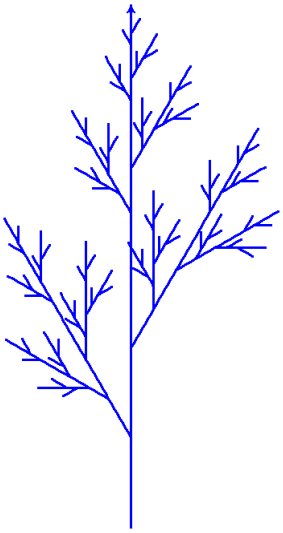
L-système

Les L-systèmes offrent une façon très simple de coder des phénomènes complexes. À partir d'un mot initial et d'opérations de remplacement, on arrive à des mots compliqués. Lorsque l'on « dessine » ces mots, on obtient de superbes figures fractales. Le « L » vient du botaniste A. Lindenmayer qui a inventé les L-systèmes afin de modéliser les plantes.



Vidéo ■ L-sytème
Vidéo ■ Arguments optionnels

Cours 1 (L-système)**.**
Un ***L-système*** est la donnée d'un mot initial et de règles de remplacement. Voici un exemple avec le mot de départ et une seule règle :

BgAdB **A → ABA**

Le ***k-ème itéré*** du L-système s'obtient en appliquant k fois la substitution au mot de départ. Avec notre exemple :

- Première itération. Le mot de départ est **BgAdB**, la règle est **A → ABA** : on remplace le **A** par **ABA**. On obtient le mot **BgABAdB**.
- Deuxième itération. On part du mot obtenu **BgABAdB**, on remplace les deux **A** par **ABA** : on obtient le mot **BgABABABAdB**.
- Le troisième itéré est **BgABABABABABABABAdB**, etc.

Lorsqu'il y a deux règles (ou plus) il faut les appliquer en même temps. Voici un exemple de L-système à deux règles :

A **A → BgA** **B → BB**

Avec notre exemple :

- Première itération. Le mot de départ est **A**, on applique la première règle **A** → **BgA** (la seconde règle ne s'applique pas, car il n'y a pas encore de **B**) : on obtient le mot **BgA**.
- Deuxième itération. On part du mot obtenu **BgA**, on remplace les **A** par **BgA** et en même temps les **B** par **BB** : on obtient le mot **BBgBgA**.
- Le troisième itéré est **BBBBgBBgBgA**, etc.

Cours 2 (Argument optionnel d'une fonction)**.**
Je veux programmer une fonction qui trace un trait d'une longueur donnée, avec la possibilité de changer l'épaisseur du trait et la couleur.
Une méthode serait de définir une fonction par :

```
def tracer(longueur, epaisseur, couleur):
```

Je l'appellerais alors par exemple par :

```
tracer(100, 5, "blue"):
```

Mais comme mes traits auront le plupart du temps l'épaisseur 5 et la couleur bleue, je perds du temps et de la lisibilité en redonnant ces informations à chaque fois.

Avec `Python` il est possible de donner des arguments optionnels. Voici une meilleure façon de faire en donnant des valeurs par défaut :

```
def tracer(longueur, epaisseur=5, couleur="blue"):
```

- La commande `tracer(100)` trace mon trait, et comme je n'ai précisé que la longueur, les arguments `epaisseur` et `couleur` prennent les valeurs par défaut (5 et bleu).
- La commande `tracer(100, epaisseur=10)` trace mon trait avec une nouvelle épaisseur (la couleur est celle par défaut).
- La commande `tracer(100, couleur="red")` trace mon trait avec une nouvelle couleur (l'épaisseur est celle par défaut).
- La commande `tracer(100, epaisseur=10, couleur="red")` trace mon trait avec une nouvelle épaisseur et une nouvelle couleur.
- Voici aussi ce que tu peux utiliser :
  — `tracer(100, 10, "red")` : ne pas préciser les noms des options si on fait attention à l'ordre.
  — `tracer(couleur="red", epaisseur=10, longueur=100)` : on peut nommer n'importe quelle variable, les variables nommées peuvent passer en argument dans n'importe quel ordre !

