

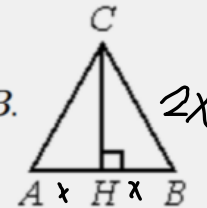
Вариант
т 1

01.10.23

1

2

В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $45\sqrt{3}$. Найдите AB .

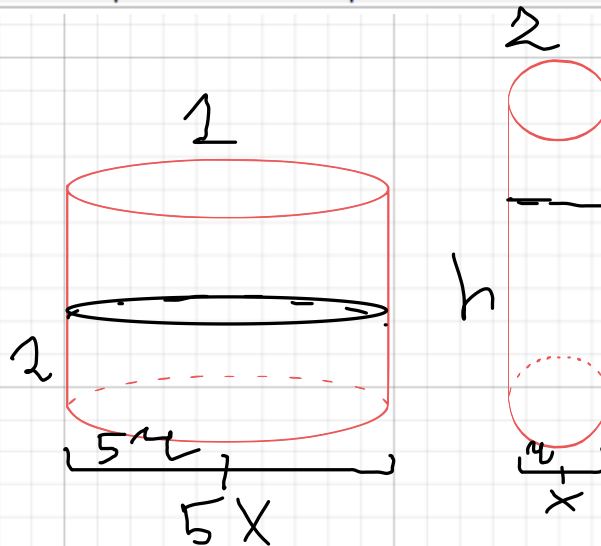


$$2x^2 \cdot x^2 = (45\sqrt{3})^2$$

$$x^2 = 45\sqrt{3}$$

3

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 2 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 5 раз меньше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.



$$V_1 = (5r)^2 \cdot 2 = 50r^2$$

$$V_2 = r^2 \cdot h$$

$$r^2 h = 50r^2$$

$$h = 50$$

Ответ: 50

4

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпала больше раз, чем орёл.

$$\begin{array}{l} CO \\ CP \\ PO \\ \hline PP \end{array} \quad P > O \quad 0,25$$

$$\frac{1}{4}$$

Ответ: 0,25

5

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

$$0,32 \cdot 0,5 = 0,16$$

Ответ: 0,16

6

Найдите корень уравнения $\log_7 (1 - x) = \log_7 5$.

$$\begin{array}{l} 1 - x > 0 \\ x < 1 \end{array}$$

$$1 - x = 5$$

$$x = -4$$

Ответ: -4

7

Найдите значение выражения $\sqrt{108}\cos^2\frac{\pi}{12} - \sqrt{27}$.

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) =$$

$$= 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$2\sqrt{27}\cos^2\frac{\pi}{12} - \sqrt{27} = \sqrt{27}(2\cos^2\frac{\pi}{12} - 1) =$$

$$= \sqrt{27}\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{27} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

Ответ: 4,5

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 54 \\ 27 \end{array} \bigg| 2$$

ДЗ

Задание 19. Найдите значение выражения

1) $\sqrt{32}\cos^2\frac{7\pi}{8} - \sqrt{8}$

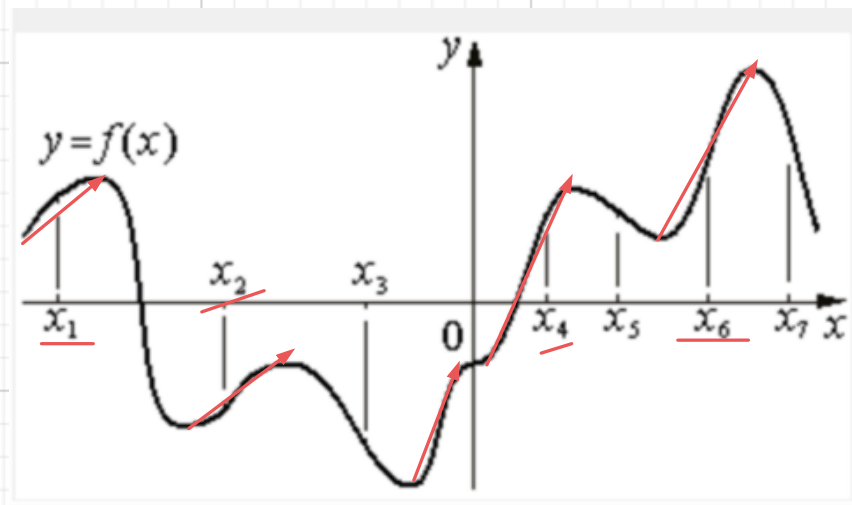
5) $\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\sin^2\frac{15\pi}{8}$

