

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт прикладной математики и информатики

Лабораторная работа №4 по дисциплине  
Интервальный анализ

Выполнил  
студент гр.5030102/20202

Дрекалов Н.С.

Преподаватель

Баженов А.Н.

Санкт-Петербург

2025

## Оглавление

Цель .....	3
Постановка задачи.....	3
Теоретическая часть.....	5
Интервальные данные.....	5
Интервальные описательные статистики .....	5
Коэффициент Жаккара .....	5
Оптимизация функционала .....	6
Результаты .....	7
Оценки параметров для аддитивной модели .....	7
Оценки параметров для мультипликативной модели .....	7
Анализ графиков .....	8
Выводы .....	13

## Цель

Получить практические навыки вычисления интервальных описательных статистик (моды, медиан), работы с коэффициентом Жаккара и применения методов оптимизации для интервальных данных. Сравнить эффективность различных функционалов на основе интервальных статистик для оценивания параметров моделей.

## Постановка задачи

Даны два входных файла данных диагностики томсоновского рассеяния. Формат входных данных описан в прилагаемом к лабораторной работе документу *Save to BIN.pdf*:

*-0.205\_lvl\_side\_a\_ast\_data.bin*

*0.227\_lvl\_side\_a\_ast\_data.bin*

Связь кодов данных и Вольт для преобразования единиц измерения выражается следующим образом:

$$V = \frac{Code}{16384} - 0.5$$

По данным из входных файлов необходимо реализовать следующее:

А. Пусть  $X$  и  $Y$  - интервальные выборки вида:

$$X = \{x_i\}, \quad (1)$$

$$Y = \{y_k\}, \quad (2)$$

Извлечь  $X$  и  $Y$  из данных входных файлов, задав  $rad\ x = rad\ y = \frac{1}{2^N}$ ,  $N = 14$ .

В. Пусть зависимость  $Y$  и  $X$  задается следующими выражениями:

$$a + X = Y, \quad (3)$$

$$t * X = Y, \quad (4)$$

Вычислить точечные и интервальные оценки констант  $a, t$  в уравнениях (3) и (4) с помощью некоторого функционала  $F$ , задавшись уровнем точности  $\varepsilon$ :

$$\hat{s} = \operatorname{argmax} F(s, X, Y), \quad \text{где } s \in \{a, t\} \quad (5)$$

Для функционала  $F$  рассмотреть следующие случаи:

$$B.1 \quad F(s, X, Y) = Ji(s, X, Y)$$

$$B.2 \quad F(s, X, Y) = Ji(s, modeX, modeY)$$

$$B.3 \quad F(s, X, Y) = Ji(s, med_K X, med_K Y)$$

$$B.4 \quad F(s, X, Y) = Ji(s, med_p X, med_p Y)$$

где  $Ji$  — коэффициент Жаккара,  $mode$  — интервальная мода,  $med_K$ ,  $med_p$  — интервальные медианы Крейновича и Пролубникова.

С. Для каждого пункта  $B.1 - B.4$  предоставить графики  $F(s)$ , отметить  $s_{max}$

D. Сравнить полученные результаты

# Теоретическая часть

## Интервальные данные

Интервальные данные задаются как множество интервалов:

$$X = \{[x_i^-, x_i^+]\}, i = 1, \dots, n,$$

где  $x_i^-$  и  $x_i^+$  – нижняя и верхняя границы  $i$ -го интервала. Радиус интервала определяется как

$$\text{rad}(x_i) = \frac{x_i^+ - x_i^-}{2}.$$

В данной работе радиус принимается равным  $\frac{1}{2N}$  при  $N = 14$ .

## Интервальные описательные статистики

- **Интервальная мода** – интервал, который встречается чаще всего или имеет наибольшее пересечение с другими интервалами выборки.
- **Интервальные медианы:**
  - **Медиана Крейновича** ( $\text{med}_K$ ) – интервал, минимизирующий сумму расстояний до всех интервалов выборки.
  - **Медиана Пролубинкова** ( $\text{med}_P$ ) – интервал, делящий выборку на две равные части по числу пересечений.

## Коэффициент Жаккара

Коэффициент Жаккара ( $Ji$ ) используется для измерения схожести двух множеств:

$$Ji(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}, 0 \leq Ji \leq 1.$$

Для интервалов:

$$A \cap B = [\max(a^-, b^-), \min(a^+, b^+)]$$

$$A \cup B = [\min(a^-, b^-), \max(a^+, b^+)].$$

## Оптимизация функционала

Параметры  $a$  и  $t$  оцениваются через максимизацию функционала  $F(s, X, Y)$ . В работе рассматриваются следующие варианты:

- $Ji$  по полным данным,
- $Ji$  по интервальным модам,
- $Ji$  по медианам Крейновича,
- $Ji$  по медианам Пролубинкова.

## Результаты

[Ссылка на репозиторий с кодом](#)

### Оценки параметров для аддитивной модели

Метод	$a$	$Ji_{max}$
B.1 (полные данные)	0.341	-0.786
B.2 (мода)	0.347	0.865
B.3 (медиана Крейновича)	0.344	0.702
B.4 (медиана Пролубникова)	0.344	0.702

Таблица 1. Результаты для аддитивной модели

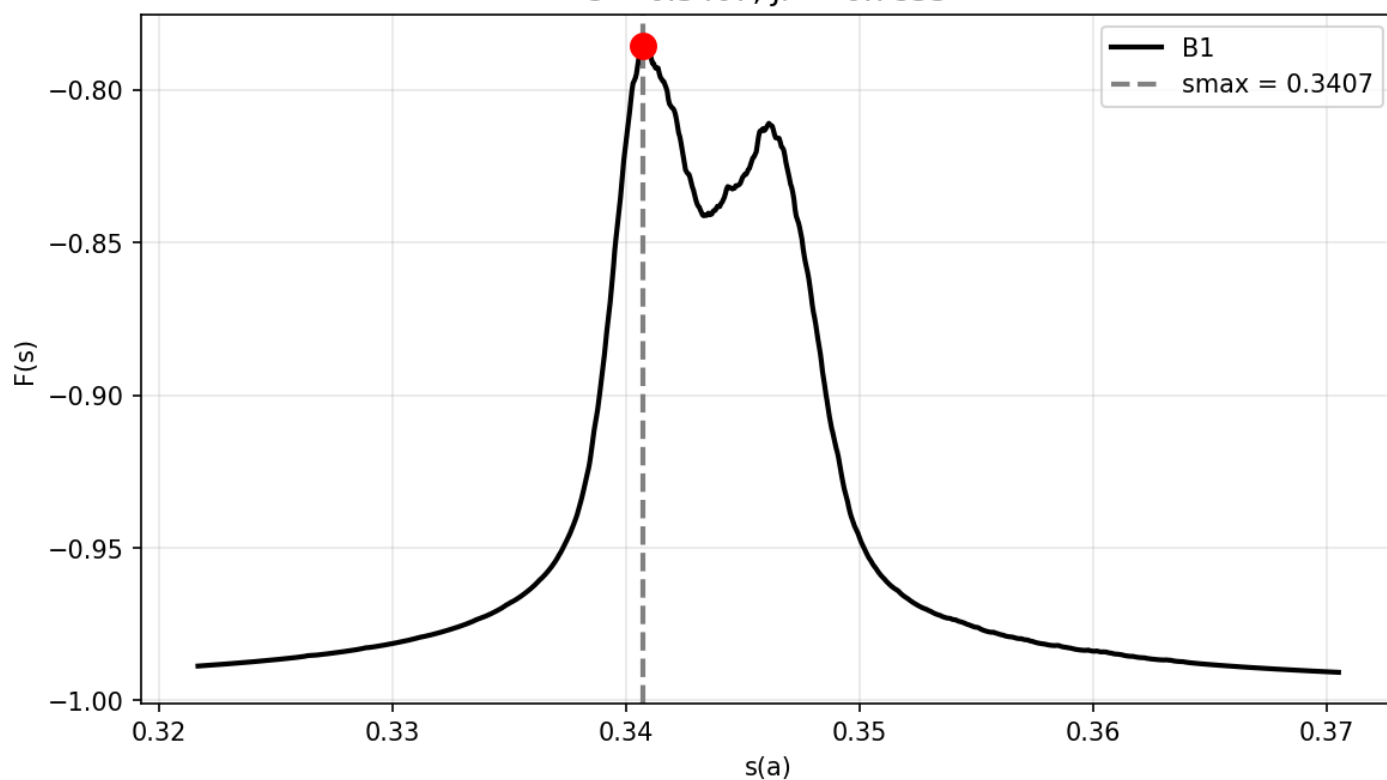
### Оценки параметров для мультипликативной модели

