课程代号：PHY17017　　　　北京理工大学 2013－2014 学年第一学期

大学物理 II 期末试题 A 卷参考答案及评分标准

一、填空题（共 40 分）

1. 5.56×10^{-7} C　(3 分)
2. 4　(3 分)
3. 0.4 H　(3 分)
4. 0.53×10^{-24} N·s　(3 分)
5. $\dfrac{\varepsilon_{r1}-1}{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}}\dfrac{Q}{2\pi R^2}$　(2 分)　$\dfrac{\varepsilon_{r2}-1}{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}}\dfrac{Q}{2\pi R^2}$　(2 分)
6. 6.67×10^{-7} T　(2 分)　7.20×10^{-7} A·m^2　(2 分)
7. $\dfrac{\varepsilon_0}{x^2}v\varepsilon$　(2 分)　小于或者等于　(2 分)
8. 1.48×10^{10}m;　(2 分)　50.27s　(2 分)
9. 6.46×10^{-30}kg;　(2 分)　5.8×10^{-13}J　(2 分)
10. 2.5V　(2 分)　约 4.0×10^{14} Hz　(2 分)
11. 2.55eV　(2 分)　4　(2 分)

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）

C　B　C　A　C

三、计算题（共 45 分）

1. 解：（1）分析可知，电场分布具有轴对称性。取与带电圆柱体同轴，截面半径为 r，长为 l 的圆柱面为高斯面。由高斯定理，

$$\oint_S E\cdot dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}，\quad 得\quad E\cdot 2\pi rl=\frac{q_{内}}{\varepsilon_0}\qquad（3 分）$$

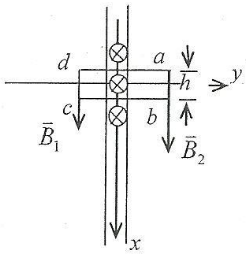
当 $r\le R$ 时，$q_{内}=\pi r^2 l\rho$，$E_{内}=\dfrac{\rho}{2\varepsilon_0}r$；

当 $r\ge R$ 时，$q_{外}=\pi R^2 l\rho$，$E_{外}=\dfrac{R^2\rho}{2\varepsilon_0 r}$。　（4 分）

（2）由电势的定义，得

$$\varphi_r=\int_r^0 E_{内}dr=\int_r^0\frac{\rho}{2\varepsilon_0}rdr=-\frac{\rho}{4\varepsilon_0}r^2；\qquad（3 分）$$

2. 解：设 i 为载流平面的面电流密度，$\vec{B}$ 为无限大载流平面产生的磁场，$\vec{B}_0$ 为均匀磁场的磁感强度，作安培环路 $abcda$，由安培环路定理得



$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 ih$$

$$Bh + Bh = \mu_0 ih$$

$$\therefore \quad B = \frac{1}{2}\mu_0 i \qquad (3\text{分})$$

$$B_1 = B_0 - B, \quad B_2 = B_0 + B$$

$$\therefore \quad B_0 = \frac{1}{2}(B_1 + B_2), \quad B = \frac{1}{2}(B_2 - B_1)$$

$$i = (B_2 - B_1)/\mu_0 \qquad (3\text{分})$$

在无限大平面上沿 z 轴方向上取长 $\mathrm{d}z$，沿 x 轴方向取宽 $\mathrm{d}x$，则其面积为 $\mathrm{d}S = \mathrm{d}z\mathrm{d}x$，面元所受的安培力为：

$$\vec{F} = i\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z B_0(-\vec{j}) = i\,\mathrm{d}S B_0(-\vec{j})$$

单位面积所受的力 $$\frac{\vec{F}}{\mathrm{d}S} = iB_0(-\vec{j}) = -\frac{B_2^2 - B_1^2}{2\mu_0}\vec{j} \qquad (4\text{分})$$

