

2017 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

注意: ① 答题方式为闭卷。 ② 可以使用计算器。

③ 请将所有答案答在答题纸上, 不要在试卷上答题。

一、填空题(每空 2 分, 共 40 分)

1. 用最小刻度为 mm 的尺子测量得到一个梯形上下两个边的长度分别为 20mm、30mm, 高为 20mm, 则求得梯形面积的绝对误差为【_____】 mm^2 , 相对误差为【_____】%, 梯形面积计算结果具有【_____】位有效数字。

2. 用麦克劳林展开式 $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ (截断误差

$R = (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \xi$) 计算 $\sin(1.0)$ 的近似值, 要求计算结果总误差不超过 0.01,

计算公式应该取前【_____】项合适。

3. 用牛顿下山法求方程 $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$ 在区间 $[0, 4]$ 的解, 取 $x_0 = 1$, 按牛顿迭代公式计算出 $x_1 = 7$, 此时下山条件不满足, 当下山因子 $\lambda =$ 【_____】时, 下山条件满足, 此时计算的 $x_1 =$ 【_____】。

4. 用迭代法解方程 $x^3 - 2x - 1 = 0$ 在区间 $[1, 2]$ 上的根, 采用下面哪个公式进行迭代计算最合适? 【_____】(请填写 A、或 B、或者 C)。选取初始值为 1.000, 要求结果的误差不超过 0.005, 预计需要迭代几次? 【_____】次(计算中保留小数点后 3 位)

$$\text{A: } x_{n+1} = \frac{x_n^3 - 1}{2}$$

$$\text{B: } x_{n+1} = \frac{1}{x_n^2 - 2}$$

$$\text{C: } x_{n+1} = \sqrt[3]{2x_n + 1}$$

5. 为提高数值计算精度, 当正数 x 充分大时, 应将 $\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$ 改写为【_____】。

6. 用列主元素法求解下面的线性方程组
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 9x_3 = 0 \\ -4x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$
, 那么第 1 次消元,

选择的主元素为【_____】

7. 若系数矩阵为【_____】矩阵, 则高斯—赛德尔迭代法必定收敛。

8. 向量 $X = (1, -5, 2)$, 则向量 X 的 2-范数 $\|X\|_2 =$ 【_____】

9. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.5 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$, 则矩阵 A 的范数 $\|A\|_\infty =$ 【_____】, 范数 $\|A\|_1 =$ 【_____】。

10. 对任意初始向量 $X^{(0)}$ 和常数项 N ，有迭代公式 $x^{(k+1)} = Mx^{(k)} + N$ 产生的向量序列 $\{X^{(k)}\}$ 收敛的充分必要条件是【_____】。
11. n 个求积节点的插值型求积公式的代数精确度至少为【_____】次， n 个求积节点的高斯求积公式的代数精度为【_____】。
12. 在 $[0, 2]$ 上的分段线性插值多项式 $P_1(x)$ 为

$$P_1(x) = \begin{cases} 2x + 3, & x \in [0, 1] \\ ax + 4, & x \in [1, 2] \end{cases}$$

则 $a =$ 【_____】。

13. 用龙贝格积分计算 $\int_0^1 f(x)dx$ ，计算得 $T_1=4$ ， $S_1=5$ ，则 $f(\frac{1}{2}) =$ 【_____】
14. 用 $n=2$ 的高斯求积公式计算 $I = \int_1^3 \frac{1}{x} dx =$ 【_____】。(计算中保留 2 位小数)

| n | 节点 | 积分系数 |
|-----|----------------|----------|
| 2 | ± 0.577350 | 1 |
| 3 | 0 | 0.888889 |
| | ± 0.774597 | 0.555556 |

二、计算题（共 60 分）

- 1、用单点弦截法求方程 $x^3 + 2x - 8 = 0$ 在区间 $[1, 2]$ 上的根，计算结果准确到 3 位有效数字。
- 2、用平方根法解线性方程组，要求保留到小数点后 3 位。

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ -x_1 + 4.25x_2 + 2.75x_3 = -0.5 \\ x_1 + 2.75x_2 + 3.50x_3 = 1.25 \end{cases}$$

- 3、把下列方程组化成等价的方程组，使之能应用高斯—赛德尔迭代法进行求解，再进行计算。取初值 $x_0^{(0)}=0$, $x_1^{(0)}=0$, $x_2^{(0)}=0$ ，要求计算过程和计算结果保留 3 位小数。

$$\begin{cases} -2x_1 + 10x_2 - x_3 = 15 \\ 10x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \\ -x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

- 4、根据下表数据，利用插值多项式反插值法求方程 $x - e^{-x} = 0$ 的解，计算过程保留到小数点后 4 位。

| x | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 |
|----------|--------|--------|--------|--------|
| e^{-x} | 0.7408 | 0.6703 | 0.6065 | 0.5488 |

5、下表为高速公路监测区监测的一辆汽车的行驶信息

| | | | |
|---------------|----|-----|-----|
| 时刻 t (秒) | 0 | 3 | 5 |
| 路程 s (英尺) | 0 | 225 | 383 |
| 速度 v (英尺/秒) | 75 | 77 | 80 |

根据上述表格，预算出汽车在时刻 $t=8$ 的路程及速度，计算过程保留小数点后 3 位。

6、对于函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ ，给出 $n=8$ 时的函数表如下，请用复合梯形公式及复合辛普森公式

计算积分 $I = \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ 。

| | | | | | | | | | |
|--------|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| x | 0 | 1/8 | 1/4 | 3/8 | 1/2 | 5/8 | 3/4 | 7/8 | 1 |
| $f(x)$ | 1 | 0.9973978 | 0.9896158 | 0.9767267 | 0.9588510 | 0.9391556 | 0.9088516 | 0.8771925 | 0.8414709 |

课程编号: H0072101 北京理工大学 2018-2019 学年第一学期
2017 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

一、填空题

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.
- 9.
- 10.
- 11.
- 12.
- 13.
- 14.
- 15.

计算题: