

Report
Controlli Automatici - T
Progetto Tipologia B- Traccia 1

**Controllo di una tavola
rotante motorizzata**

Gruppo 40

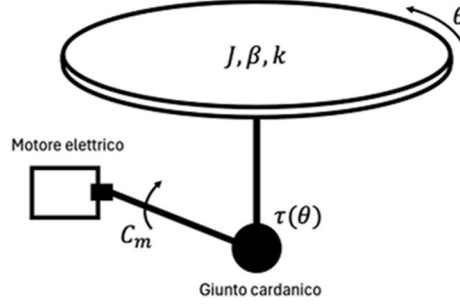
Carbone Michele, Querzè Alessandro, Ripanti Tommaso, Tonelli Mirko

INDICE

Descrizione del problema	3
1 Espressione del sistema in forma di stato e calcolo del sistema linearizzato intorno ad una coppia di equilibrio	3
2 Calcolo Funzione di Trasferimento.....	5
3 Mappatura specifiche del regolatore	6
4 Sintesi del regolatore statico	7
5 Sintesi del regolatore dinamico	8
6 Test sul sistema linearizzato	9
7 Test sul sistema non lineare	12
8 Punti opzionali.....	14
9 Conclusioni	15

Descrizione del problema

Il progetto riguarda il controllo di una tavola rotante motorizzata, la cui dinamica viene descritta dalle seguenti equazioni differenziali



$$J\dot{\omega} = \tau(\theta)C_m - \beta\omega - k\theta \quad (0)$$

$$\text{dove } \tau(\theta) = \frac{\cos(\alpha)}{1 - (\sin(\alpha)\cos(\theta))^2} \quad (0a)$$

dove:

- $\tau(\theta)$ è il rapporto di trasmissione del giunto cardanico funzione di θ e dell'angolo tra i due alberi α ;
- J è il momento d'inerzia della tavola;
- si considera come input di controllo C_m , ossia la coppia generata dal motore elettrico;
- si considerano infine anche l'attrito viscoso (coefficiente β) e l'elasticità del disco (coefficiente k).

Parametri di progetto

$$k = 100$$

$$\beta = 0.6$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$J = 800$$

$$\theta_e = 120^\circ$$

1 Espressione del sistema in forma di stato e calcolo del sistema linearizzato intorno ad una coppia di equilibrio

Innanzitutto, esprimiamo il sistema (0) nella seguente forma di stato

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1a)$$

$$y = h(x, u) \quad (1b)$$

Pertanto, andiamo ad individuare lo stato x , l'ingresso u e l'uscita y del sistema come segue

$$x \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \theta \\ \omega \end{pmatrix} \quad u \stackrel{\text{def}}{=} C_m \quad y \stackrel{\text{def}}{=} \theta$$

Coerentemente con questa scelta, ricaviamo dal sistema (0) la seguente espressione per le funzioni f ed h

$$f(x, u) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{\tau(x_1)u}{J} - \frac{\beta x_2}{J} - \frac{kx_1}{J} \end{pmatrix} \quad (1c)$$

$$h(x, u) \stackrel{\text{def}}{=} x_1 \quad (1d)$$

con $f: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ e $h: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Una volta calcolate f ed h esprimiamo (0) nella seguente forma di stato

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\tau(x_1)u}{J} - \frac{\beta x_2}{J} - \frac{kx_1}{J} \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (1e)$$

$$y = x_1 \quad (1f)$$

Per trovare la coppia di equilibrio (x_e, u_e) di (1e), andiamo a risolvere il seguente sistema di equazioni

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{e1} \\ \dot{x}_{e2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\tau(x_{e1})u_e}{J} - \frac{\beta x_{e2}}{J} - \frac{kx_{e2}}{J} \\ x_{e2} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_{e2} = 0 \\ \frac{\tau(x_{e1})u_e}{J} - \frac{\beta x_{e2}}{J} - \frac{kx_{e2}}{J} = 0 \end{cases} = \begin{cases} x_{e2} = 0 \\ u_e = \frac{kx_{e1}}{\tau(x_{e1})} \end{cases} \quad (1g)$$

Le coppie di equilibrio sono tutte quelle del tipo $\left[(x_{e1}, 0), \frac{kx_{e1}}{\tau(x_{e1})} \right]$

dal quale otteniamo la coppia di equilibrio di interesse, sapendo che $x_{e1} = \theta_e$

$$x_e = (\theta_e, 0) = \left(\frac{2}{3} \pi, 0 \right) \quad u_e = \frac{k\theta_e}{\tau(\theta_e)} = \frac{125}{\sqrt{3}} \pi \quad (1h)$$

Definiamo ora le variabili alle variazioni δx , δu e δy come

$$\delta x \stackrel{\text{def}}{=} x(t) - x_e \quad \delta u \stackrel{\text{def}}{=} u(t) - u_e \quad \delta y \stackrel{\text{def}}{=} y(t) - y_e \quad (1i)$$

L'evoluzione del sistema espressa nelle variabili alle variazioni può essere approssimativamente descritta mediante il seguente sistema lineare

$$\delta \dot{x} = A\delta x + B\delta u \quad (1j)$$

$$\delta \dot{y} = C\delta x + D\delta u, \quad (1k)$$

dove le matrici A, B, C e D sono

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta x_1} & \frac{\delta f_1}{\delta x_2} \\ \frac{\delta f_2}{\delta x_1} & \frac{\delta f_2}{\delta x_2} \end{bmatrix}_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x_1} \left(\frac{\tau(x_1)}{J} u - \frac{\beta}{J} x_2 - \frac{k}{J} x_1 \right) & \frac{\delta}{\delta x_2} \left(\frac{\tau(x_1)}{J} u - \frac{\beta}{J} x_2 - \frac{k}{J} x_1 \right) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{x=x_e, u=u_e} = \\ &= \begin{bmatrix} -2u_e \frac{\cos(\alpha) \sin^2(\alpha) \sin(\theta_e) \cos(\theta_e)}{J(1 - \sin^2(\alpha) \cos^2(\theta_e))^2} - \frac{k}{J} & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{4\pi\sqrt{3} - 45}{360} & -\frac{0.6}{800} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1l)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\tau(\theta_e)}{J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{1500} \end{bmatrix} \quad (1m)$$

$$C = [1 \quad 0] \quad (1n)$$

$$D = 0 \quad (1o)$$

2 Calcolo Funzione di Trasferimento

In questa sezione, andiamo a calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ dall'ingresso δu all'uscita δy mediante la seguente formula

$$\begin{aligned}
 G(s) &= C(sI - A)^{-1}B + D = \\
 &= [1 \quad 0] \left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2u_e \frac{\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)\sin(\theta_e)\cos(\theta_e)}{J(1 - \sin^2(\alpha)\cos^2(\theta_e))^2} - \frac{k}{J} & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\tau(\theta_e)}{J} \end{bmatrix} + 0 = \\
 &= \frac{\frac{\tau(\theta)}{J}}{s^2 + \frac{\beta}{J}s + 2u_e \frac{\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)\sin(\theta_e)\cos(\theta_e)}{J(1 - \sin^2(\alpha)\cos^2(\theta_e))^2} + \frac{k}{J}} = \\
 &= \frac{0.001155}{s^2 + 0.00075s + 0.06454}
 \end{aligned}
 \tag{2a}$$