或由载流平面单位面积所受磁场力公式 $\vec{F} = \vec{i}\times\vec{B}_0$

由于电流方向与外磁场方向垂直，因此磁场力大小为 $F = iB_0 = \dfrac{(B_2^2 - B_1^2)}{2\mu_0}$

F 的方向垂直于载流平面指向 B_1 一侧。

3. 解：带电平面圆环的旋转相当于圆环中通有电流 I。在 R_1 与 R_2 之间取半径为 R、宽度为 $\mathrm{d}R$ 的环带，环带内有电流

$$\mathrm{d}I = \sigma R\omega(t)\mathrm{d}R$$

$\mathrm{d}I$ 在圆心 O 点处产生的磁场

$$\mathrm{d}B = \frac{1}{2}\mu_0\,\mathrm{d}I/R = \frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(t)\mathrm{d}R$$

由于整个带电环面旋转，在中心产生的磁感应强度的大小为

$$B = \int_{R_1}^{R_2} dB = \frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(t)(R_2 - R_1) \qquad (4\text{分})$$

选逆时针方向为小环回路的正方向，则小环中

$$\Phi \approx \frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(t)(R_2 - R_1)\pi r^2$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0}{2}\pi r^2(R_2 - R_1)\sigma\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R'} = -\frac{\mu_0\pi r^2(R_2 - R_1)\sigma}{2R'}\cdot\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} \qquad (4\text{分})$$

方向：当 $\mathrm{d}\omega(t)/\mathrm{d}t > 0$ 时，i 与选定的正方向相反。

当 $\mathrm{d}\omega(t)/\mathrm{d}t < 0$ 时，i 与选定的正方向相同。 （2分）

4. 解：（1）由归一化条件 $\int_0^a A^2\sin^2(\frac{n\pi x}{a})dx=1$，得 $A=\sqrt{\frac{2}{a}}$ （2 分）

（2）$n=1$ 时，电子的概率密度

$$P=|\psi(x)|^2=(2/a)\sin^2(\pi x/a)$$

令 $\frac{dP}{dx}=0$，得概率密度最大的位置，即

$$\frac{4}{a}\sin\frac{\pi x}{a}\cos(\frac{\pi x}{a})\cdot\frac{\pi}{a}=0$$

整理得

$$\sin\frac{2\pi x}{a}=0 \quad 得 \quad x=0,\frac{a}{2},a,\frac{3}{2}a,\cdots$$

因为 $0<x<a$，所以 $x=a/2$。概率最大的位置在 $x=a/2$ 处。 （5 分）

（3）$n=1$ 时，电子在 $a/4<x<3a/4$ 范围内的概率为

$$P=\int_{a/4}^{3a/4}\frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi x}{a}\mathrm{d}x=\int_{a/4}^{3a/4}\frac{2}{a}\frac{a}{\pi}\sin^2\frac{\pi x}{a}\mathrm{d}(\frac{\pi x}{a})$$

$$=\frac{2}{\pi}[\frac{\pi x}{2a}-\frac{1}{4}\sin\frac{2\pi x}{a}]\Big|_{a/4}^{3a/4}==\frac{1}{\pi}(\frac{\pi}{2}+1)=0.818$$ （3 分）

5. 答: (1) 物质与反物质碰撞湮灭时，正反物质中蕴函的所有静止质量能以光子的形式完全释放出来。由质能关系式 $E=m_0c^2$，释放出的能量等于静止质量能，所以这一过程中的释能效率 $\eta=\Delta E/E$=100%。（2 分）

（2）利用反证法。取正负电子对的质心作为参照系，在质心系中，正负电子湮灭前动量为零。根据动量守恒，湮灭后的产物总动量一定也为零。如果只产生一个光子，根据相对论的基本假设，光子在任何参照系中光速不变，一个光子不可能具有零动量，与前述质心系中必须具有零动量相矛盾。这就证明了正负电子湮灭不能仅产生一个光子。（3 分）