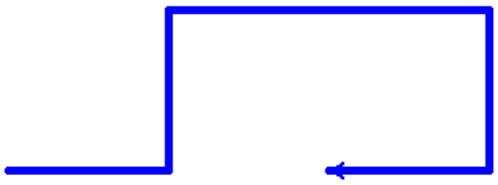
Activité 1 (Tracer un mot)**.**

Objectifs : tracer un dessin à partir d'un « mot ». Chaque caractère correspond à une instruction de la tortue.

On te donne un mot (par exemple **AgAdAAdAdA**) dans lequel chaque lettre (lues de gauche à droite) correspond à une instruction pour la tortue `Python`.

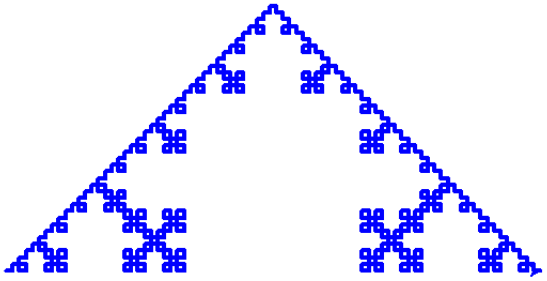
- **A** ou **B** : avance d'une quantité fixée (en traçant),
- **g** : tourne à gauche, sans avancer, d'un angle fixé (le plus souvent 90 degrés),
- **d** : tourne à droite d'un angle fixé.

Les autres caractères ne font rien. (On ajoutera d'autres commandes plus loin).
Programme une fonction `trace_lsysteme(mot,angle=90,echelle=1)` qui affiche le dessin correspondant aux lettres de `mot`. Par défaut l'angle est de 90 degrés, et à chaque fois que l'on avance, c'est de `100×echelle`.
Par exemple : `trace_lsysteme("AgAdAAdAdA")` affiche ceci :



Activité 2 (Une seule règle – Flocon de Koch)**.**

Objectifs : tracer le flocon de Koch à partir d'un mot obtenu par itérations.

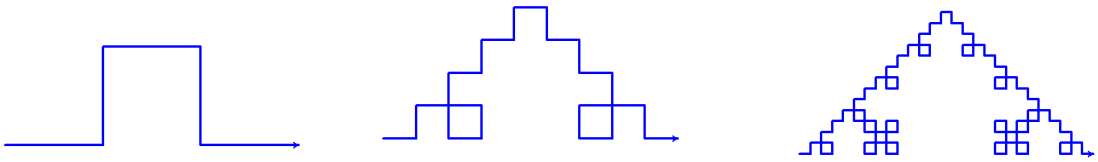


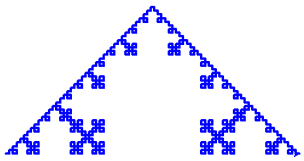
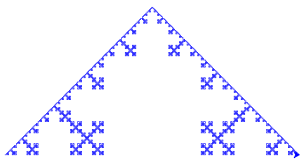
1. Programme une fonction `remplacer_1(mot,lettre,motif)` qui remplace une lettre par un motif dans un mot.

   Par exemple avec `mot = "AdAAg"`, `remplacer_1(mot,"A","Ag")` renvoie le mot `AgdAgAgg` : chaque lettre **A** a été remplacée par le motif **Ag**.
2. Programme une fonction `iterer_lsysteme_1(depart,regle,k)` qui calcule le k-ème itéré du L-système associé au mot initial `depart` selon la règle `regle` qui contient le couple formé de la lettre et de son motif de remplacement. Par exemple, avec :
   - `depart = "A"`
   - `regle = ("A","AgAdAdAgA")` c'est-à-dire **A** → **AgAdAdAgA**
   - pour `k = 0`, la fonction renvoie le mot de départ `A`,
   - pour `k = 1`, la fonction renvoie `AgAdAdAgA`,
   - pour `k = 2`, la fonction renvoie :
     `AgAdAdAgAgAgAdAdAgAdAgAdAdAgAdAgAdAdAgAgAgAdAdAgA`
   - pour `k = 3`, la fonction renvoie : `AgAdAdAgAgA...` un mot de 249 lettres.
3. Trace les premières images du flocon de Koch donné comme ci-dessus par :

