المدرسة الوطنية للعلوم التطبيقية
ⵜⵉⵏⵎⵍ ⵜⴰⵏⴰⵎⵓⵔⵜ ⵏ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵉⵏ ⵜⵓⵙⵏⵉⵙⵉⵏ
Ecole Nationale des Sciences Appliquées de Fès

Année universitaire : 2024 – 2025

Module : Math. Ing

Pr. A. Aberqi

$1^{ère}$ *Année GDNC*

TD N° : 1

Exercice 1 :

Soit E un ensemble, typiquement $E = \mathbb{R}^2$ muni d'une loi interne, notée $+$ et d'une loi externe notée $\mathbf{.}$ définies pour tout $x, y \in E$ et pour tout $\lambda \in \mathbb{R}$ par

$$x + y = (x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$$

et

$$\lambda.x = \lambda.(x_1, x_2) = (0, \lambda x_2)$$

L'ensemble $(E; +;)$ a-t-il une structure d' espace vectoriel sur $\mathbb{R}$?

Exercice 2 :

Montrer que la famille de vecteurs $v_1 = (1, 1)$ et $v_2 = (2, 0)$ forme une famille génératrice de $\mathbb{R}^2$.

Exercice 3 :

Montrer que la famille de vecteurs $v_1 = (1, 1, 1)$; $v_2 = (0, 0, 1)$ et $v_3 = (1, -1, 2)$ forme une famille libre de $\mathbb{R}^3$

Exercice 4 :

Montrer que la famille $B = (v_1, v_2, v_3)$ forme une base de l'espace $\mathbb{R}^3$ où $v_1 = (1, 3, 2)$; $v_2 = (2, 5, 2)$ et $v_3 = (-2, -2, 1)$

Exercice 5 :

On considère une famille de vecteurs de $\mathbb{R}^4$ définies par $v_1 = (1, 1, 1, 0)$; $v_2 = (0, 0, 1, 1)$ et $v_3 = (-1, 0, -1, -2)$: Cette famille est-elle une famille libre de $\mathbb{R}^4$? Compléter cette famille en une base de l'espace

---

Exercice 6 :

Montrer que l'application $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ définie par

$$\phi(x_1, x_2) = (3x_1 + 6x_2; -2x_1)$$

est une application linéaire de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$. Est-ce que cette application est injective ? Est-elle surjective ?

Exercice 7 :

1. Ouvrez un nouveau fichier en allant sur File puis New File, fichier dans lequel vous écrirez votre code pour cette première séance.
2. Enregistrez votre fichier sous le nom PriseEnMain dans un répertoire de votre ordinateur (ou espace). Cela vous permettra de retrouver et de manipuler votre code à n'importe quel moment.
3. Entrer la commande suivante dans la console et l'exécuter
   Création d'une variable x
   x = 1
   Que remarquez-vous ?
   Exécuter ensuite la commande
   x
   La variable x ainsi créée est une variable dite globale à laquelle on a affecté la valeur 1. On peut maintenant réutiliser cette variable aux différentes étapes de notre code.
4. Déterminer la valeur de
   $$(x+3)^5 - 5x_4 + 2 \times x + 2$$
   . On peut aussi créer des objets plus complexes qui ne contiennent pas qu'une seule valeur.
5. . Dans votre script, entrer les commandes suivantes et les exécuter
   Création d'une variable x
   $s = seq(1, 10)$
   $r = rep(0, 10)$
   Que font ces différentes commandes ?

Exercice 8 :

1. On peut créer un vecteur à l'aide de commande suivante
   Création d'un vecteur v_1
   $v_1 = c(1, 2, 3)$
   où c désigne la concaténation des éléments $1, 2$ et 3.
   Créer les vecteurs suivants, on les appellera v_2 et v_3 ;
   $v_2 = (2, 8, 0)$ et $v_3 = (3, -1, 5)$
2. Que font les opérations suivantes ?
   $v_1 + v_2$
   $v_1 * v_2$
3. Ecrire la somme des vecteurs v_2 et v_3.
4. Déterminer la valeur de $3v_3$.
5. On peut aussi extraire la composante d'un vecteur à l'aide de la commande suivante
   Extraction de la première composante du vecteur v_1
   $v_1[1]$
   $[1] \quad 1$
   Calculer la valeur du vecteur $v_1 - 3v_2 + 2v_3$ et en extraire la deuxième composante
6. Il est possible de concaténer des vecteurs à l'aide de la commande
   Concaténation des vecteurs v_1 et v_2
   $u = c(v_1, v_2)$
   u
   $[1] \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 8 \quad 0$
   et d'accéder à un sous ensemble de ses composantes, par exemple 2 et 5, par
   Extraction des première et cinquième coordonnées

$u[c(1,5)]$
$[1] \quad 1 \quad 8$
Concaténer les vecteurs v_1 ; v_2 et v_3 dans un objet w et extraire les coordonnées paires de ce vecteur

7. Créer des les vecteurs u_1 ; u_2 et u_3 définis par
$u_1 = (-1,1)$; $u_2 = (1,1)$ et $u_3 = (-2,2)$
Exécuter le code suivant et le commenter. Que peut-on dire des vecteurs u_1 ; u_2 etu_3
Création d'un plan et ajout d'une grille
$plot(NA, xlim = c(-2,3), ylim = c(-3,2), xlab = "x1", ylab = "x2")$

$$grid(col = "gray", lty = "dotted", lwd = 1)$$

Représentation des vecteurs dans le plan

$$arrows(0,0,u1[1],u1[2],col = "blue")$$
$$arrows(0,0,u2[1],u2[2],col = "red")$$
$$arrows(0,0,u3[1],u3[2],col = "brown")$$