2) $2\sqrt{3}\cos^2\frac{13\pi}{12} - \sqrt{3}$

6) $5\sqrt{3} - 10\sqrt{3}\sin^2\frac{13\pi}{12}$

8

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены семь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: 4

ДЗ

9

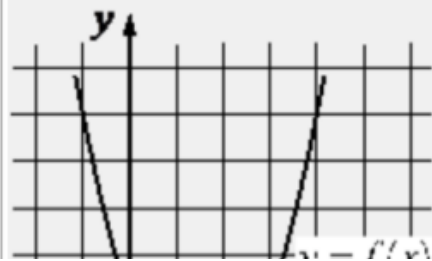
К источнику с ЭДС $\varepsilon = 180$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R (в Ом). Напряжение (в В) на этой нагрузке вычисляется по формуле $U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$. При каком значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет равно 170 В? Ответ дайте в омах.

10

Первый час автомобиль ехал со скоростью 115 км/ч, следующие три часа — со скоростью 45 км/ч, а затем два часа — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

11

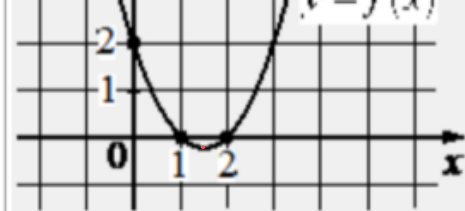
На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



$$x = -1 \quad y = 0$$

$$x = 2 \quad y = 0$$

$$x = 0 \quad y = 2 \Rightarrow c = 2$$



$$\begin{cases} a+b+2=0 \\ 4a+2b+2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=-2 \\ 2a+b=-1 \end{cases}$$

$$a = -1 - (-2) = 2 - 1 = 1$$

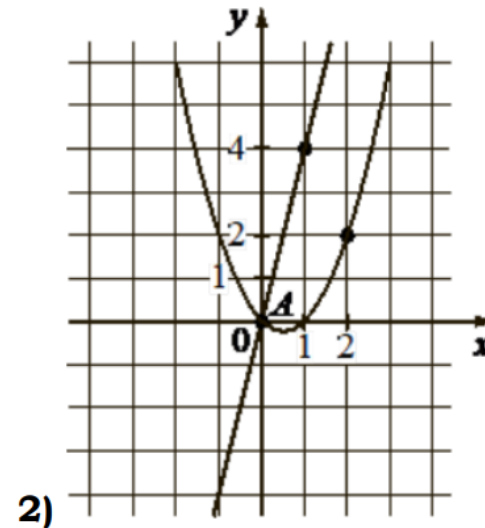
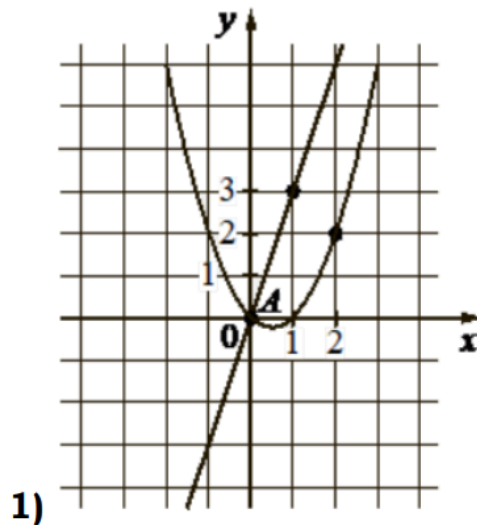
$$b = -2 - a = -3$$