   départ : **A** règle : **A** → **AgAdAdAgA**

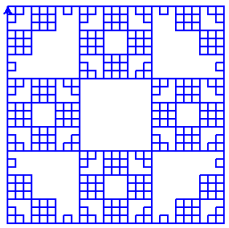
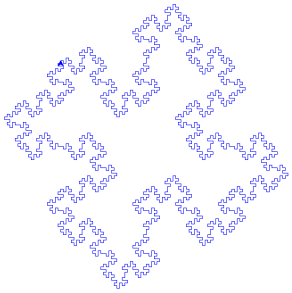
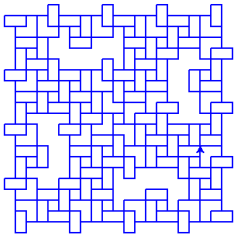
   Ici les images pour $k = 1$ jusqu'à $k = 5$. Pour $k = 1$, le mot est **AgAdAdAgA** et tu peux vérifier le tracé sur la première image.



4. Trace d'autres figures fractales à partir des L-systèmes suivants. Pour tous ces exemples le mot de départ est `"AdAdAdA"` (un carré) et la règle est à choisir parmi :

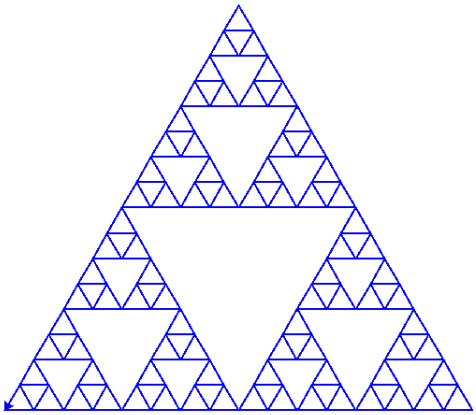
   - `("A"," AdAgAgAAdAdAgA")`
   - `("A","AgAAdAAdAdAgAgAAdAdAgAgAAgAAdA")`
   - `("A","AAdAdAdAdAA")`
   - `("A","AAdAddAdA")`
   - `("A","AAdAdAdAdAdAgA")`
   - `("A","AAdAgAdAdAA")`
   - `("A","AdAAddAdA")`
   - `("A","AdAgAdAdA")`

Invente et trace tes propres L-systèmes !

Activité 3 (Deux règles – Triangle de Sierpinski)**.**

Objectifs : calculer des L-systèmes plus compliqués en autorisant cette fois deux règles de remplacement au lieu d'une seule.



1. Programme une fonction `remplacer_2(mot,lettre1,motif1,lettre2,motif2)` qui remplace une première lettre par un motif et une seconde lettre par un autre.

Par exemple avec `mot = "AdBgA"`, `remplacer_2(mot,"A","ABg","B","Bd")` renvoie le mot `ABgdBdgABg` : chaque lettre **A** a été remplacée par le motif **ABg** et en même temps chaque lettre **B** a été remplacée par le **Bd**.

Attention ! Il ne faut pas obtenir `ABdgdBdgABdg`. Si c'est le cas c'est que tu as utilisé la fonction `remplacer_1()` pour d'abord remplacer les `A`, puis une seconde fois pour les `B` (mais après le premier remplacement de nouveaux `B` sont apparus). Il faut reprogrammer une nouvelle fonction pour éviter cela.

