

# Álgebra Lineal I

Darvid  
darvid.torres@gmail.com

February 3, 2023

## Espacios vectoriales

**Definición:** Una operación binaria  $(*)$  sobre un conjunto  $V$  es una función:

$$\begin{aligned} * : V \times V &\rightarrow V \\ *(u, v) &= u * v \in V. \end{aligned}$$

**Definición:** Sea  $K$  un campo. Un espacio vectorial sobre  $K$ , es un conjunto  $V$  no vacío, dotado con dos operaciones binarias, suma:  $+$  y multiplicación por escalares  $\cdot$ , las cuales satisfacen los siguientes:

### Axiomas

1. Cerradura (de la suma): Si  $u, v \in V$ , entonces  $u + v \in V$ .
2. Conmutatividad (de la suma): Si  $u, v \in V$ , entonces  $u + v = v + u$ .
3. Asociatividad (de la suma): Si  $u, v, w \in V$ , entonces  $u + (v + w) = (u + v) + w$ .
4. Neutro aditivo:  $\exists 0 \in V$  tal que si  $v \in V$ , entonces  $0 + v = v$ .
5. Inverso aditivo: Si  $v \in V$ , entonces  $\exists (-v) \in V$  tal que  $v + (-v) = 0$ .
6. Multiplicación por escalares: Si  $\alpha \in K$ , entonces  $\alpha \cdot v \in V$ .
7. Asociatividad (de la multiplicación por escalares): Si  $\alpha, \beta \in K$  y  $v \in V$ , entonces  $(\alpha \cdot \beta) \cdot v = \alpha \cdot (\beta \cdot v)$ .
8. Neutro multiplicativo: Sea  $1$  es el elemento identidad en  $K$  y  $v \in V$ , entonces  $1 \cdot v = v$ .
9. P. Distributiva: Si  $\alpha, \beta \in K$  y  $u, v \in V$ , entonces
  - $\alpha \cdot (u + v) = \alpha \cdot u + \alpha \cdot v$ .
  - $(\alpha + \beta) \cdot v = \alpha \cdot v + \beta \cdot v$ .

**Definición:** A los elementos de  $K$  los llamaremos escalares y a los de  $V$ , vectores.

**Nota:** El uso de los símbolos  $+$  y  $\cdot$  no debe confundirse con las operaciones definidas sobre  $K$ , sin embargo, abusando de la notación, utilizaremos los mismos. Es decir, deberíamos utilizar símbolos distintos para denotar la suma y multiplicación en  $V$ , respecto de los de  $K$ , pero para simplificar la escritura, prescindiremos de ello.

## Lista de ejercicios 1 (LE1)

1. Sea  $F$  un campo y un espacio vectorial sobre sí mismo