La matrice $G(s)$, come espressa nel punto (2a), si ricava dalla trasformazione di Laplace del sistema LTI ai punti (1j) - (1k), ricordando la seguente proprietà della trasformata \mathcal{L} :

$$\mathcal{L} \left[\frac{d}{dt} x(t) \right] = sX(s) - x(0)
 \tag{2b}$$

Dall'applicazione della proprietà (2b) ne viene un sistema in forma matriciale a due addendi. Uno dipendente dalla condizione iniziale $\delta x(0)$, l'altro dall'ingresso $\delta u(t)$. Nel nostro caso, al fine di ottenere $G(s)$ del sistema, consideriamo la sola evoluzione forzata, ergo il secondo addendo. Quest'ultima restrizione ci consente di descrivere $G(s)$ come rapporto ingresso-uscita e facilita lo studio della stessa nel dominio delle frequenze. Nonostante ciò, sarà sempre possibile contemplare la presenza di un'evoluzione libera avvalendosi della sovrapposizione degli effetti per sistemi lineari.

Dunque, il sistema linearizzato (1j) - (1k) è caratterizzato dalla funzione di trasferimento (2a) con poli complessi coniugati $s_{p1,2} = -0.0004 \pm 0.2540j$ e nessuno zero.

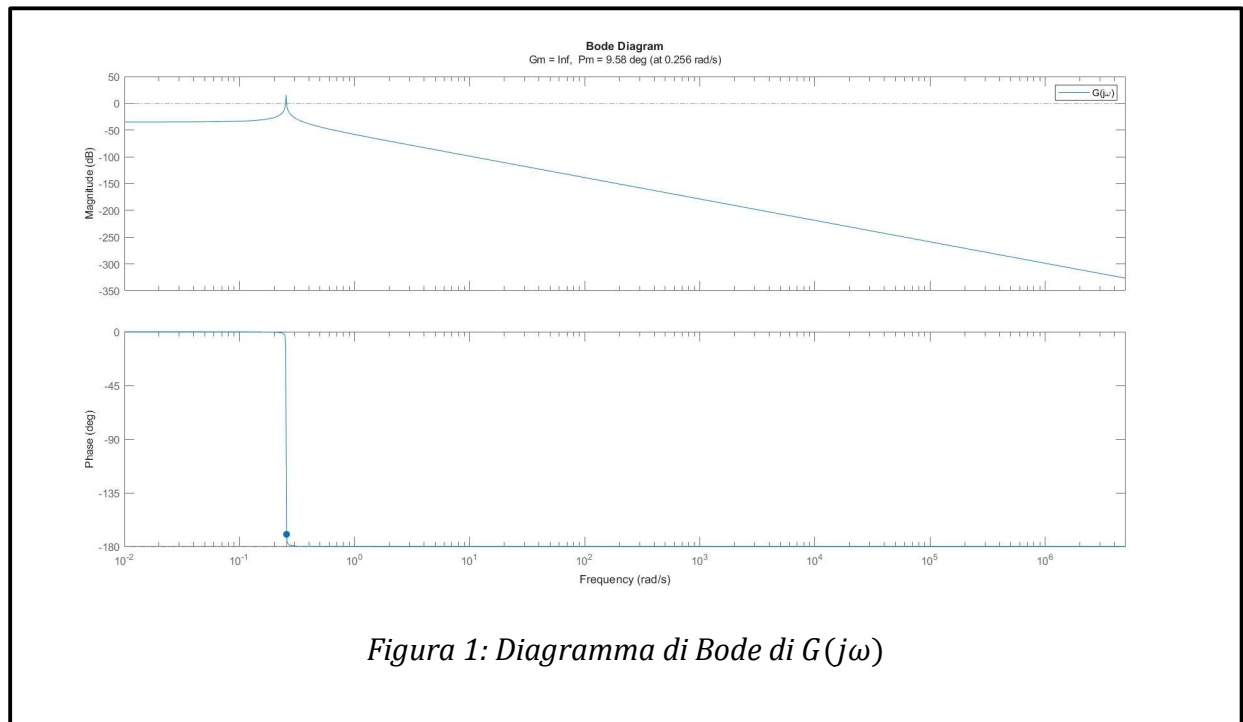
Per $s = j\omega$, trovo $G(j\omega)$ espressa in forma di Bode

$$G(j\omega) = \frac{\mu}{1 + 2j\omega \frac{\xi}{\omega_n} - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}
 \tag{2c}$$

con parametri

$$\mu = 0.01799 \quad \xi = 0.001476 \quad \omega_n = 0.2540
 \tag{2d}$$

In Figura (1) mostriamo il corrispondente diagramma di Bode.



Dal diagramma, notiamo:

1. un picco di risonanza di ampiezza $|G(j\omega_r)| \approx \frac{1}{2|\xi|}$ a pulsazione $\omega_r \approx \omega_n$, con approssimazione maggiormente precisa al diminuire di ξ .
2. Un'ampiezza (non logaritmica) tra 0 e 1 ad eccezione dei valori nell'intorno del picco di risonanza, con conseguente attenuazione di segnali sia a bassa che alta frequenza. Il sistema è quindi simile ad un filtro passa banda, con banda passante molto ristretta.
3. Uno sfasamento di 180 gradi per segnali ad alta frequenza ($\omega > \omega_n$). In particolare, la variazione di fase inizia e termina $\xi \log_{10}(4.81)$ decadi prima e dopo la pulsazione ω_n . Nel nostro caso ne consegue una variazione praticamente istantanea.

3 Mappatura specifiche del regolatore

Le specifiche da soddisfare sono:

- 1) Errore a regime $|e_\infty| \leq e^* = 0.005$ in risposta a un gradino $w(t) = 1(t)$ e $d(t) = 1(t)$.
- 2) Per garantire una certa robustezza del sistema si deve avere un margine di fase $M_f \geq 30^\circ$.
- 3) Il sistema può accettare una sovranelongazione percentuale al massimo dell'2%.
- 4) Il tempo di assestamento con $\epsilon\% = 5\%$, deve essere inferiore a: $T_{a,\epsilon} = 0.03s$.
- 5) Il disturbo sull'uscita $d(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[0 \text{ rad/s}, 0.5 \text{ rad/s}]$, deve essere abbattuto di almeno 40 dB.
- 6) Il rumore di misura $n(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[10^5 \text{ rad/s}, 5 \cdot 10^6 \text{ rad/s}]$, deve essere abbattuto di almeno 63 dB.

Andiamo ad effettuare la mappatura punto per punto delle specifiche richieste.