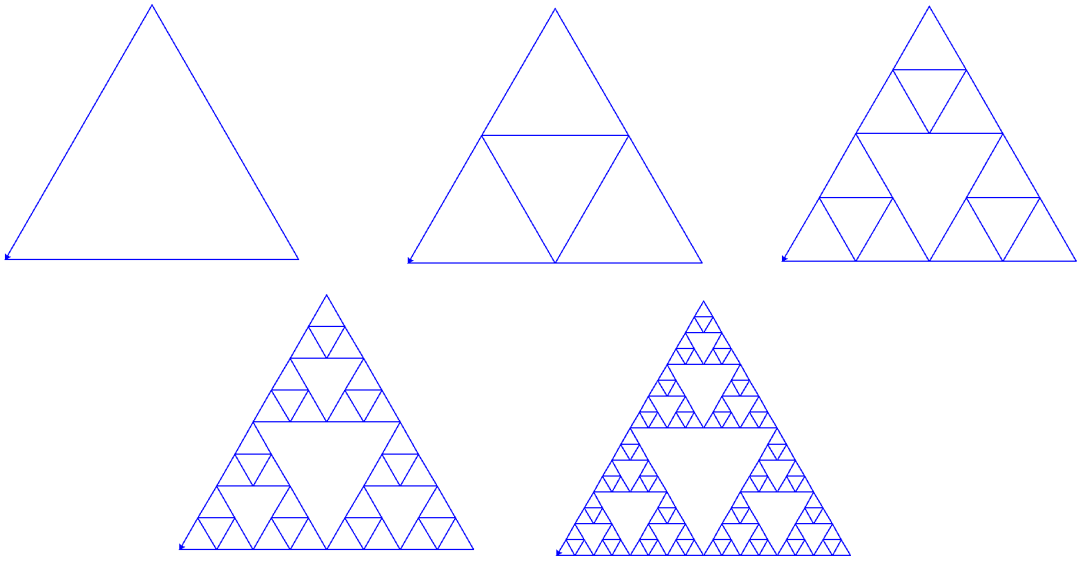
2. Programme une fonction `iterer_lsysteme_2(depart,regle1,regle2,k)` qui calcule le k-ème itéré du L-système associé au mot initial `depart` selon les règles `regle1` et `regle2`. Par exemple, avec :
   - `depart = "AdBdB"`
   - `regle1 = ("A","AdBgAgBdA")` c'est-à-dire **A** → **AdBgAgBdA**
   - `regle2 = ("B","BB")` c'est-à-dire **B** → **BB**
   - pour `k = 0`, la fonction renvoie le mot de départ `AdBdB`,
   - pour `k = 1`, la fonction renvoie `AdBgAgBdAdBBdBB`,
   - pour `k = 2`, la fonction renvoie :

     `AdBgAgBdAdBBgAdBgAgBdAgBBdAdBgAgBdAdBBBBdBBBB`

3. Trace les premières images du triangle de Sierpinski donné comme ci-dessus par :

   départ : **AdBdB** règles : **A** → **AdBgAgBdA** **B** → **BB**

   L'angle est de -120 degrés. Voici les images pour $k = 0$ jusqu'à $k = 4$.



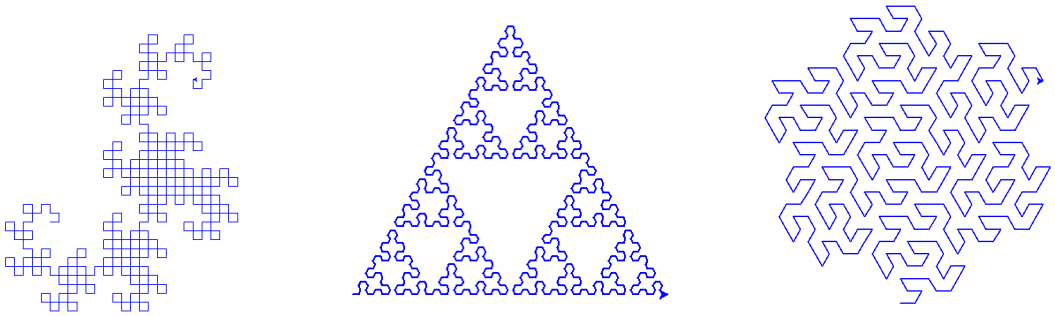
4. Trace d'autres figures fractales à partir des L-systèmes suivants.
   - La courbe du dragon :

     `depart="AX" regle1=("X","XgYAg") regle2=("Y","dAXdY")`

     Les lettres `X` et `Y` ne correspondent à aucune action.
   - Une variante du triangle de Sierpinski, avec `angle = 60` :

