

Университет ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №6
по дисциплине
«Вычислительная Математика»

Выполнил:

Студент группы Р3207
Разинкин А.В.

Преподаватели:

Рыбаков С.Д.

г. Санкт-Петербург
2024

Оглавление

Цель лабораторной работы	2
Порядок выполнения работы.....	3
Рабочие формулы	4
Программная реализация	5
Вывод	7

Цель лабораторной работы

Решить задачу Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами.

Порядок выполнения работы

1. В программе численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) должен быть реализован в виде отдельного класса/метода/функции;
2. Пользователь выбирает ОДУ вида (не менее трех уравнений), из тех, которые предлагает программа;
3. Предусмотреть ввод исходных данных с клавиатуры: начальные условия , интервал дифференцирования , шаг h , точность ;
4. Для исследования использовать одношаговые методы и многошаговые методы (см. табл.1);
5. Составить таблицу приближенных значений интеграла дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям, для всех методов, реализуемых в программе;
6. Для оценки точности одношаговых методов использовать правило Рунге;
7. Для оценки точности многошаговых методов использовать точное решение задачи:
$$\varepsilon = \max_{0 \leq i \leq n} |y_{i\text{точн}} - y_i|;$$
8. Построить графики точного решения и полученного приближенного решения (разными цветами);
9. Программа должна быть протестирована при различных наборах данных, в том числе и некорректных.
10. Проанализировать результаты работы программы.

Рабочие формулы

Метод Эйлера:

$$y_i = y_{i-1} + hf(x_{i-1}, y_{i-1})$$

Метод Рунге-Кутты IV-порядка:

$$y_i = y_{i-1} + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$\begin{aligned}k_1 &= hf(x_{i-1}, y_{i-1}) \\k_2 &= hf\left(x_{i-1} + \frac{h}{2}, y_{i-1} + \frac{k_1}{2}\right) \\k_3 &= hf\left(x_{i-1} + \frac{h}{2}, y_{i-1} + \frac{k_2}{2}\right) \\k_4 &= hf(x_{i-1} + h, y_{i-1} + k_3)\end{aligned}$$

Метод Милна:

$$y_i^{\text{прогн}} = y_{i-4} + \frac{4h}{3}(2f_{i-3} - f_{i-2} + 2f_{i-1})$$

$$\begin{aligned}y_i^{\text{корр}} &= y_{i-2} + \frac{h}{3}(f_{i-2} + 4f_{i-1} + f_i^{\text{прогн}}) \\f_i^{\text{прогн}} &= f(x_i, y_i^{\text{прогн}})\end{aligned}$$

Правило Рунге:

$$R = \frac{y^h - y^{h/2}}{2^p - 1}$$

Программная реализация

https://github.com/DecafMangoITMO/ITMO/tree/main/ComputationalMathematics/lab_6

Примеры работы программы:

Список доступных дифференциальных уравнений:

1) $y' = y + (1 + x)y^2$

2) $y' = 1$

3) $y' = \cos(x)$

Выберите дифференциальное уравнение: 2

Список доступных методов:

