

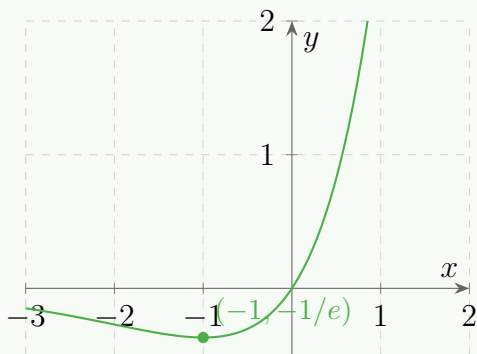
# 常用初等函数衍生函数

高中数学参考笔记 (修订版)

September 10, 2025

## 第一组：指数函数与幂函数的乘除

$f(x)$



定义域： $\mathbb{R}$

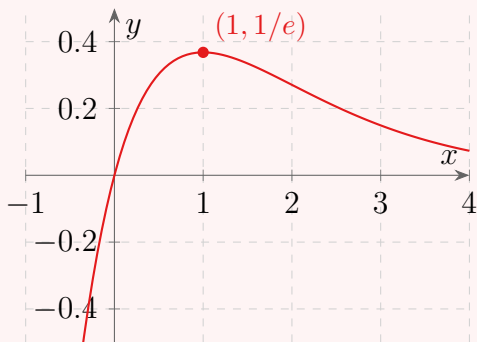
导函数： $f'(x) = (x+1)e^x$

分析：令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = -1$ 。

- $x < -1$ ,  $f'(x) < 0$ , 单调递减。
- $x > -1$ ,  $f'(x) > 0$ , 单调递增。

极小值点： $(-1, -1/e)$ 。

$f(x)$



定义域： $\mathbb{R}$

导函数： $f'(x) = (1-x)e^{-x}$

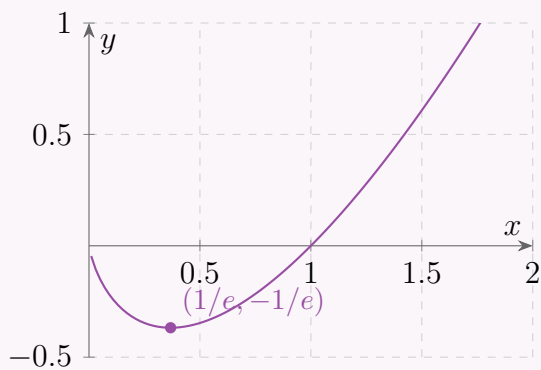
分析：令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = 1$ 。

- $x < 1$ ,  $f'(x) > 0$ , 单调递增。
- $x > 1$ ,  $f'(x) < 0$ , 单调递减。

极大值点： $(1, 1/e)$ 。

## 第二组：对数函数与幂函数的乘除

$f(x)$



定义域：  $\{x \mid x > 0\}$

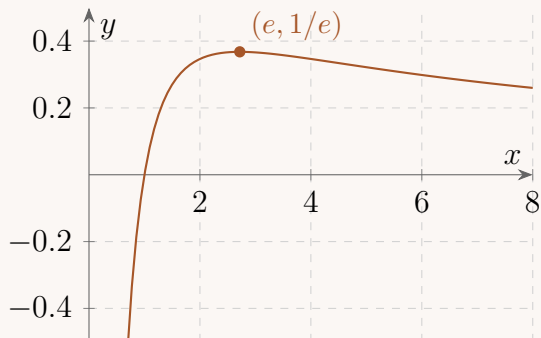
导函数：  $f'(x) = \ln x + 1$

分析： 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = 1/e$ 。

- $0 < x < 1/e$ ,  $f'(x) < 0$ , 单调递减。
- $x > 1/e$ ,  $f'(x) > 0$ , 单调递增。

极小值点：  $(1/e, -1/e)$ 。

$f(x)$



定义域：  $\{x \mid x > 0\}$

导函数：  $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

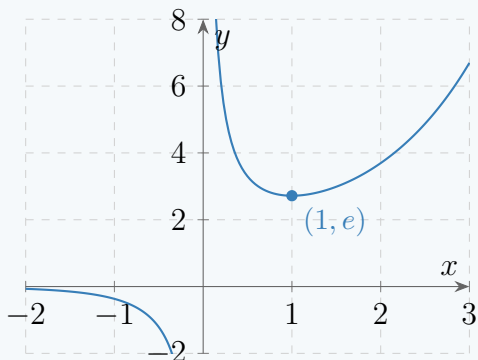
分析： 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = e$ 。

- $0 < x < e$ ,  $f'(x) > 0$ , 单调递增。
- $x > e$ ,  $f'(x) < 0$ , 单调递减。

极大值点：  $(e, 1/e)$ 。

### 第三组：经典模型函数

$f(x)$



定义域：  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$

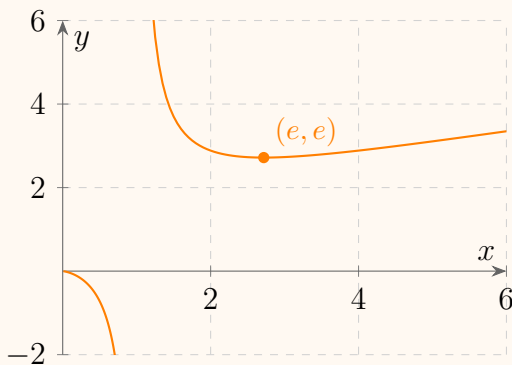
导函数：  $f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$

分析： 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = 1$ 。

- $x < 1$  ( $x \neq 0$ ),  $f'(x) < 0$ , 单调递减。
- $x > 1$ ,  $f'(x) > 0$ , 单调递增。

极小值点：  $(1, e)$ 。

$f(x)$



定义域：  $\{x \mid x > 0, x \neq 1\}$

导函数：  $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

分析： 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = e$ 。

- $0 < x < 1$  或  $1 < x < e$ ,  $f'(x) < 0$ , 单调递减。
- $x > e$ ,  $f'(x) > 0$ , 单调递增。

极小值点：  $(e, e)$ 。