Метод	$a$	$Ji_{max}$
B.1 (полные данные)	-1.050	-0.861
B.2 (мода)	-1.039	-0.809
B.3 (медиана Крейновича)	-1.028	<b>0.943</b>
B.4 (медиана Пролубникова)	-1.028	<b>0.943</b>

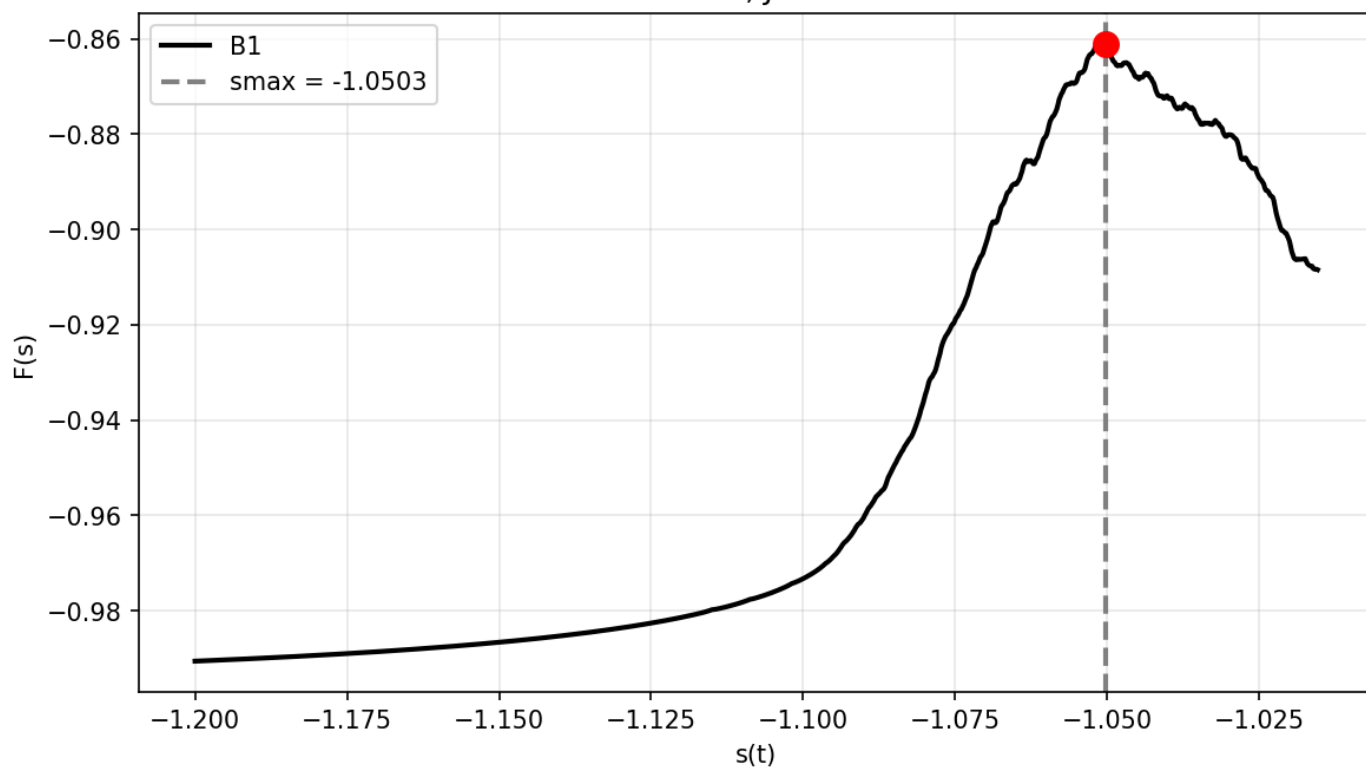
Таблица 2. Результаты для мультипликативной модели

## Анализ графиков

Метод B1 аддитивная Модель  
 $s = 0.3407, j_i = -0.7855$

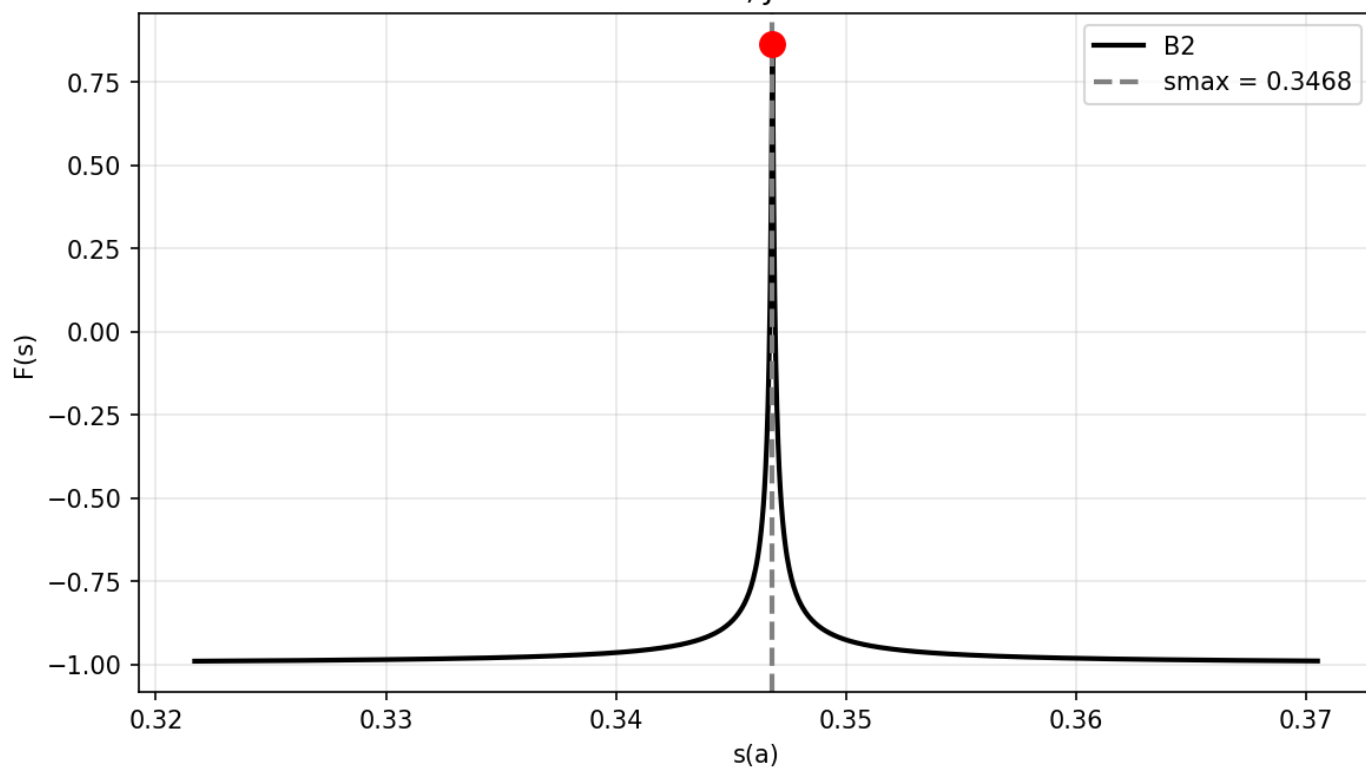


Метод B1 мультипликативная Модель  
 $s = -1.0503, j_i = -0.8610$

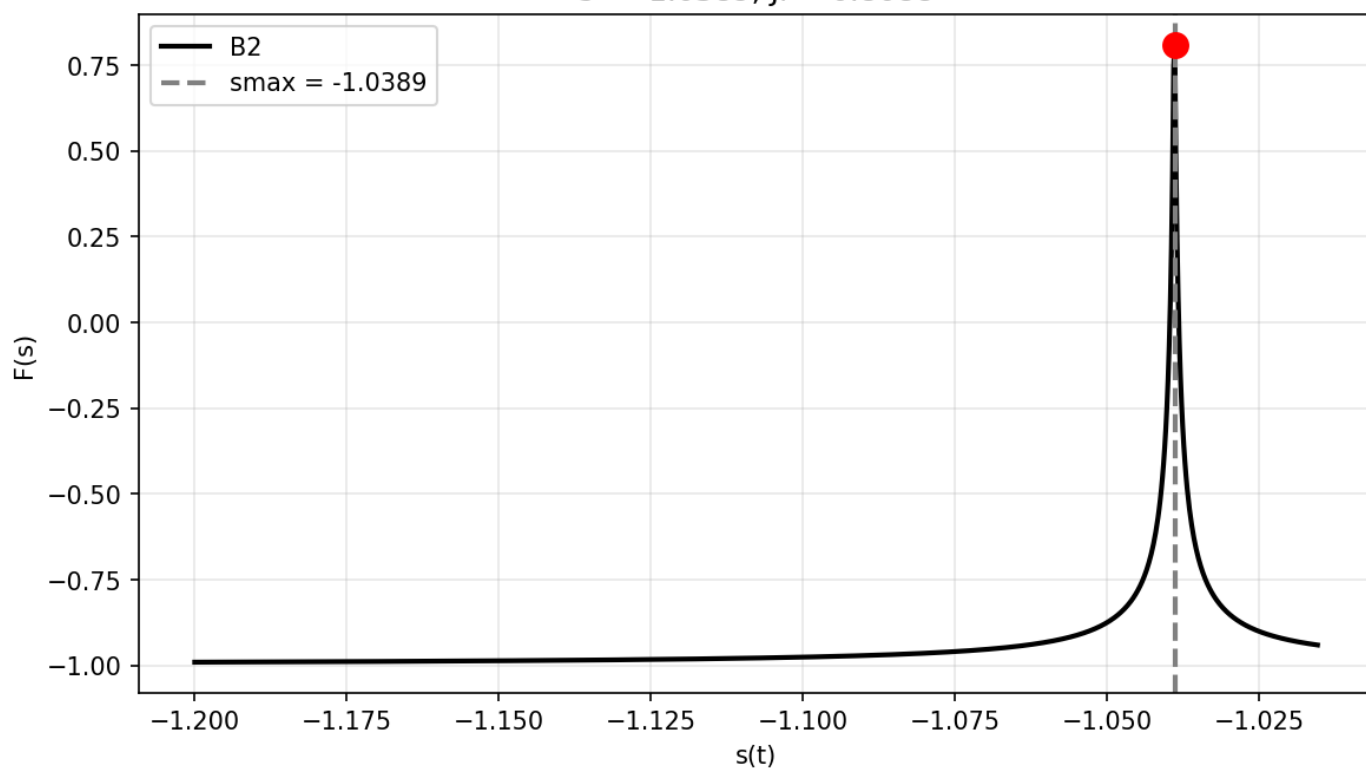




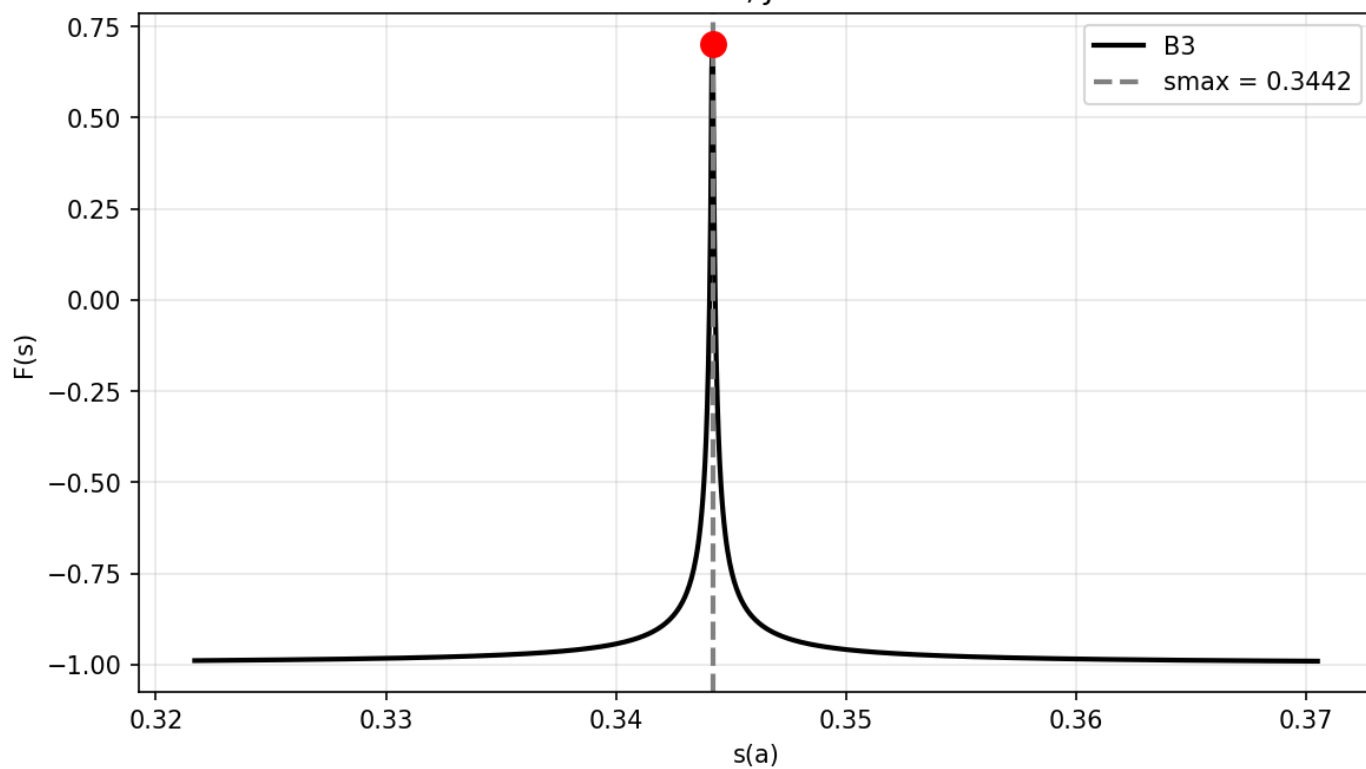
Метод B2 аддитивная Модель  
 $s = 0.3468, j_i = 0.8647$



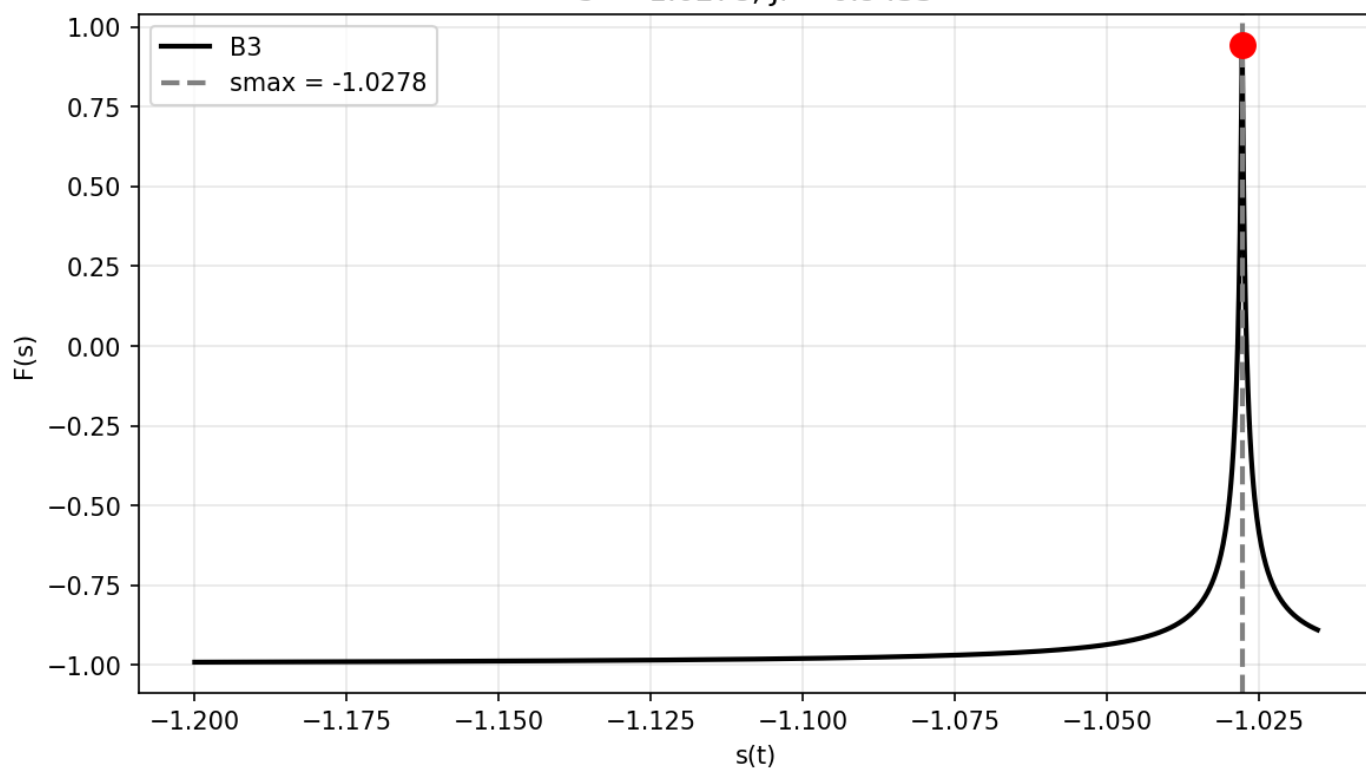
Метод B2 мультипликативная Модель  
 $s = -1.0389, j_i = 0.8088$