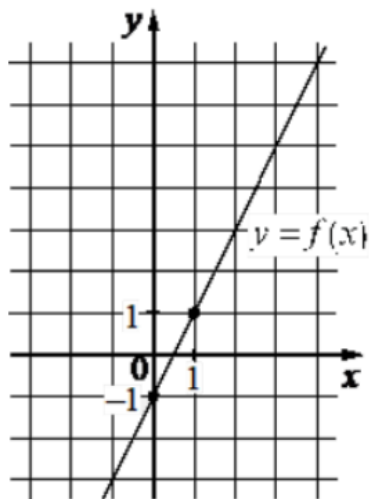
$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$f(-2) = 4 + 6 + 2 = 12 \quad \text{Ответ: } 12$$

Задание 11. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.

ДЗ





Задание 11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = kx + b$.

1) Найдите значение $f(6)$;

2) Найдите значение $f(7)$.

12

Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 8x + 4$ на отрезке $[1; 7]$.

$$y' = 3x^2 - 2x - 8$$

$$3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 8 \cdot 3 = 25 \cdot 4 = 100$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8)$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 10}{6} = \begin{bmatrix} 2 \\ -\frac{4}{3} \\ -3 \end{bmatrix} \text{ и } \notin [1; 7]$$

Чтобы найти наименьшее значение функции,
нужно подставить концы отрезка и точку
экстремума, найденные значения функции
срав

$$y = x^3 - x^2 - 8x + 4 \text{ на отрезке } [1; 7].$$

$$f(1) = 1^3 - 1^2 - 8 \cdot 1 + 4 = -4$$

$$f(2) = 2^3 - 2^2 - 8 \cdot 2 + 4 = 8 - 4 - 16 + 4 = -8$$

$$\begin{aligned} f(7) &= 7^3 - 7^2 - 8 \cdot 7 + 4 = 7^2 \cdot 6 - 8 \cdot 7 + 4 = \\ &= 7(42 - 8) + 4 > 0 \end{aligned}$$

Ответ: $\boxed{-8}$

Задание 4. Найдите наименьшее значение функции ...

ДЗ.

1) $y = 12x^2 - x^3 + 3$ на
отрезке $[-5; 6]$;

5) $y = 11 + 48x - x^3$ на
отрезке $[-4; 4]$;

13

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,25.$$

 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

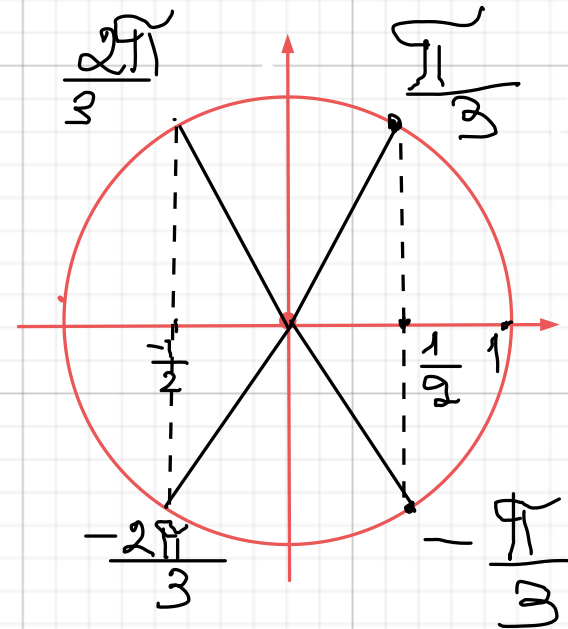
а)