Inseriamo quindi una patch per i disturbi a basse frequenze che va a coprire tutti i guadagni inferiori a 40 dB nel range di pulsazioni $[0 \text{ rad/s}, 0.5 \text{ rad/s}]$ (sapendo che i disturbi $D(s)$ sono legati alla funzione di sensitività $S(s)$). Inseriamo poi una patch per i disturbi ad alte frequenze che va a coprire tutti i guadagni superiori a -63 dB per le pulsazioni dell'intervallo $[10^5 \text{ rad/s}, 5 \cdot 10^6 \text{ rad/s}]$ (sapendo che i disturbi $N(s)$ sono legati alla funzione di sensitività complementare negata $-F(s)$).

Per le altre due zone proibite, occorre prima calcolare il margine di fase minimo necessario per rispettare le specifiche. Lo troviamo, allora, come massimo tra il limite dato sul M_f e quello derivante dal vincolo sulla sovraelongazione.

$$S^* = e^{-\frac{\pi\xi^*}{\sqrt{1-\xi^{*2}}}} \Rightarrow \xi^* = \left| \frac{\ln(S^*)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(S^*)}} \right|$$

$$\xi = \frac{M_f}{2} \cdot \frac{\pi}{180} \Rightarrow M_f^* = 100 \cdot \xi^* = 77.9^\circ$$

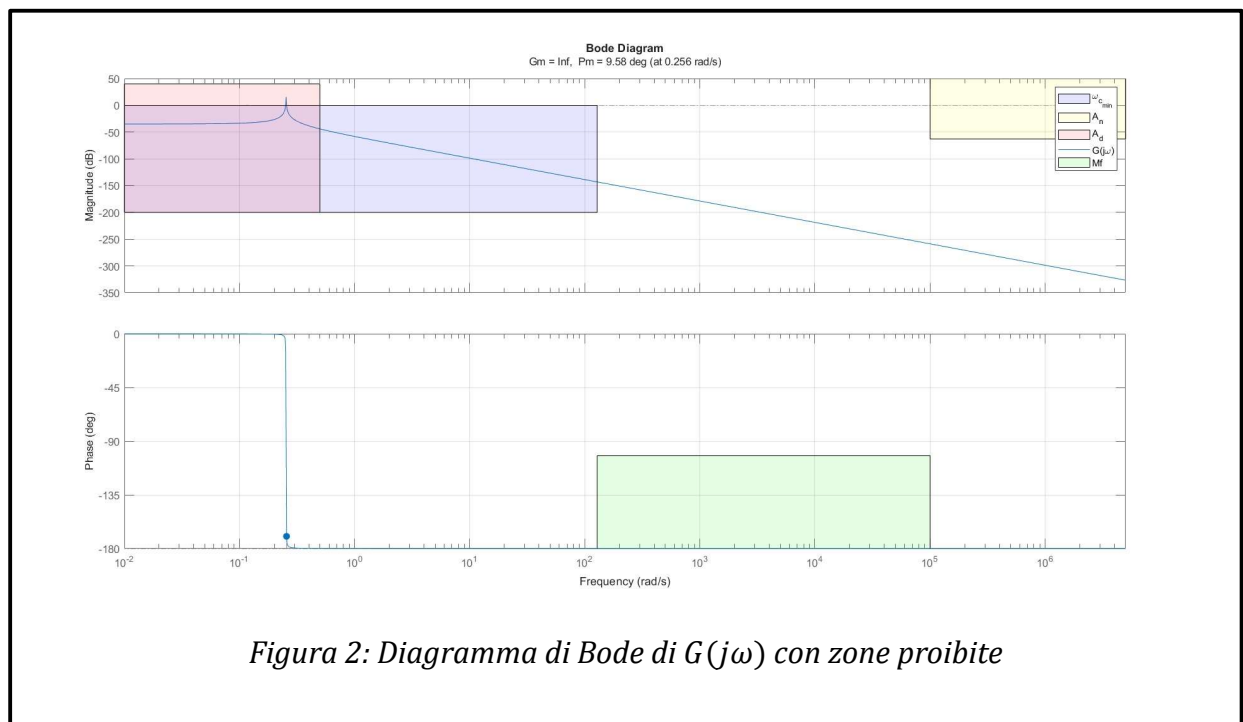
$$M_{f,\min} = \max(30^\circ, 77.9^\circ)$$

Usiamo poi questo risultato, insieme ai requisiti sul tempo di assestamento, per calcolare $\omega_{c,\min}$.

$$T_{a,5\%} = \frac{300}{M_{f,\min} \cdot \omega_c} \Rightarrow \omega_{c,\min} = \frac{300}{M_{f,\min} \cdot T_{a,5\%}} = 128.3 \text{ rad/s}$$

Aggiungiamo, dunque, la patch che va a coprire tutti i guadagni inferiori a 0dB per le pulsazioni inferiori a $\omega_{c,\min}$ e, infine, l'ultima che comprende tutte le fasi minori del margine di fase nelle pulsazioni comprese tra $[\omega_{c,\min}, 10^5 \text{ rad/s}]$ (anche se il vincolo sul margine di fase deve essere rispettato solo nella pulsazione $\omega = \omega_c$).

Pertanto, in Figura (2) mostriamo il diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(j\omega)$ con le zone proibite emerse dalla mappatura delle specifiche.



Si può notare che la funzione di trasferimento $G(j\omega)$ non rispetta le specifiche in quanto attraversa diverse zone proibite delimitate dalle patch applicate.

