课程编号：MTH07054　北京理工大学 2012-2013 学年第一学期

# 2011 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷（信二学习部整理）

班级_____________学号_____________姓名 _____________成绩 __________

注意：① 答题方式为闭卷。　② 可以使用计算器。

③ 请将填空题的答案直接填在试卷上，计算题答在答题纸上。

## 一、填空题（每空 2 分，共 40 分）

1. 正方形的边长约为 100cm，为了使其面积的误差不超过 $1\text{cm}^2$，则在测量边长时允许的最大误差是_________cm.

2. 设 $\sqrt{20}$ 的一个近似值的相对误差为 0.1%，则该近似值具有______位有效数字.

3. 计算模型的近似解相对于参数模型的精确解的总误差由_________误差和_______误差构成；两类误差合理的配置原则是_________________________________。

4. 设 $f(x)=a_nx^n+1$ $(a_n\neq 0)$，则 $f[x_0, x_1,\ldots, x_n]=$_______.

5. 用对分法求方程 $f(x)=2x^2-5x-1=0$ 在区间[1,3]内的根。进行两步对分后根所在区间为_____________ 。

6. 用牛顿下山法解 $f(x)=x^2-2=0$ 时，取 $x_0=0.5$，按其牛顿迭代公式 $x_{n+1}=$__________计算出 $x_1=2.25$，此时下山条件不满足，当下山因子 $\lambda=$___________时，下山条件满足。

7. 向量 X=(1,-2,3)，Y=(3,4,0)，则 X 的 1-范数 $\|X\|_1=$_____，Y 的 2-范数 $\|Y\|_2=$_____。

8. 设有矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{bmatrix}$，则 $\|A\|_\infty=$_______，$\|A\|_2=$_______。

9. 对任意初始向量 $X^{(0)}$及任意向量 $N$，线性方程组的迭代公式 $X^{(k+1)}=MX^{(k)}+N$ $(k=0,1,\cdots)$ 收敛于方程组的精确解的充分必要条件是______________________。

10. 用带松弛因子的松弛法($\boldsymbol{\omega=1.03}$)解方程组 $\begin{cases}4x_1-x_2=1\\ -x_1+4x_2-x_3=4\\ -x_2+4x_3=-3\end{cases}$ 的迭代公式是

    是____________________________________________。

11. 设 $f(0)=0$，$f(1)=16$，$f(2)=46$，则 $f[0,1]=$ _________，$f[0,1,2]=$ ________，$f(x)$的二次牛顿基本差商公式为________________________________。

12. 已知 $f[4,3,2,1]=2$，则 $x=1$ 点的 3 阶差分值为________。

13. 已知 n=4 时的牛顿-科特斯系数则 $\boldsymbol{C_0^{(4)}=\frac{7}{90}, C_3^{(4)}=\frac{16}{45}, C_2^{(4)}=}$___________。

二、 计算题（每题 10 分，共 60 分）

1. 方程 $x^3-x^2-1=0$ 在 $x=1.5$ 附近有一个实根，若将该方程变换成下列三种形式进行迭代计算：

（1） $x=\sqrt{\dfrac{1}{x-1}}$ （2） $x=1+\dfrac{1}{x^2}$ （3） $x=\sqrt[3]{1+x^2}$

试判断这三种迭代格式在 $x_0=1.5$ 附近的收敛性，并选择一种收敛格式计算出 1.5 附近的实根，要求误差不超过 $10^{-3}$.

2. 用列主元素法解线性方程组，计算结果保留小数点后 3 位。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12 & -3 & 3 \\ -18 & 3 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ -15 \end{bmatrix}$$

3. 对如下方程组

$$\begin{bmatrix} 10 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 11 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 10 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 6 \\ 25 \\ -11 \\ 15 \end{bmatrix}$$

分别写出雅克比迭代法和高斯-赛德尔迭代法的迭代计算公式，并采用高斯-赛德尔迭代法进行计算，取 $x_0=(0,0,0,0)^T$，计算过程中保留小数点后 4 位，迭代到 $\dfrac{\left\|x^{(k+1)}-x^{(k)}\right\|_\infty}{\left\|x^{(k+1)}\right\|_\infty}<10^{-3}$ 为止。

4. 已知函数表如下：

| $x_i$ | 1 | 3 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x_i)$ | -7 | 5 | 8 | 14 |

用三阶拉格朗日（Lagrange）插值多项式计算 $f(2)$ 的近似值。

5. 求满足下表条件的埃尔米特（Hermite）插值多项式

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $y_i$ | 0 | 1 | 1 |
| $y_i'$ | 0 | 1 | |

6. 用复化辛卜生（Simpson）公式计算积分 $I=\int_0^1 \dfrac{\sin x}{x}dx$ ，并**估计舍入误差**，函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ 的值可以参考下表数据。

| $x$ | 0 | 1/8 | 1/4 | 3/8 | 1/2 | 5/8 | 3/4 | 7/8 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 1 | 0.9973978 | 0.9896158 | 0.9767267 | 0.9588510 | 0.9361556 | 0.9088516 | 0.8771925 | 0.8414709 |