$$\cancel{\cos^2 x - \sin^2 x} + \sin^2 x = 0,25$$

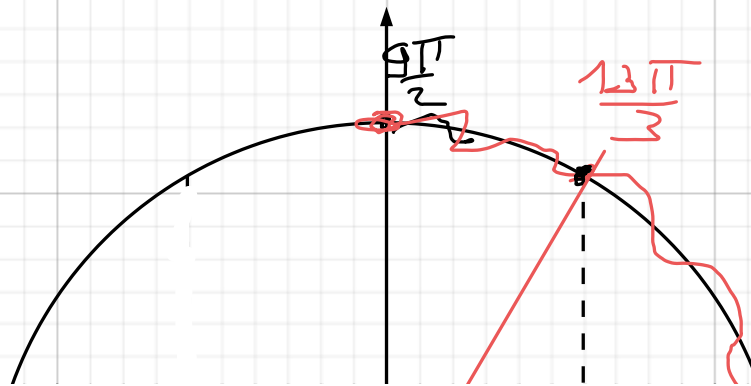
$$\cos^2 x = 0,25$$

$$\cos x = \pm \frac{1}{2}$$

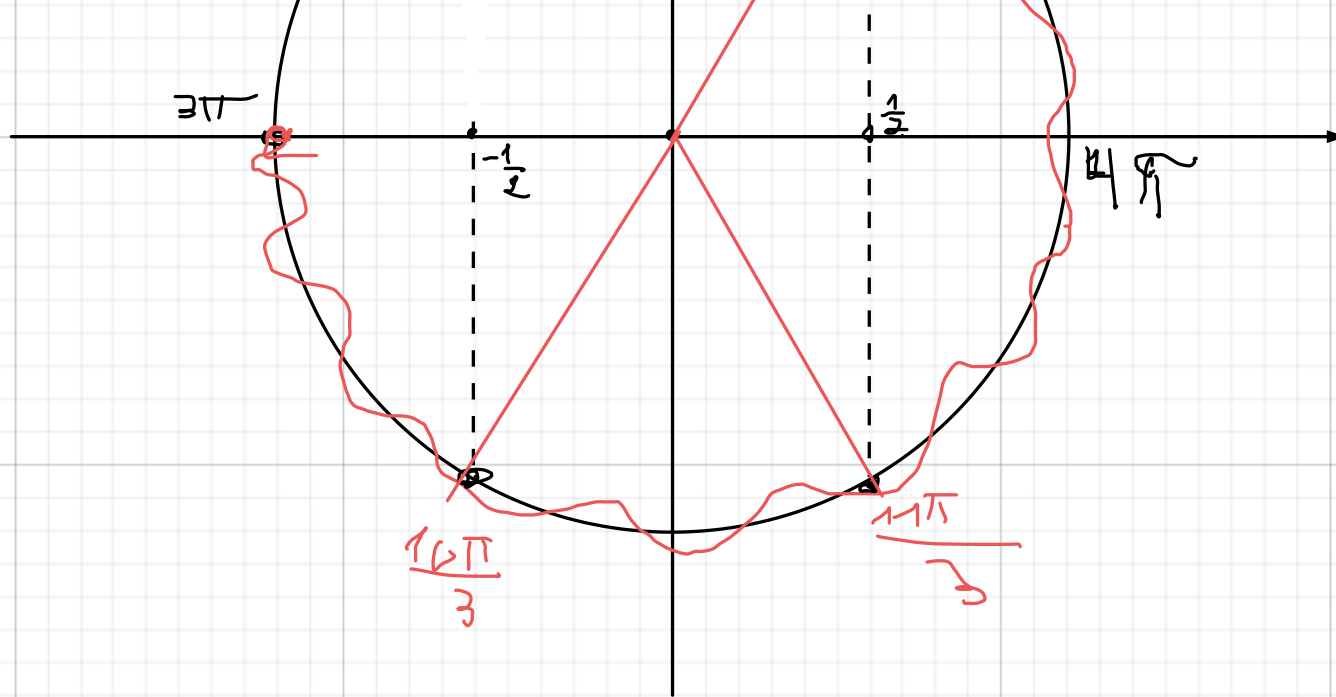
$$x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi \cdot n, n \in \mathbb{Z}$$



б)

 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.


$$4\pi + \frac{\pi}{2}$$



$$1) 3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$$

$$2) 4\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{3}$$

$$3) 4\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{13\pi}{3}$$

$$\text{Answer: } \frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}$$

2) $\cos \cos$.