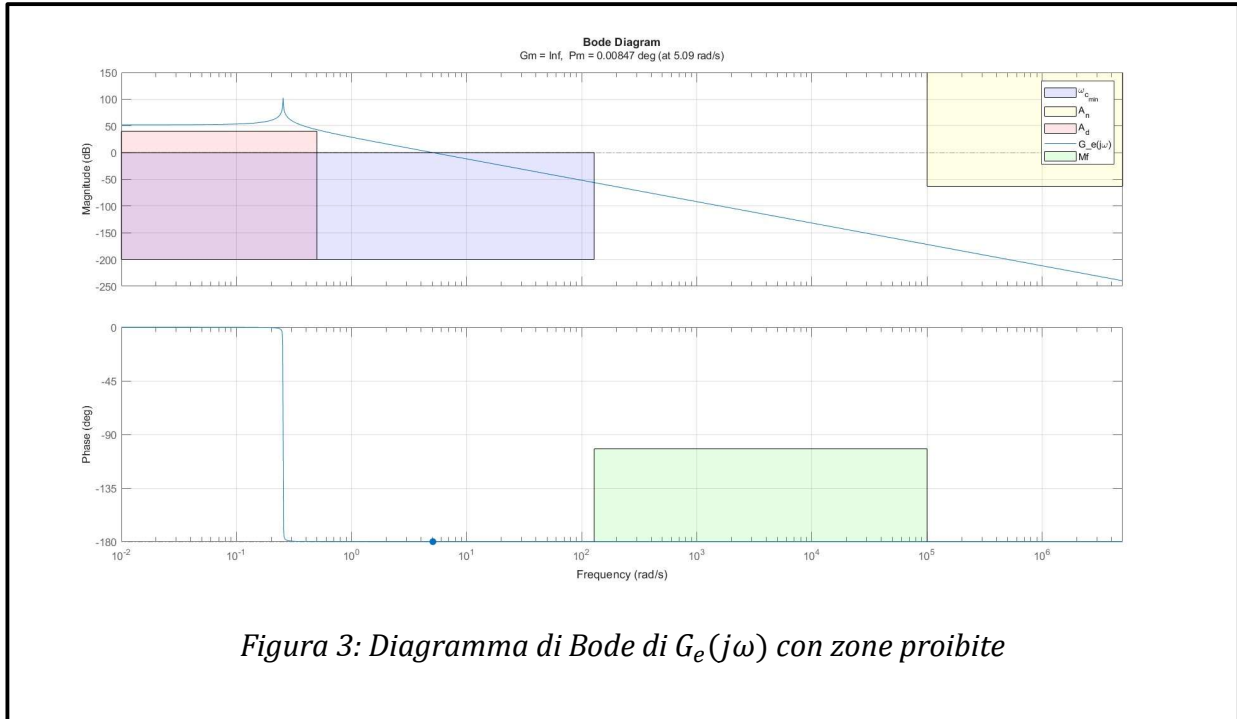
4 Sintesi del regolatore statico

In questa sezione progettiamo il regolatore statico $R_s(s)$ partendo dalle analisi fatte in sezione 3. Esso viene modellato per soddisfare i requisiti sulla precisione statica della risposta a gradino e sull'attenuazione dei disturbi sull'uscita $d(t)$. Deve, quindi, permettere di effettuare una traslazione della funzione di trasferimento nel diagramma delle ampiezze, tramite la definizione di un parametro

costante, chiamato guadagno statico, scelto come il massimo tra il valore che garantisce un errore a regime, in risposta ad un gradino, inferiore a 0.005 (come da specifica) e il valore sufficiente per l'abbattimento dei rumori in uscita di almeno 40dB (come da specifica). Entrambi i valori sono rapportati all'ampiezza della funzione di trasferimento, rispettivamente a pulsazione nulla e nel limite destro della banda dei disturbi in uscita, per annullare il guadagno statico già presente nel sistema fisico.

$$\mu_s = \max\left(\frac{D^* + W^*}{|G(0)|}, \frac{10^{\frac{A_d}{20}}}{|G(\omega_{dMax})|}\right) = \max\left(\frac{400}{0,0179}, \frac{100}{0,0062}\right) = 2.2357 \cdot 10^4 \quad (4a)$$

Dunque, definiamo la funzione estesa $G_e(s) = R_s(s)G(s)$ e, in Figura (3), mostriamo il suo diagramma di Bode per verificare se e quali zone proibite vengono attraversate.



Da Figura (3) emerge che il regolatore statico applica una traslazione di circa $2.2357 \cdot 10^4 |_{dB} \approx 87dB$, facendo sì che il diagramma non attraversi la patch riguardante i disturbi sull'uscita. Inoltre, possiamo notare che il diagramma di bode attraversa ancora una patch, per cui sarà necessario progettare anche un regolatore dinamico affinché vengano rispettate tutte le specifiche di progetto.

5 Sintesi del regolatore dinamico

In questa sezione, progettiamo il regolatore dinamico $R_d(s)$. Dalle analisi fatte in Sezione 4, notiamo di essere nello scenario di tipo B.

Dunque, per ottenere il comportamento desiderato ricorreremo ad una rete anticipatrice:

$$R_d(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s}$$

Questa rete ci permetterà di ottenere un guadagno=0 e un margine di fase sufficiente in ω_c^* per il sistema ad anello chiuso.

La rete anticipatrice è un numero complesso e quindi può essere espresso in forma polare:

$$\frac{1 + j\tau\omega_c^*}{1 + j\alpha\tau\omega_c^*} = M^* e^{j\phi^*}$$

Scelta arbitrariamente $\omega_c^* = 200$ (valore in cui il guadagno sarà =0), possiamo allora ricavare M^* e ϕ^* dalle seguenti formule:

$$M^* = \frac{1}{|G_e(j\omega_c^*)|}$$

$$\phi^* = M_f - 180 - \arg\{G_e(j\omega_c^*)\}$$

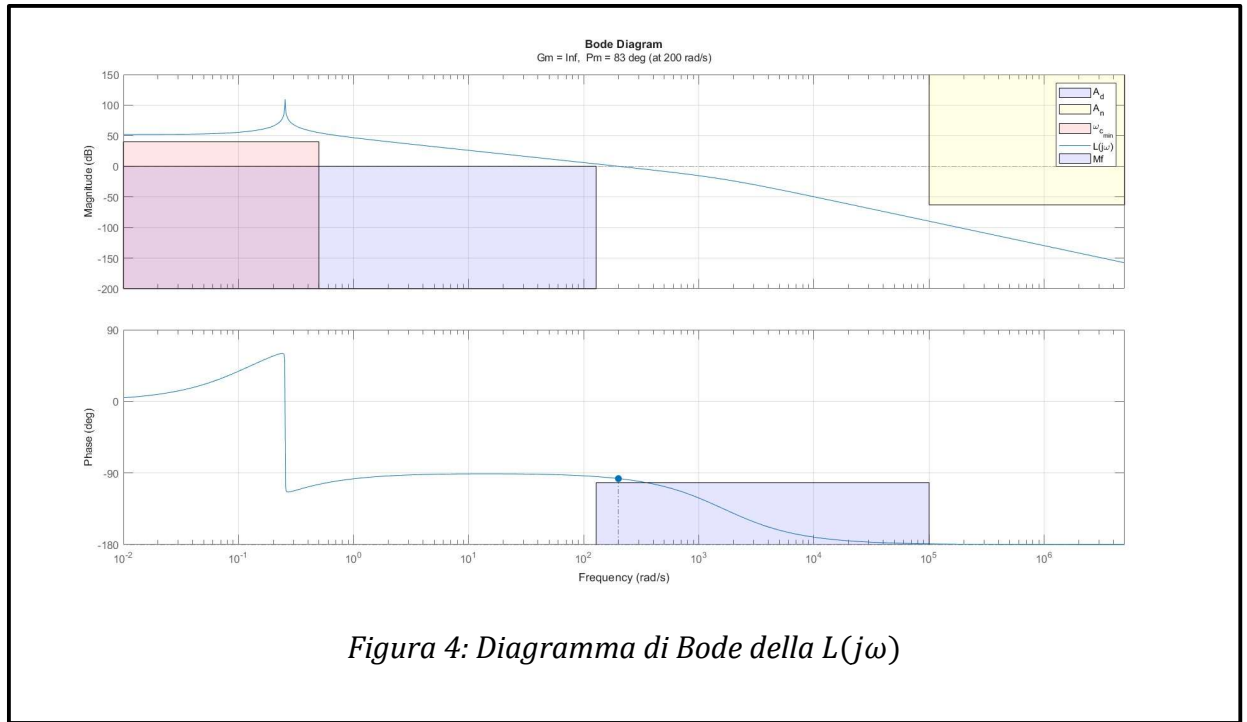
(N.B. nel progetto di MATLAB abbiamo aggiunto 5° per garantire una maggiore robustezza del sistema)