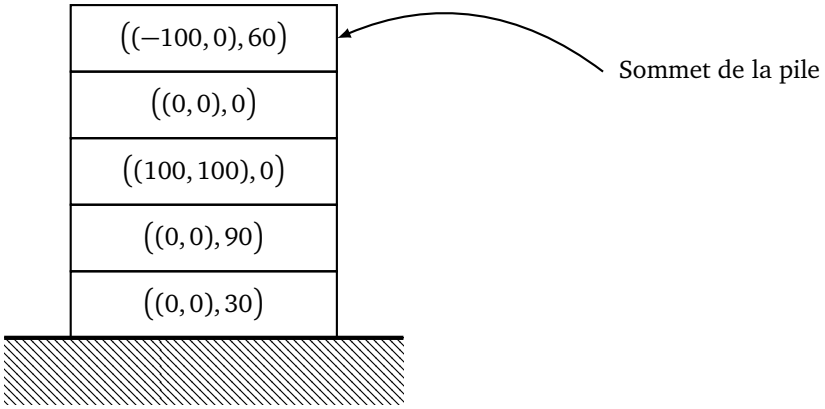
     `depart="A" regle1=("A","BdAdB") regle2=("B","AgBgA")`
   - La courbe de Gosper, avec `angle = 60` :

     `depart="A"`
     `regle1=("A","AgBggBdAddAAdBg")`
     `regle2=("B","dAgBBggBgAddAdB")`



Invente et trace tes propres L-systèmes avec deux règles !

Cours 3 (Piles)**.**
Une ***pile*** est une zone de stockage temporaire. Les détails sont dans la fiche « Calculatrice polonaise – Piles ». Voici juste quelques rappels.

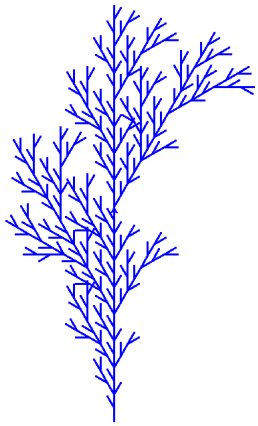


Une pile

- Une pile c'est comme un pile d'assiettes ; on pose des éléments un par un au-dessus de la pile ; on retire les éléments un par un, également à partir du dessus. C'est le principe : « dernier arrivé, premier parti » (*last in, first out*).
- On modélise une pile par une liste.
- Au départ la pile est vide : `pile = []`.
- **Empiler.** On ajoute les éléments en fin de liste : `pile = pile + [element]`.
- **Dépiler.** On retire un élément par la commande `pop()` :
  ```
  element = pile.pop()
  ```
  qui renvoie le dernier élément de la pile et le supprime de la liste.
- Sur le dessin et dans l'activité suivante, les éléments de la pile sont du type $\big((x, y), \theta\big)$ qui stockeront un état de la tortue : (x, y) est la position et θ sa direction.

Activité 4 (L-système et tortue à pile)**.**

Objectifs : améliorer nos tracés en autorisant d'avancer sans tracer et aussi à l'aide d'une sorte de retour en arrière, afin de tracer des plantes.

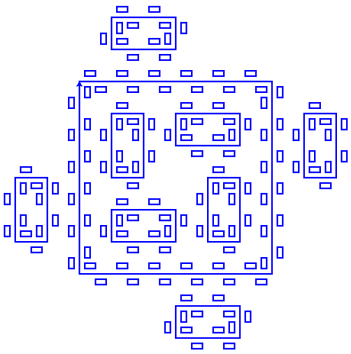


1. **Avancer sans tracer.**

   Augmente les possibilités en autorisant la tortue à avancer sans tracer de trait, lorsque l'instruction est la lettre est **a** (en minuscule). (Il suffit de modifier la fonction `trace_lsysteme()`.)