1) Метод Эйлера

2) Метод Рунге-Кутты IV-порядка

3) Метод Милна

Выберите метод: 1

Введите начальное условие для x_0 : 0

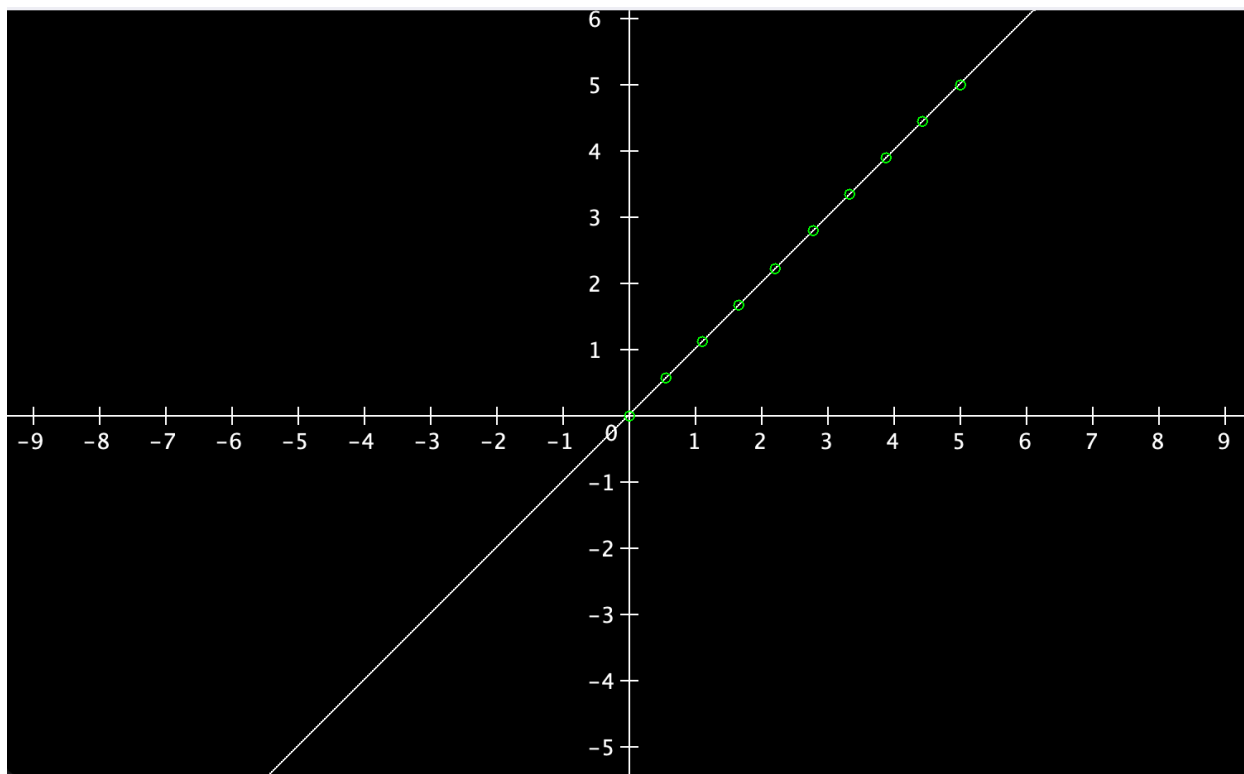
Введите начальное условие для y_0 : 0

Введите x_1 : 5

Введите начальное количество узлов: 10

Введите точность: 0.01

i	x_i	y_i
0	0.000000	0.000000
1	0.555556	0.555556
2	1.111111	1.111111
3	1.666667	1.666667
4	2.222222	2.222222
5	2.777778	2.777778
6	3.333333	3.333333
7	3.888889	3.888889
8	4.444444	4.444444
9	5.000000	5.000000



Список доступных дифференциальных уравнений:

- 1) $y' = y + (1 + x)y^2$
- 2) $y' = 1$
- 3) $y' = \cos(x)$

Выберите дифференциальное уравнение: 3

Список доступных методов:

- 1) Метод Эйлера
- 2) Метод Рунге-Кутты IV-порядка
- 3) Метод Милна

Выберите метод: 3

Введите начальное условие для x_0 : 0

Введите начальное условие для y_0 : 0

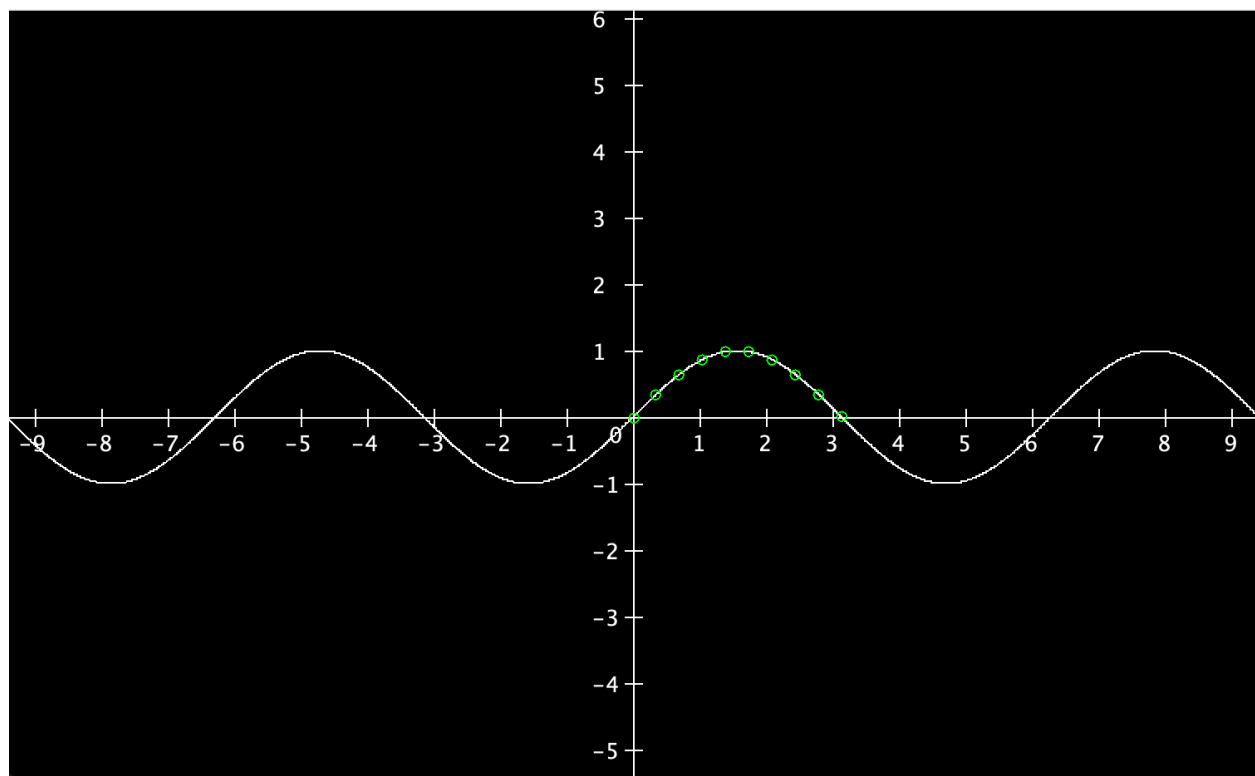
Введите x_1 : 3.14

Введите начальное количество узлов: 10

Введите точность: 0.0001

i	x_i	y_i
0	0.000000	0.000000
1	0.348889	0.341856
2	0.697778	0.642520
3	1.046667	0.865764

4	1.395556	0.984716
5	1.744444	0.984975
6	2.093333	0.866578
7	2.442222	0.643722
8	2.791111	0.343328
9	3.140000	0.001525



Вывод

Я научился решать задачу Коши численными методами — я снова молодец.