①

3π

$$< + \frac{\pi}{3} + \pi <$$

$$>$$

$$\frac{9\pi}{2}$$

3π

$$< -\pi, \pi <$$

$$<$$

$$9\pi$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{18\pi}{6} \leq \frac{2\pi + 6\pi n}{6} \leq \frac{27\pi}{6} \quad | \cdot 6$$

$$18\pi \leq 2\pi + 6\pi n \leq 27\pi \quad | - 2\pi$$

$$16\pi \leq 6\pi n \leq 25\pi \quad | : 6\pi$$

$$\frac{8}{3} \leq n \leq \frac{25}{6}$$

$$2\frac{2}{3} \leq n \leq 4\frac{1}{6}$$

$$n_{1,2} = 3, 4$$

$$X_1 = \frac{\pi}{3} + 3\pi = \frac{10\pi}{3}$$

$$X_2 = \frac{\pi}{3} + 4\pi = \frac{13\pi}{3}$$

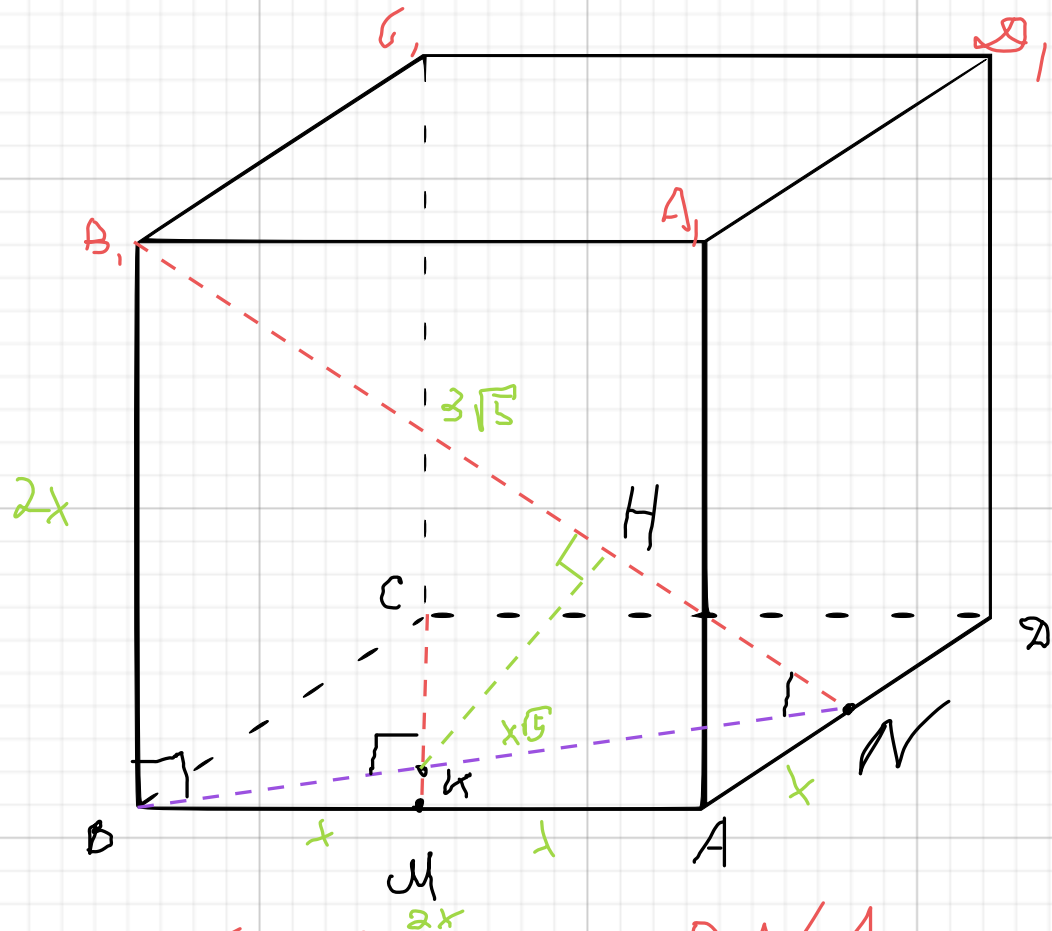
$$3\pi < -\frac{\pi}{3} + \pi n \leq \frac{9\pi}{2}$$

14

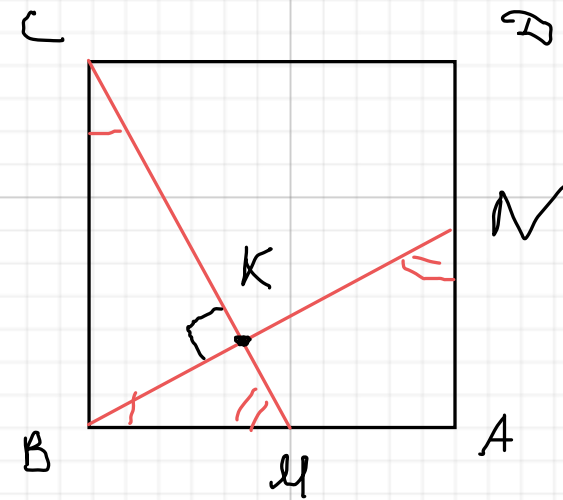
В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечены середины M и N отрезков AB и AD соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 N$ и CM перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между этими прямыми, если $B_1 N = 3\sqrt{5}$.



- а) 1) $B_1 N$ - проекция
 $B_1 N \perp$ напл. $(ABCD)$
 $B_1 N \perp$ напл. $(ABCD) \perp (ABCD)$
 2) Рассч. кв. $ABCD$



$\triangle CBM = \triangle BNA$ по 2 катетам \Rightarrow

$\Rightarrow \angle BCM = \angle NBA$

$\angle A_1 B_1 N = \angle B M C$

$\angle AVB = \angle BMC$
 $\angle BCM + \angle BMC = 90^\circ$, по условию в

$$\Delta BKM: \angle KBM + \angle BKM = 90^\circ \\ \Rightarrow \angle BKM = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow BK \perp KM \Rightarrow \\ \Rightarrow CM \perp BN$$

$$2) \left. \begin{array}{l} CM \perp BN \text{ (н.1)} \\ BN - \text{проекция } B_1N \end{array} \right\} \Rightarrow CM \perp B_1N \\ \text{по ТТП:}$$

Если прямая перпендикулярна проекции, то она

перпендикулярна и наклонно б) Найдите расстояние между этими прямыми, если $B_1N = 3\sqrt{5}$.

$$1) \text{ Пусть } KN \perp BN.$$

$$\left. \begin{array}{l} CM \perp BN \\ CM \perp BB_1 \end{array} \right\} \Rightarrow CM \perp (B_1BN) \Rightarrow CM \perp KN.$$

$$KN \text{ общий } \perp \text{ к } \text{пр. } CM \text{ и } B_1N \Rightarrow$$

$\Rightarrow KN$ — искомого расстояние.

$$AN = \cancel{ND} = BM = MA = x \Rightarrow$$

$$BB_1 = BA = 2x \Rightarrow BN = x\sqrt{5} \text{ по теореме Пифагора.}$$

$$\text{m.o.T. / m.p. } BB_1 + BN = B_1N$$

$$(2x)^2 + (4\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{3})^2$$

$$4x^2 + 48 = 45$$

$$4x^2 = 45$$

$$x^2 = 5$$

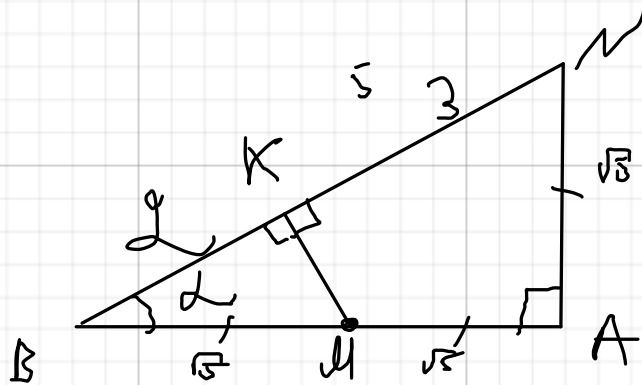
$$x = \sqrt{5}$$

$$BB_1 = 2\sqrt{5}$$

$$BN = 5$$

2

4 $\triangle ABN$:



$$\cos \alpha = \frac{BK}{BN} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{BK}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$BK = 2 \Rightarrow KN = 2$$