Eguagliando la parte reale della rete anticipatrice alla parte reale della stessa espressa in forma polare e facendo lo stesso con la parte immaginaria, possiamo risalire al valore di τ e $\alpha\tau$ tramite la formula inversa:

$$\tau = \frac{M^* - \cos(\phi^*)}{\omega_c^* \sin(\phi^*)} \Rightarrow \tau = 7.8052$$

$$\alpha\tau = \frac{\cos(\phi^*) - \frac{1}{M^*}}{\omega_c^* \sin(\phi^*)} \Rightarrow \alpha\tau = 6.1332 \cdot 10^{-4}$$

In Figura (4), mostriamo il diagramma di Bode della funzione d'anello $L(j\omega) = R_d(j\omega)G_e(j\omega)$

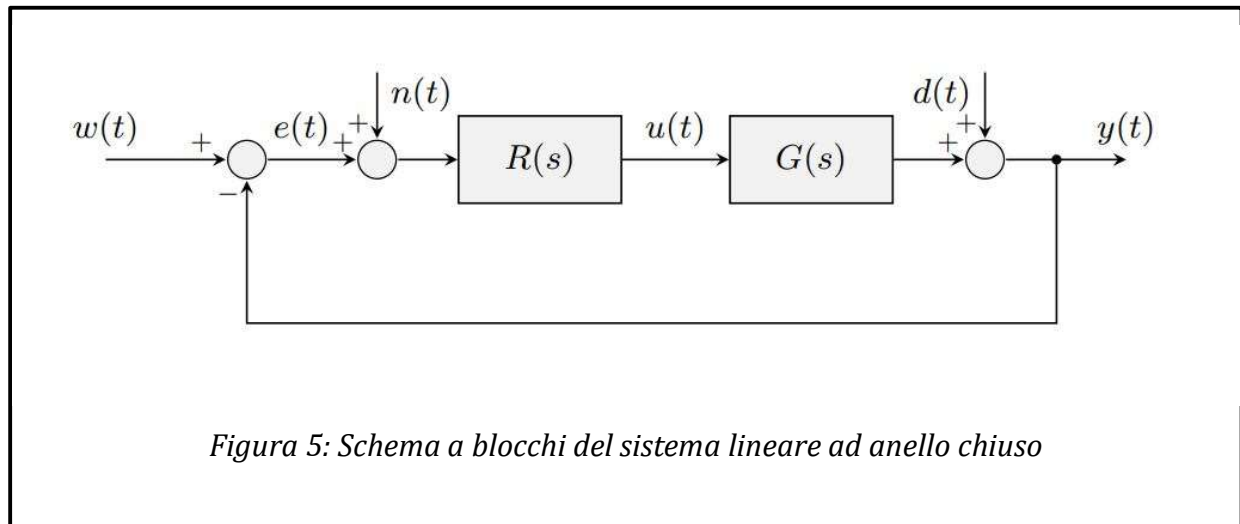


Possiamo notare che grazie all'aggiunta del regolatore dinamico il sistema rispetta tutte le richieste e si comporta come ci aspettavamo. Non occorre inserire alcun polo complesso coniugato a frequenze alte ($\omega > \omega_c$) che avrebbe abbassato ulteriormente la curva, in quanto non viene attraversata la patch per i disturbi di misura.

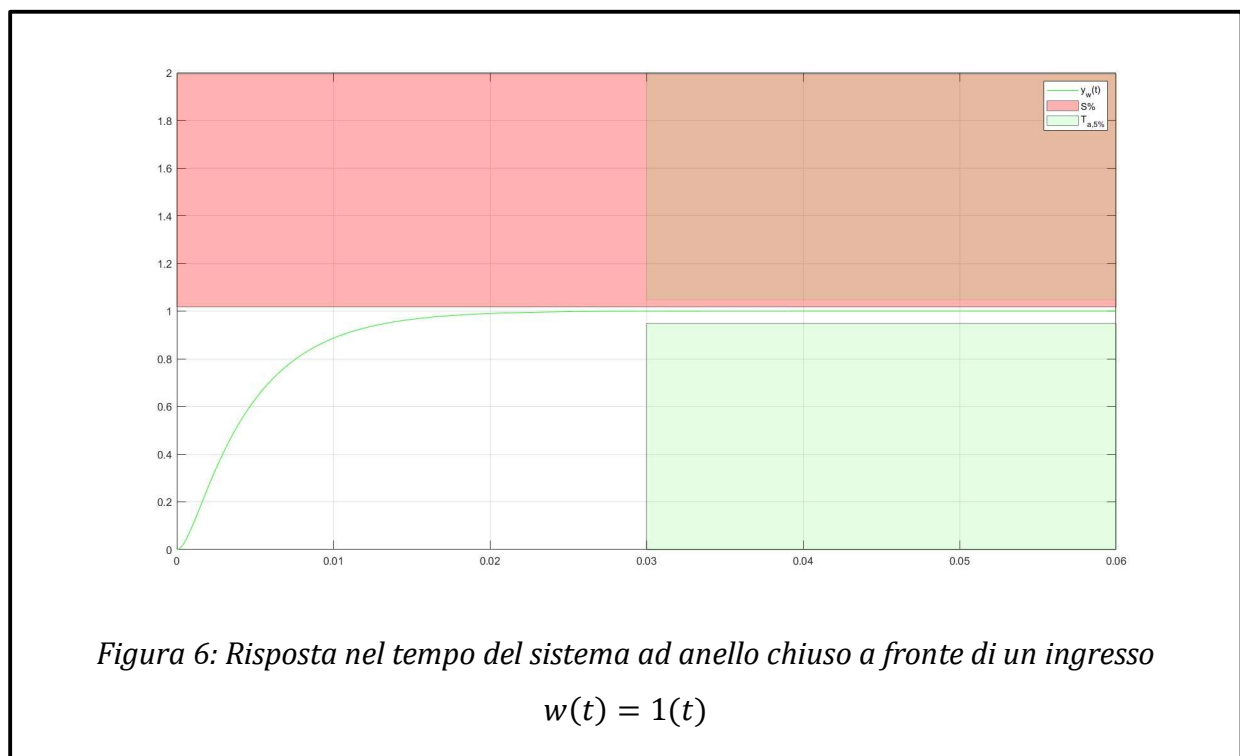
6 Test sul sistema linearizzato

In questa sezione, testiamo l'efficacia del controllore progettato sul sistema linearizzato con $w(t) = 1(t)$, $d(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \cdot \sin(0.1 \cdot kt)$, $n(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \cdot \sin(10^5 \cdot kt)$.

In Figura (5), mostriamo lo schema a blocchi del sistema in anello chiuso.



Di seguito è riportato il grafico in merito alla risposta del sistema a fronte di un ingresso di riferimento a gradino $w(t) = 1(t)$.



Si nota che il sistema rispetta le specifiche date in merito alla sovraelongazione massima e al tempo di assestamento in quanto non entra nelle aree proibite del grafico.

Inoltre possiamo notare dalle figure (7) e (8) che i disturbi sull'uscita e di misura vengono abbattuti efficacemente.

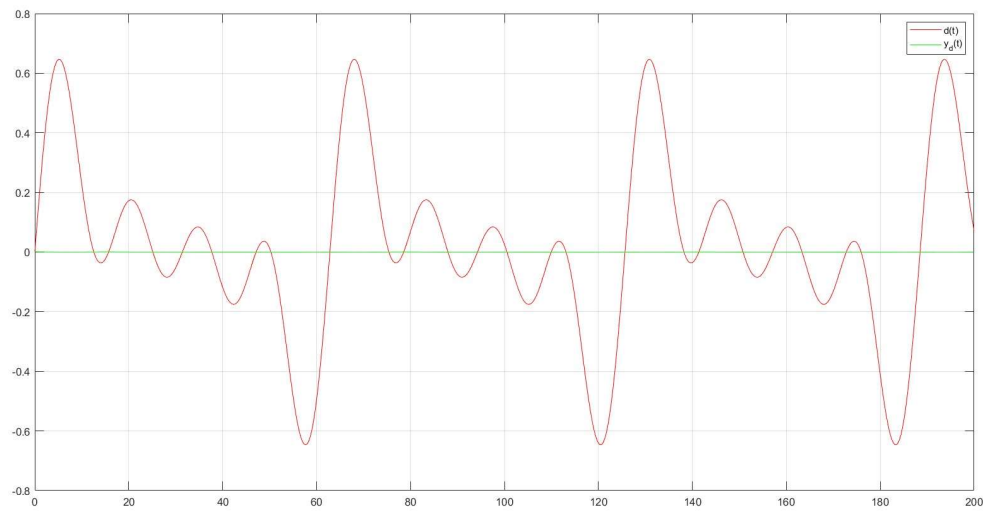


Figura 7: Risposta nel tempo del sistema ad anello chiuso a fronte di un disturbo sull'uscita
 $d(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(0.1kt)$

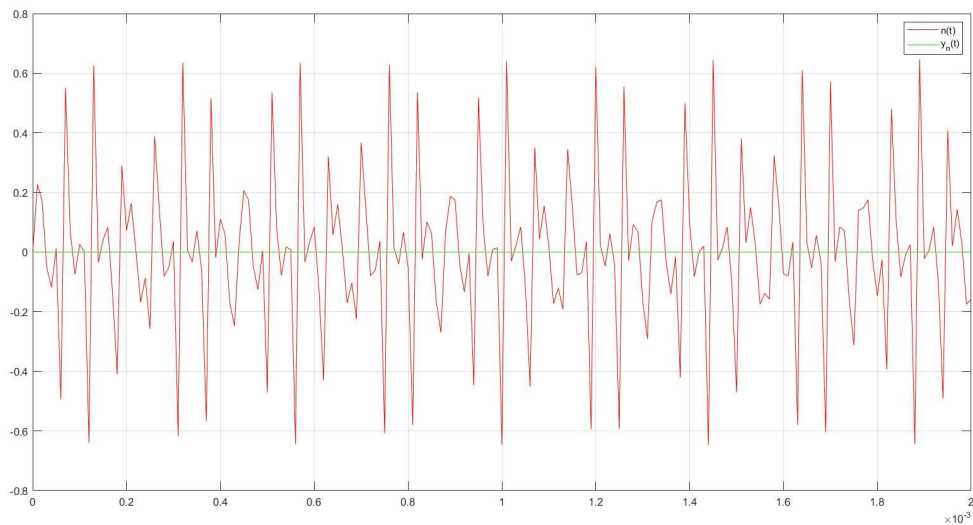


Figura 8: Risposta nel tempo del sistema ad anello chiuso a fronte di un disturbo di misura
 $n(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(10^5 kt)$

7 Test sul sistema non lineare

In questa sezione, testiamo l'efficacia del controllore progettato sul modello non lineare mediante il tool software Simulink.

In Figura (9), mostriamo lo schema a blocchi del sistema in anello chiuso.

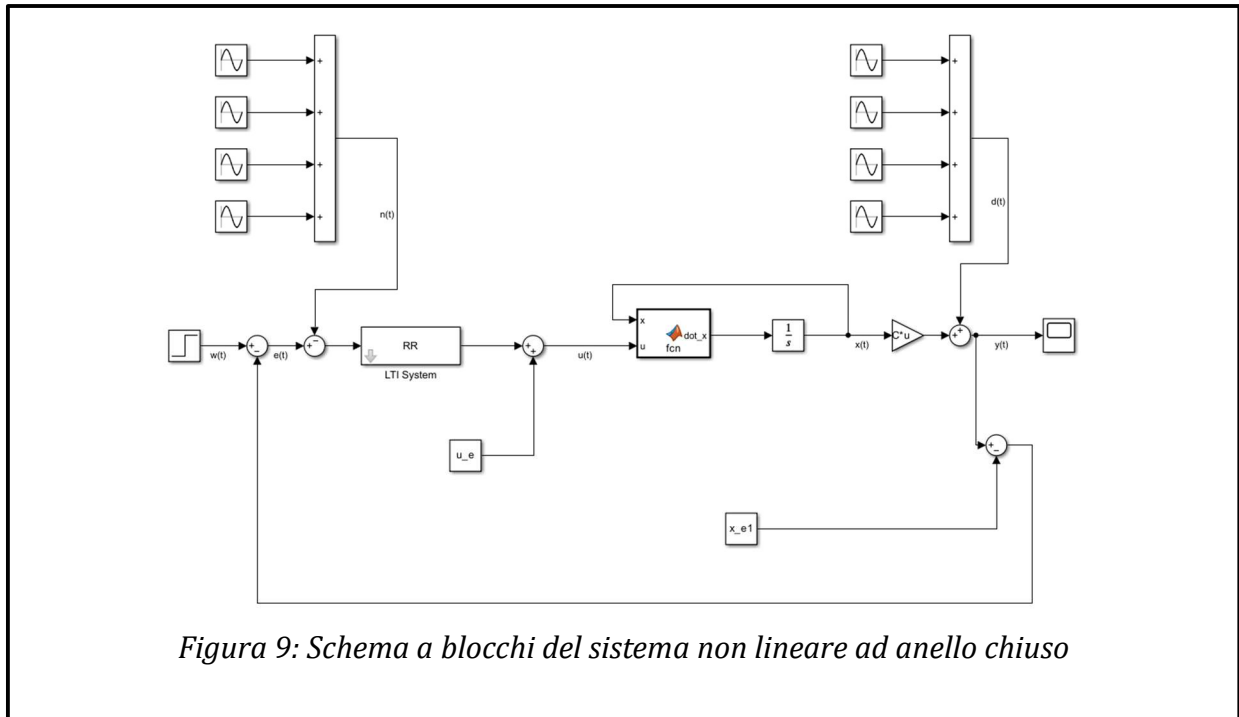


Figura 9: Schema a blocchi del sistema non lineare ad anello chiuso

Analizziamo ora i blocchi dello schema soprastante:

1. Sulla sinistra troviamo la sorgente di un segnale a gradino $w(t) = 1(t)$. Questo blocco rappresenta l'ingresso del sistema e dunque il valore di riferimento che si vuole ottenere in uscita $y(t)$. Nel caso in questione, $w(t)$ è la posizione angolare del disco che si desidera raggiungere in funzione del tempo.
2. I due blocchi a seguire sono dei sommatori. Il primo si occupa di sottrarre l'uscita attuale all'ingresso di riferimento, così da ottenere il segnale di errore $e(t)$ che indica quanto siamo lontani dal valore obiettivo. Da notare che il segnale di uscita è quello opportuno per lavorare con un controllore RR calibrato per il sistema linearizzato. Il secondo aggiunge i disturbi di misura contemplati dalla simulazione al segnale di uscita. In effetti, il blocco dovrebbe localizzarsi prima del sommatore già illustrato ma qui si preferisce dislocarlo come mostrato nello schema, con conseguente inversione di segno.
3. Il successivo blocco regolatore è un sistema lineare modellato per garantire la stabilità dell'impianto linearizzato e portarlo a rispettare le specifiche date. Bensì, in questo scenario si rapporta con il sistema non lineare di partenza, perciò lavora efficacemente solo in un intorno del punto di equilibrio scelto per la linearizzazione. Ci si aspetta che per valori di ingresso sufficientemente lontani dall'equilibrio, tale blocco non adempia più il suo scopo. Come già riportato, il controllore è pensato per il sistema linearizzato, di conseguenza tratta le variabili ad esso relative $\delta y, \delta x, \delta u$.
4. Al centro dello schema, il blocco dell'ODE che descrive il sistema non lineare di partenza e consecutivo integratore. Dato che l'impianto funziona con le variabili vere y, x, u , occorre aggiungere all'uscita del regolatore il valore del punto di equilibrio u_e prima di proporlo in ingresso alla funzione MATLAB. Oltre all'ingresso u , la funzione necessita dello stato x , retroazionato dal blocco integratore, per restituire in uscita la derivata dello stato nel tempo. Da puntualizzare che si è scelto il punto di equilibrio x_e come condizione iniziale per l'integrazione, perché si vuole testare il funzionamento nell'intorno dell'equilibrio.

5. A seguire, un blocco gain che concretizza il prodotto tra la matrice C e il vettore x, con conseguente e giusta riduzione ad una dimensione del risultato. Quest'ultimo, di fatti, rappresenta l'uscita y a meno dei disturbi sull'uscita d, che vengono apportati tramite il sommatore prossimo.
6. Infine, un blocco scope grafica a schermo l'uscita ottenuta, mentre un secondo ramo ha il compito di retroazionare l'uscita trasformandola nuovamente a margine d'errore rispetto al punto di equilibrio $y_e = x_{e1}$.

In figura (10), mostriamo il grafico in merito alla risposta del sistema a fronte di un ingresso di riferimento a gradino $w(t) = 1(t)$ e in presenza di disturbi sull'uscita e di misura del tipo serie finite di Fourier $d(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(0.1kt)$ e $n(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(10^5 kt)$.

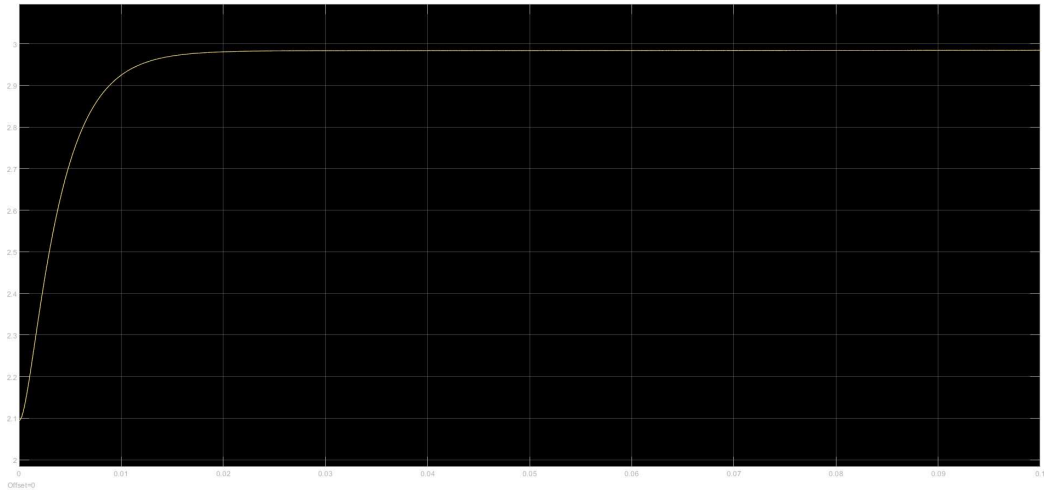


Figura 10: Risposta nel tempo del sistema non lineare ad anello chiuso a fronte di un disturbo di misura $n(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(10^5 kt)$ e sull'uscita $d(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(0.1kt)$ con $w(t)=1(t)$, fino a 0.1s

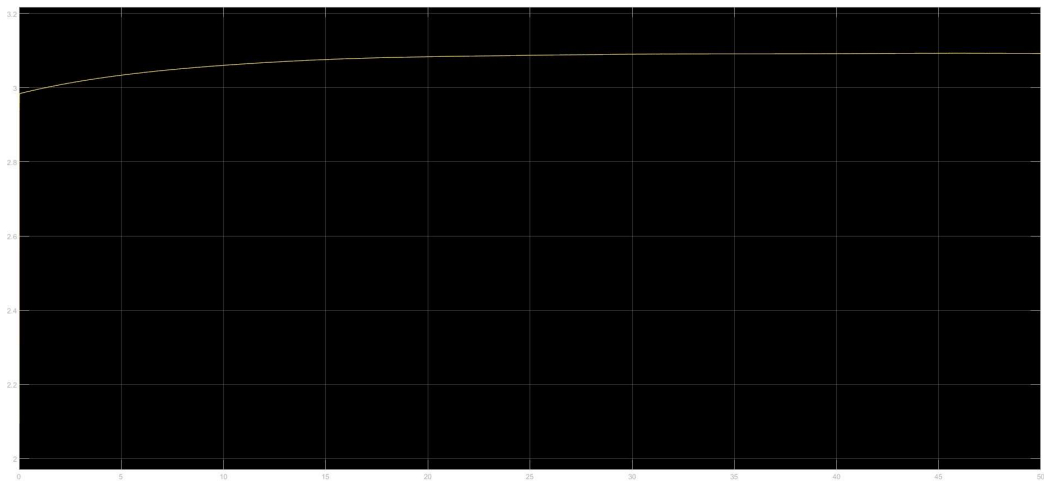


Figura 11: Risposta nel tempo del sistema non lineare ad anello chiuso a fronte di un disturbo di misura $n(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(10^5 kt)$ e sull'uscita $d(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(0.1kt)$ con $w(t)=1(t)$, fino a 50s

