Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №4

по «Методы Оптимизации»

Выполнил:

Студент группы P3207
Разинкин А.В.

Преподаватели:

Селина Е.Г.

г. Санкт-Петербург
2024

Оглавление

Условие

Найти экстремум функции $y = 5x^2 - 8x^{\frac{5}{4}} - 20x$ на отрезке $[a, b] = [3,\ 3.5]$ методом квадратичной аппроксимации. Три итерации метода выполнить вручную + написать программу на одном из языков программирования. $\varepsilon = 0.0001$

Первые три итерации

<u>Первая итерация</u>:

Зададим начальную (первую) точку $x_1 = a = 3.0$, величину шага по оси x $\Delta x = 0.1$ и точность $\varepsilon = 0.0001$.

Вычислим вторую точку $x_2 = x_1 + \Delta x = 3.1$.

Вычислим значение функции в точках $f(x_1) \approx -46.58578$ и $f(x_2) \approx -46.85729$.

$f(x_1) > f(x_2)$, значит: $x_3 = x_1 + 2\Delta x = 3.2$

Вычислим $f(x_3) \approx -47.03950$

Найдем $F_{min} = \min\{f_1, f_2, f_3\} = f_3 = -47.03950, x_{min} = x_3 = 3.2$

По точкам x_1, x_2, x_3 вычислим точку минимума $\bar{x}$ квадратичного интерполяционного полинома и величину функции $f(\bar{x})$:

$$\bar{x} = \frac{1}{2}\frac{(x_2^2 - x_3^2)f_1 + (x_3^2 - x_1^2)f_2 + (x_1^2 - x_2^2)f_3}{(x_2 - x_3)f_1 + (x_3 - x_1)f_2 + (x_1 - x_2)f_3} \approx 3.35405$$

$$f(\bar{x}) \approx -47.14489$$

Условие $\left|\frac{F_{min} - f(\bar{x})}{f(\bar{x})}\right| \approx 0.00224 > \varepsilon$ не выполняется.

$\bar{x}$ не принадлежит отрезку $[x_1, x_3]$, поэтому обозначим $x_1 = \bar{x} = 3.35405$.

<u>Вторая итерация</u>:

Вычислим вторую точку $x_2 = x_1 + \Delta x = 3.45405$.

Вычислим значение функции в точках $f(x_1) \approx -47.14489$ и $f(x_2) \approx -47.09914$.

$f(x_1) < f(x_2)$, значит: $x_3 = x_1 - \Delta x = 3.25405$

Вычислим $f(x_3) \approx -47.10072$

Найдем $F_{min} = \min\{f_1, f_2, f_3\} = f_1 = -47.14489, x_{min} = x_1 = 3.35405$

По точкам x_1, x_2, x_3 вычислим точку минимума $\bar{x}$ квадратичного интерполяционного полинома и величину функции $f(\bar{x})$:

$$\bar{x} = \frac{1}{2}\frac{(x_2^2 - x_3^2)f_1 + (x_3^2 - x_1^2)f_2 + (x_1^2 - x_2^2)f_3}{(x_2 - x_3)f_1 + (x_3 - x_1)f_2 + (x_1 - x_2)f_3} \approx 3.35317$$

$$f(\bar{x}) \approx -47.14489$$

Условие $\left|\frac{x_{min}-\bar{x}}{\bar{x}}\right| \approx 0.00026 > \varepsilon$ не выполняется.

$\bar{x}$ принадлежит отрезку $[x_3, x_1]$, наименьшая точка x_{min} – обозначим
$x_1 = \bar{x} = 3.35317$, $x_2 = x_{min} = 3.35405$, $x_3 = x_2 = 3.45405$

Третья итерация:

Найдем $F_{min} = \min\{f_1, f_2, f_3\} = f_1 = -47.14489, x_{min} = x_1 = 3.35405$

По точкам x_1, x_2, x_3 вычислим точку минимума $\bar{x}$ квадратичного интерполяционного полинома и величину функции $f(\bar{x})$:

$$\bar{x} = \frac{1}{2}\frac{(x_2^2 - x_3^2)f_1 + (x_3^2 - x_1^2)f_2 + (x_1^2 - x_2^2)f_3}{(x_2 - x_3)f_1 + (x_3 - x_1)f_2 + (x_1 - x_2)f_3} \approx 3.35321$$

$$f(\bar{x}) \approx -47.14489$$

Условие $\left|\frac{x_{min}-\bar{x}}{\bar{x}}\right| \approx 0.00025 > \varepsilon$ не выполняется

$\bar{x}$ не принадлежит отрезку $[x_1, x_3]$, поэтому обозначим $x_1 = \bar{x} = 3.35321$.

Листинг программы

```
def y(x):
    return 5 * x ** 2 - 8 * x ** (5 / 4) - 20 * x


def calculate(x1, dx, epsilon):
    while True:
        x2 = x1 + dx

        y1 = y(x1)
        y2 = y(x2)

        if y1 > y2:
            x3 = x1 + 2 * dx
        else:
            x3 = x1 - dx

        y3 = y(x3)

        while True:
            x_min = x1
            y_min = y1

            if y2 < y_min:
                x_min = x2
                y_min = y2
            if y3 < y_min:
                x_min = x3
                y_min = y3

            if (x2 - x3) * y1 + (x3 - x1) * y2 + (x1 - x2) * y3 == 0:
                x1 = x_min
                break

            polynom_x_min = 0.5 * ((x2 ** 2 - x3 ** 2) * y1 + (x3 ** 2 - x1
** 2) * y2 + (x1 ** 2 - x2 ** 2) * y3) / (
                    (x2 - x3) * y1 + (x3 - x1) * y2 + (x1 - x2) * y3)
            polynom_y_min = y(polynom_x_min)

            if abs((y_min - polynom_y_min) / polynom_y_min) < epsilon and
abs(
                    (x_min - polynom_x_min) / polynom_x_min) < epsilon:
                return polynom_x_min
            elif x1 <= polynom_x_min <= x3:
                if polynom_y_min < y2:
                    if polynom_x_min < x2:
                        x3 = x2
                        x2 = polynom_x_min
                        y3 = y2
                        y2 = polynom_y_min
                    else:
                        x1 = x2
                        x2 = polynom_x_min
                        y1 = y2
                        y2 = polynom_y_min
                else:
```

```
                    if polynom_x_min < x2:
                        x1 = polynom_x_min
                        y1 = polynom_y_min
                    else:
                        x3 = polynom_x_min
                        y3 = polynom_y_min
            else:
                x1 = polynom_x_min
                break


print(calculate(3, 0.1, 0.0001))
```

Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я ознакомился с методом квадратичной аппроксимации.