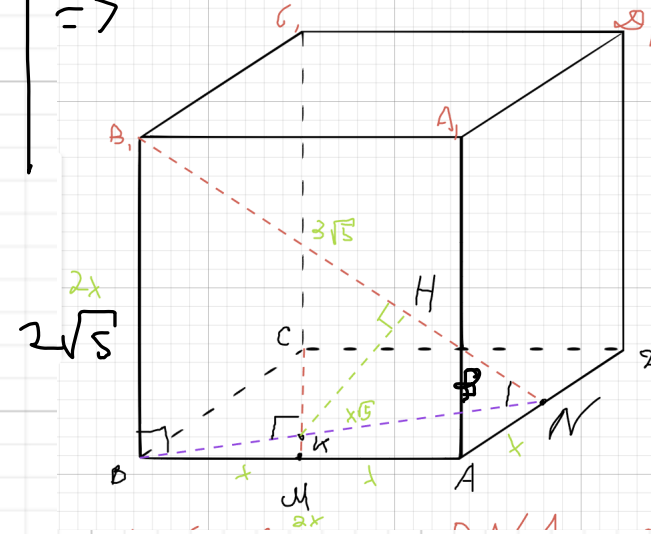
3) $\triangle BB_1N$:

$$\sin \beta = \frac{BB_1}{B_1N} = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{3}$$

$$\triangle KHN: \sin \beta = \frac{KH}{KN} = \frac{KH}{3} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{KH}{3} \Rightarrow KH = 2$$

Ответ: 2



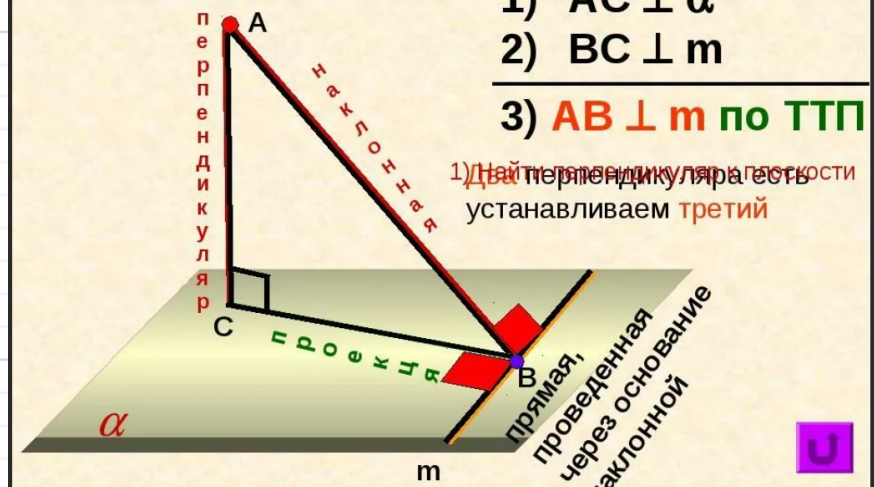
Теорема о трех перпендикулярах: Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

1) $AC \perp \alpha$

2) $BC \perp m$

3) $AB \perp m$ по ТТП

1) Даны перпендикуляры плоскости устанавливаем третий



Дз

$$a^{-h} = \frac{1}{a^h}$$

15

Решите неравенство

$$\frac{2^{5+x} - 2^{-x}}{2^{3-x} - 4^{-x}} \geq 2^x.$$

$$2^x = K$$

$$2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \frac{1}{K}$$

17

В треугольнике ABC продолжения высоты CC_1 и биссектрисы BB_1 пересекают описанную окружность в точках N и M соответственно, $\angle ABC = 40^\circ$, $\angle ACB = 85^\circ$.

а) Докажите, что $BM = CN$.

б) Прямые BC и MN пересекаются в точке D . Найдите площадь треугольника BDN , если его высота BH равна 7.