

Deriving the derivative of a given expression

Pavlov Matvey

December 16, 2023

Function:

$$f^{(0)}(x) = \sin((x^2) \cdot \cos(x))^2$$

Function value at a point $x = 2$:

$$f(2) = 0.864814$$

Taylor decomposition:

$$f(x) = f^{(0)}(x) + \frac{1}{1!} \cdot f^{(1)}(x) + \frac{1}{2!} \cdot f^{(2)}(x) + \frac{1}{3!} \cdot f^{(3)}(x) + o(x^3)$$

Substitutions for Taylor:

$$f^{(0)}(x) = \sin((x^2) \cdot \cos(x))^2$$

$$f^{(1)}(x) = 2 \cdot \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1))$$

$$f^{(2)}(x) = A + 2 \cdot \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot B$$

Substitutions:

$$A = 2 \cdot \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1))$$

$$B = \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) + \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1))$$

$$f^{(3)}(x) = 2 \cdot A \cdot \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) + 2 \cdot \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1))$$

Substitutions:

$$A = \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) + \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1))$$

$$B = \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) + \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1))$$

$$\begin{aligned}
C &= \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) + \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) + \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot \cos(x) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) \cdot (-1) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \\
D &= \cos((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) + \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot \cos(x) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) \cdot (-1) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \\
E &= \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot \cos(x) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) \cdot (-1) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \\
F &= \sin((x^2) \cdot \cos(x)) \cdot (-1) \cdot (2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2) \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \cdot (2 \cdot \cos(x) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) \cdot (-1) + 2 \cdot x \cdot \sin(x) \cdot (-1)) \\
G &= 2 \cdot \sin(x) \cdot (-1) + 2 \cdot \sin(x) \cdot (-1) + 2 \cdot x \cdot \cos(x) \cdot (-1) + 2 \cdot \sin(x) \cdot (-1) + 2 \cdot x \cdot \cos(x) \cdot (-1) + 2 \cdot x \cdot \cos(x) \cdot (-1) + 2 \cdot x \cdot \cos(x) \cdot (-1)
\end{aligned}$$