

## 2008 级计算机学院《数值分析》期末试卷 B 卷（信二学习部整理）

班级\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

注意：① 答题方式为闭卷。

② 可以使用计算器。

③ 请将填空题和选择题的答案直接填在试卷上，计算题答在答题纸上。

## 一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

- 拉格朗日插值公式的系数和  $\sum_{i=0}^n a_i(x) =$ \_\_\_\_\_。
- 若函数  $f(x) = x^7 + x^4 + 3x + 5$ ，则  $f[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] =$ \_\_\_\_\_。
- 对任意初始向量  $X^{(0)}$  和常数项  $N$ ，有迭代公式  $x^{(k+1)} = Mx^{(k)} + N$  产生的向量序列  $\{X^{(k)}\}$  收敛的充分必要条件是\_\_\_\_\_。
- 辛普生求积公式的代数精度为\_\_\_\_\_， $n$  个求积节点的高斯求积公式的代数精度为\_\_\_\_\_。
- 非线性方程  $f(x) = 1 - x - \sin x = 0$  在  $[0, 1]$  内有一个根，使用二分法求误差不大于  $0.5 \times 10^{-4}$  的根，需要对分的次数是\_\_\_\_\_。
- 已知插值节点  $(-1, 3)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(2, -1)$ ，则  $f(x)$  的二次牛顿基本差商公式是\_\_\_\_\_。
- 设有矩阵  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ，则  $\|A\|_1 =$ \_\_\_\_\_。
- 要使  $\sqrt{20} = 4.472135\dots$  的近似值的相对误差小于 0.2%，至少要取\_\_\_\_\_位有效数字。
- 用牛顿下山法求解方程  $\frac{x^3}{3} - x = 0$  根的迭代公式是\_\_\_\_\_，下山条件是\_\_\_\_\_。
- 用松弛法 ( $\omega = 0.9$ ) 解方程组 
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_2 - 3x_3 + 10x_3 = 3 \end{cases}$$
 的迭代公式是\_\_\_\_\_。

11. 已知  $n=4$  时的牛顿-科特斯系数  $C_0^{(4)} = \frac{7}{90}, C_3^{(4)} = \frac{16}{45}$ , 则  $C_1^{(4)} =$  \_\_\_\_\_,

$C_2^{(4)} =$  \_\_\_\_\_。

12. 三次样条插值中的自然边界条件是\_\_\_\_\_。

## 二、选择填空（每题 2 分，共 10 分）

1. 已知数  $x_1=721$   $x_2=0.721$   $x_3=0.700$   $x_4=7 \times 10^{-2}$  是由四舍五入得到的，则它们的有效数字的位数应分别为（ ）。

A. 3, 3, 3, 1

B. 3, 3, 3, 3

C. 3, 3, 1, 1

D. 3, 3, 3, 2

2. 当  $a$  ( ) 时，线性方程组 
$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 - 3x_3 = 7.2 \\ -x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 8.3 \\ 2x_2 - 4x_3 + ax_3 = 9.2 \end{cases}$$
 的迭代解一定收敛。

A.  $>6$

B.  $=6$

C.  $<6$

D.  $=|6|$

3. 用列主元素法求线性方程组 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 - 9x_3 = 0 \\ -4x_2 - 3x_3 + x_3 = 1 \end{cases}$$
，第 1 次消元时选择主元素为（ ）

A. 3

B. 4

C. -4

D. -9

4. 已知多项式  $P(x)$  过点  $(0,0)$ ,  $(2,8)$ ,  $(4,64)$ ,  $(11,1331)$ ,  $(15,3375)$ ，它的三阶差商为常数 1，一阶、二阶差商均不为 0，那么  $P(x)$  是（ ）。

A. 二次多项式

B. 不超过二次的多项式

C. 三次多项式

D. 四次多项式

5. 下列说法不正确的是（ ）。

A. 二分法不能用于求函数  $f(x)=0$  的复根。

B. 方程求根的迭代解法的迭代函数为  $\varphi(x)$ ，则迭代收敛的充分条件是  $\varphi'(x) < 1$ 。

C. 用高斯消元法求解线性方程组  $AX=B$  时，在没有舍入误差的情况下得到的都是精确解。

D. 如果插值节点相同，在满足插值条件下用不同方法建立的插值公式是等价的。

## 三、计算题（共 60 分）

1. 设  $a$  为常数，建立计算  $\sqrt{a}$  的牛顿迭代公式，并求  $\sqrt{115}$  的近似值，计算结果保留小数点后 5 位。（6 分）

2. 用三点高斯求积公式求  $I = \int_{-1}^1 \sqrt{x+1.5} dx$ ，计算结果保留小数点后 6 位（6 分）

$n$	$\pm t_i$	$w_i$
2	0.577 350 269 2	1
3	0	0.888 888 888 9
	0.774 596 692	0.555 555 555 6

3. 对线性代数方程组 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 + 5x_4 = 6 \\ x_2 + 4x_3 - x_4 = 8 \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$
，请写出使雅可比迭代法和高斯-赛德尔迭代法均收敛的迭代格式，要求分别写出迭代格式（不需要迭代计算），并说明收敛的理由。（6 分）

4. 用列消元法解下面的线性方程组。（6 分）

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

5. 试用复化辛卜生公式计算定积分  $I = \int_{0.5}^1 \sqrt{x} dx$ （4 等分区间）。（6 分）

6. 设  $y = \sin x$ ，当取  $x_0 = 1.74, x_1 = 1.76, x_2 = 1.78$  建立拉格朗日插值公式计算  $x = 1.75$  的函数值时，函数值  $y_0, y_1, y_2$  应取几位小数？（10 分）

7. 设函数  $f(x)$  在区间  $[0, 3]$  上具有四阶连续导数，试用埃尔米特插值法求一个次数不高于 3 的多项式  $P_3(x)$ ，使其满足如下数据表值，并给出截断误差估计公式（10 分）

$x$	$y$	$y'$
0	0	
1	1	3
2	1	

8. 用 Euler 法和改进的欧拉法求解下述初值问题，取  $h = 0.1$ ，计算到  $x = 0.5$ ，要求计算结果保留小数点后 6 位。（10 分）

$$\begin{cases} y' = y - \frac{2x}{y}, & 0 < x < 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$