

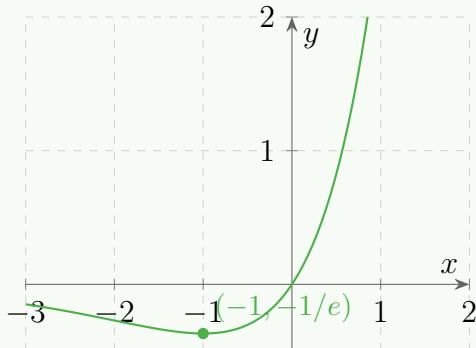
常用初等函数衍生函数

高中数学参考笔记 (修订版)

September 10, 2025

第一组：指数函数与幂函数的乘除

$f(x)$



定义域: \mathbb{R}

导函数: $f'(x) = (x + 1)e^x$

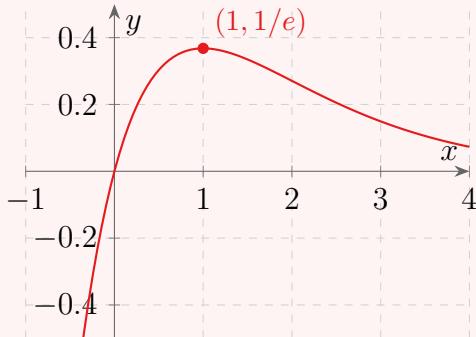
分析: 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = -1$ 。

- $x < -1$, $f'(x) < 0$, 单调递减。

- $x > -1$, $f'(x) > 0$, 单调递增。

极小值点: $(-1, -1/e)$ 。

$f(x)$



定义域: \mathbb{R}

导函数: $f'(x) = (1-x)e^{-x}$

分析: 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = 1$ 。

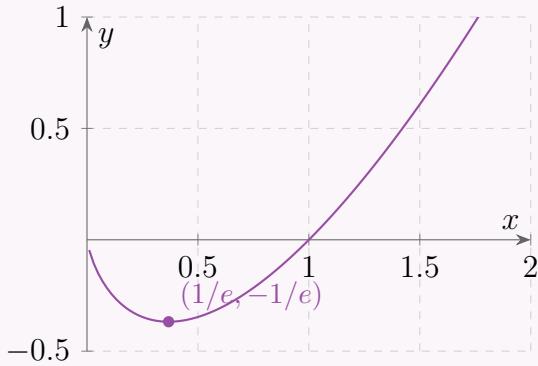
- $x < 1$, $f'(x) > 0$, 单调递增。

- $x > 1$, $f'(x) < 0$, 单调递减。

极大值点: $(1, 1/e)$ 。

第二组：对数函数与幂函数的乘除

$f(x)$



定义域: $\{x \mid x > 0\}$

导函数: $f'(x) = \ln x + 1$

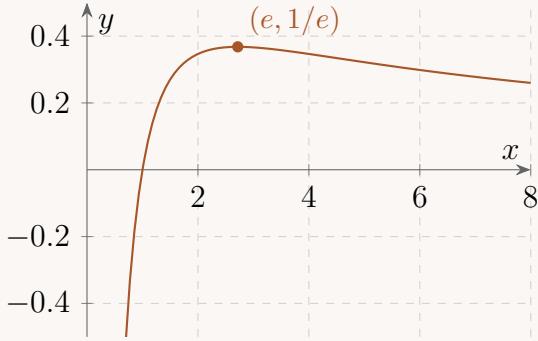
分析: 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = 1/e$ 。

- $0 < x < 1/e, f'(x) < 0$, 单调递减。

- $x > 1/e, f'(x) > 0$, 单调递增。

极小值点: $(1/e, -1/e)$ 。

$f(x)$



定义域: $\{x \mid x > 0\}$

导函数: $f'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2}$

分析: 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = e$ 。

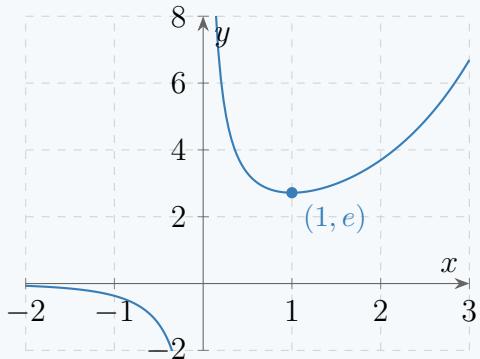
- $0 < x < e, f'(x) > 0$, 单调递增。

- $x > e, f'(x) < 0$, 单调递减。

极大值点: $(e, 1/e)$ 。

第三组：经典模型函数

$f(x)$



定义域: $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$

导函数: $f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$

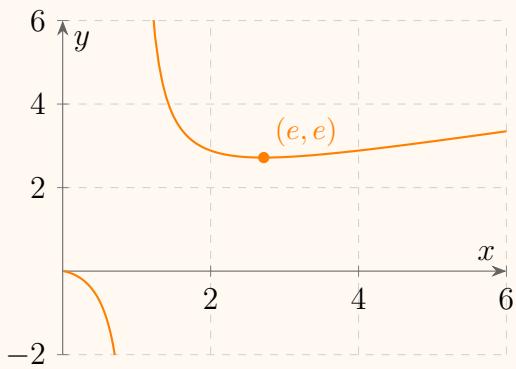
分析: 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = 1$ 。

- $x < 1$ ($x \neq 0$), $f'(x) < 0$, 单调递减。

- $x > 1$, $f'(x) > 0$, 单调递增。

极小值点: $(1, e)$ 。

$f(x)$



定义域: $\{x \mid x > 0, x \neq 1\}$

导函数: $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$

分析: 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = e$ 。

- $0 < x < 1$ 或 $1 < x < e$, $f'(x) < 0$, 单调递减。

- $x > e$, $f'(x) > 0$, 单调递增。

极小值点: (e, e) 。