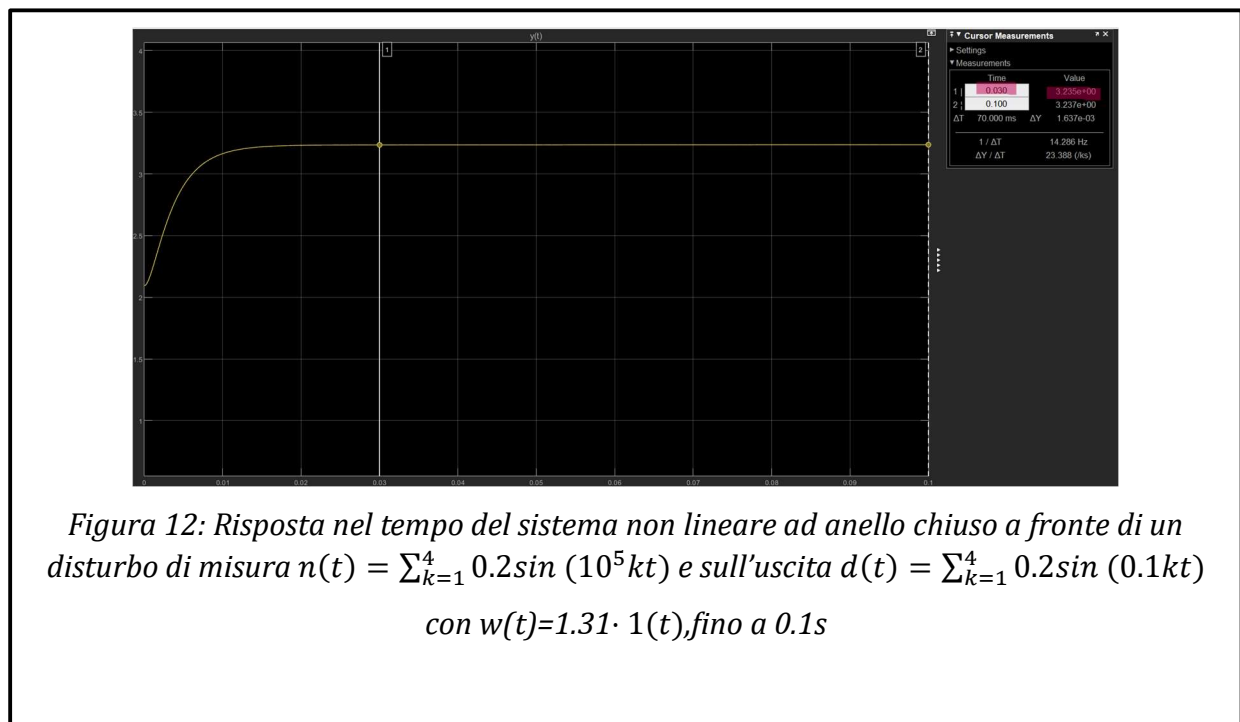
Possiamo notare come i disturbi siano influenti anche in questo caso. Il sistema all'ingresso $1(t)$ reagisce raggiungendo un valore di convergenza maggiore rispetto al sistema linearizzato solo perché stiamo usando variabili differenti (nel caso del sistema lineare $\delta y, \delta x, \delta u$, mentre nel non lineare y, x, u).

Nello specifico, si nota che al tempo di assestamento previsto $0.03s$, viene rispettato il margine di scostamento ϵ del 5%, oltre ad una sovraelongazione percentuale minore a quella massima accettabile. In aggiunta, l'errore a regime con condizioni diverse ($d(t) \neq 1(t)$ e $n(t) \neq 0$) sembra mantenersi sotto lo 0.005 .

8 Punti opzionali

8.3 Terzo punto

In questo punto esploriamo il range di $w(t)$ entro cui il sistema rispetta i parametri della specifica. Per fare ciò, abbiamo usato ancora una volta Simulink, dando di volta in volta un parametro d'ingresso diverso. Abbiamo studiato il range tra $[-2^\circ, 2^\circ]$ e misurato dai grafici, tramite apposito strumento, i valori di $y(t)$ al tempo di assestamento. Come si può vedere da figura (12) e da figura (13), i segnali di ingresso limite sono $w(t) = -1.57 \cdot 1(t)$ e $w(t) = 1.31 \cdot 1(t)$. Quindi possiamo affermare che il range di valori per l'ingresso che rispetta il vincolo sul tempo di assestamento è $[-1.57^\circ, 1.31^\circ]$.



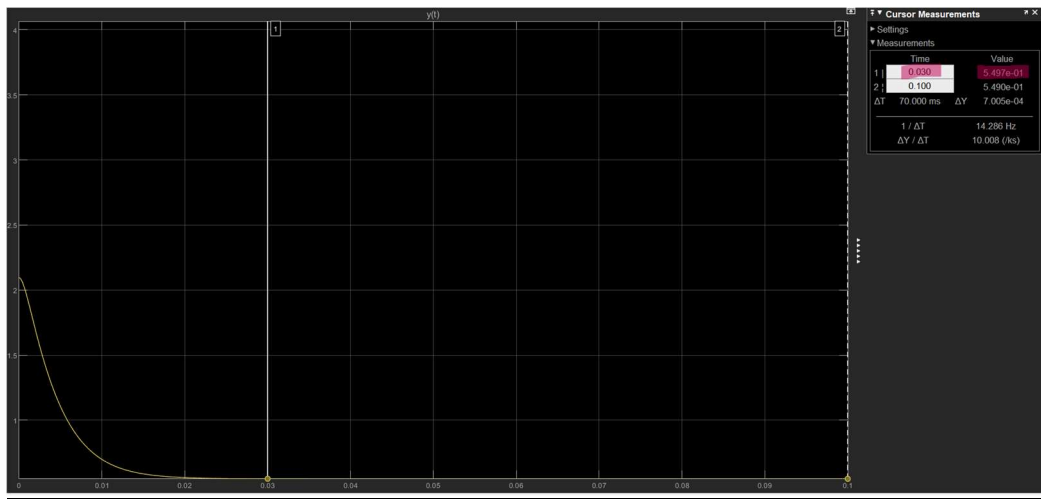


Figura 11: Risposta nel tempo del sistema non lineare ad anello chiuso a fronte di un disturbo di misura $n(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(10^5 kt)$ e sull'uscita $d(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(0.1 kt)$ con $w(t) = -1.57 \cdot 1(t)$, fino a 0.1s

9 Conclusioni

Ricapitolando, abbiamo modellato un regolatore basandoci sulla linearizzazione del sistema fisico assegnatoci rispetto alla coppia di equilibrio trovata a partire dalle specifiche. Tale regolatore controlla efficacemente il sistema linearizzato ed anche quello non lineare in un intorno dell'equilibrio, rispettando i requisiti sul tempo di assestamento e di sovraelongazione percentuale, attenuando con successo sia disturbi di misura che sull'uscita.