexte scientifique

This is a symbol $\mathbb{1}_n$.

Bibliographie

S. Carroll. *Spacetime and Geometry : An Introduction to General Relativity*. Benjamin Cummings, 2003. ISBN 0805387323.

A. Einstein. Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field. *Science*, 84(2188) :506–507, 1936. doi : 10.1126/science.84.2188.506. URL `https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.84.2188.506`.

M. Meneghetti. *Introduction to Gravitational Lensing*. Springer Cham, 2013. doi : 10.1007/978-3-030-73582-1.

W. R. Morningstar, L. P. Levasseur, Y. D. Hezaveh, R. Blandford, P. Marshall, P. Putzky, T. D. Rueter, R. Wechsler, and M. Welling. Data-driven Reconstruction of Gravitationally Lensed Galaxies Using Recurrent Inference Machines. *The Astrophysical Journal*, 883(1) :14, 2019. ISSN 1538-4357. doi : 10.3847/1538-4357/ab35d7.

F. Zwicky. Nebulae as gravitational lenses. *Phys. Rev.*, 51 :290–290, Feb 1937. doi : 10.1103/PhysRev.51.290. URL `https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.51.290`.