   Trace alors le L-système suivant :

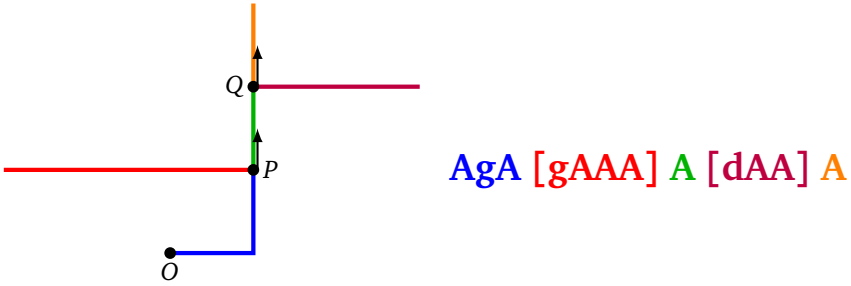
   - `depart = "AdAdAdA"`
   - `regle1 = ("A","AgadAAgAgAAgAagAAdagAAdAdAAdAadAAA")`
   - `regle2 = ("a","aaaaaa")`



2. **Retour en arrière.**

   On autorise maintenant des crochets dans nos mots. Par exemple **AgA[gAAA]A[dAA]A**. Lorsque l'on rencontre un crochet ouvrant « [», on mémorise la position de la tortue, puis les commandes entre crochets sont exécutées comme d'habitude, lorsque l'on trouve un crochet fermant «] » on repart de la position mémorisée auparavant.

   Comprenons l'exemple du tracé du **AgA [gAAA] A [dAA] A** .



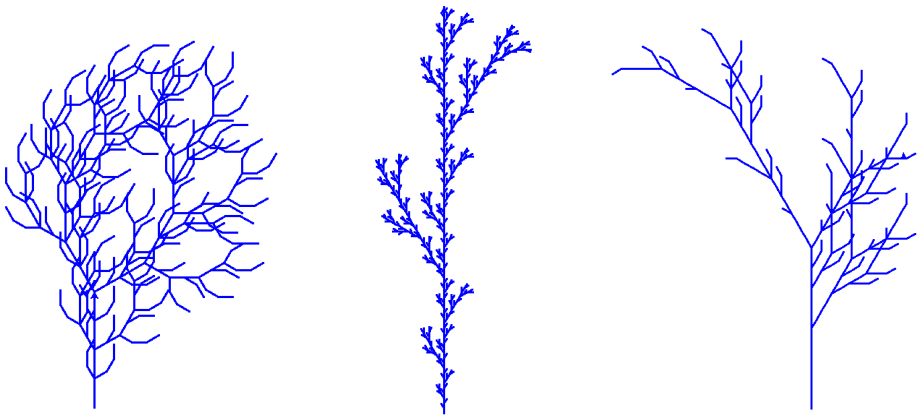
   - **AgA** : on part du point *O*, on avance, on tourne, on avance.

- **[gAAA]** : on retient la position actuelle (le point P) et aussi la direction ; on tourne, on avance trois fois (on trace le segment rouge) ; à la fin on replace la tortue à la position P (sans tracer et avec la même direction que celle auparavant).
- **A** : depuis P on avance (segment vert).
- **[dAA]** : on retient la position Q et la direction, on tourne et on trace le segment violet. On revient en Q avec l'ancienne direction.
- **A** : depuis Q on trace le dernier segment.

Voici comment tracer un mot contenant des crochets à l'aide d'une pile :

- Au départ la pile est vide.
- On lit un par un les caractères du mot. Les actions sont les mêmes qu'auparavant.
- Si le caractère est le crochet ouvrant « `[` » alors on ajoute à la pile la position et la direction courante de la tortue $\big((x,y),\theta\big)$ que l'on obtient par `(position(), heading())`.
- Si le caractère est le crochet fermant « `]` » alors dépiler (c'est-à-dire lire l'élément du haut de la pile et le retirer). Mettre la position de la tortue et l'angle avec les valeurs lues, utiliser `goto()` et `setheading()`.

3. Trace les L-systèmes suivants, où l'on donne le mot de départ et la règle (ou les règles). L'angle est à choisir entre 20 et 30 degrés.
   - `"A"  ("A","A[gA]A[dA][A]")`
   - `"A"  ("A","A[gA]A[dA]A")`
   - `"A"  ("A","AAd[dAgAgA]g[gAdAdA]")`
   - `"X"  ("X","A[gX][X]A[gX]dAX")  ("A","AA")`
   - `"X"  ("X","A[gX]A[dX]AX")  ("A","AA")`
   - `"X"  ("X","Ad[[X]gX]gA[gAX]dX")  ("A","AA")`



Invente ta propre plante !