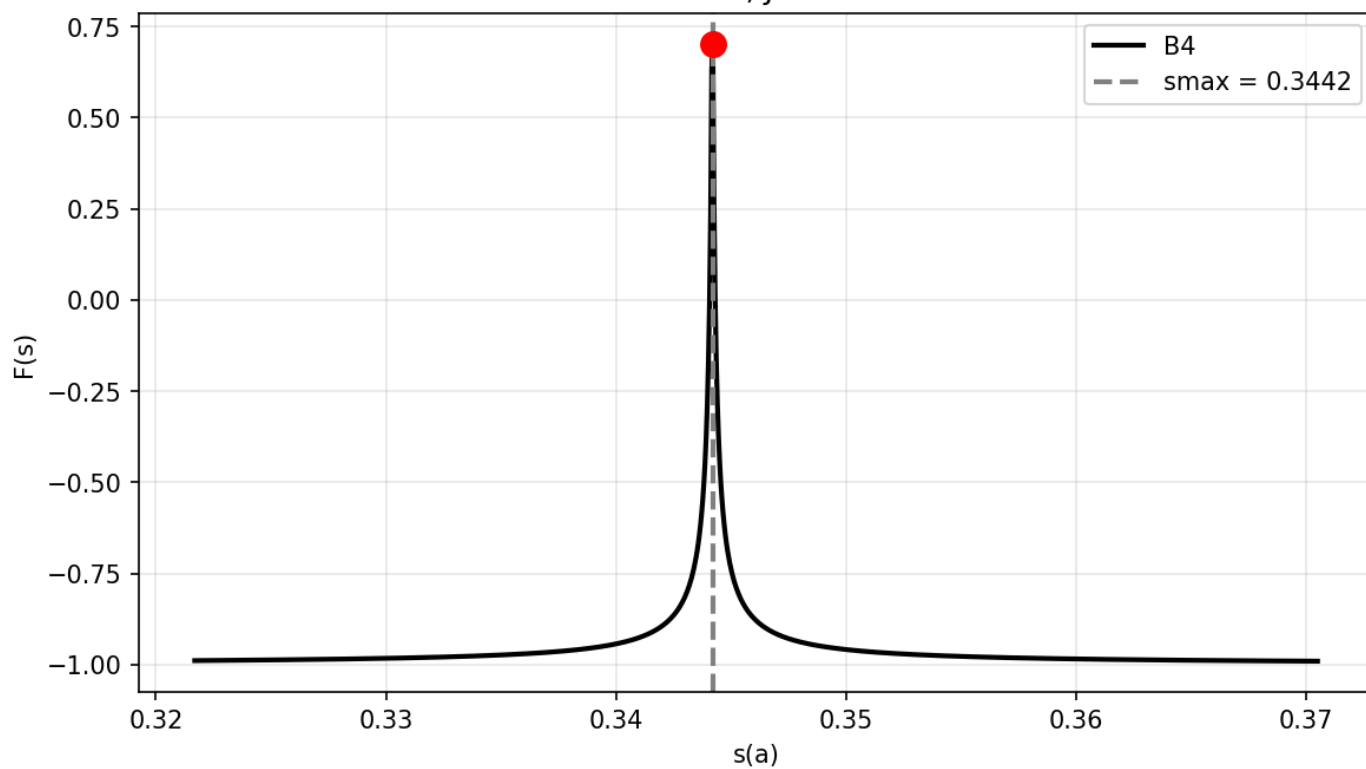
Метод ВЗ аддитивная Модель  
 $s = 0.3442, j_i = 0.7022$



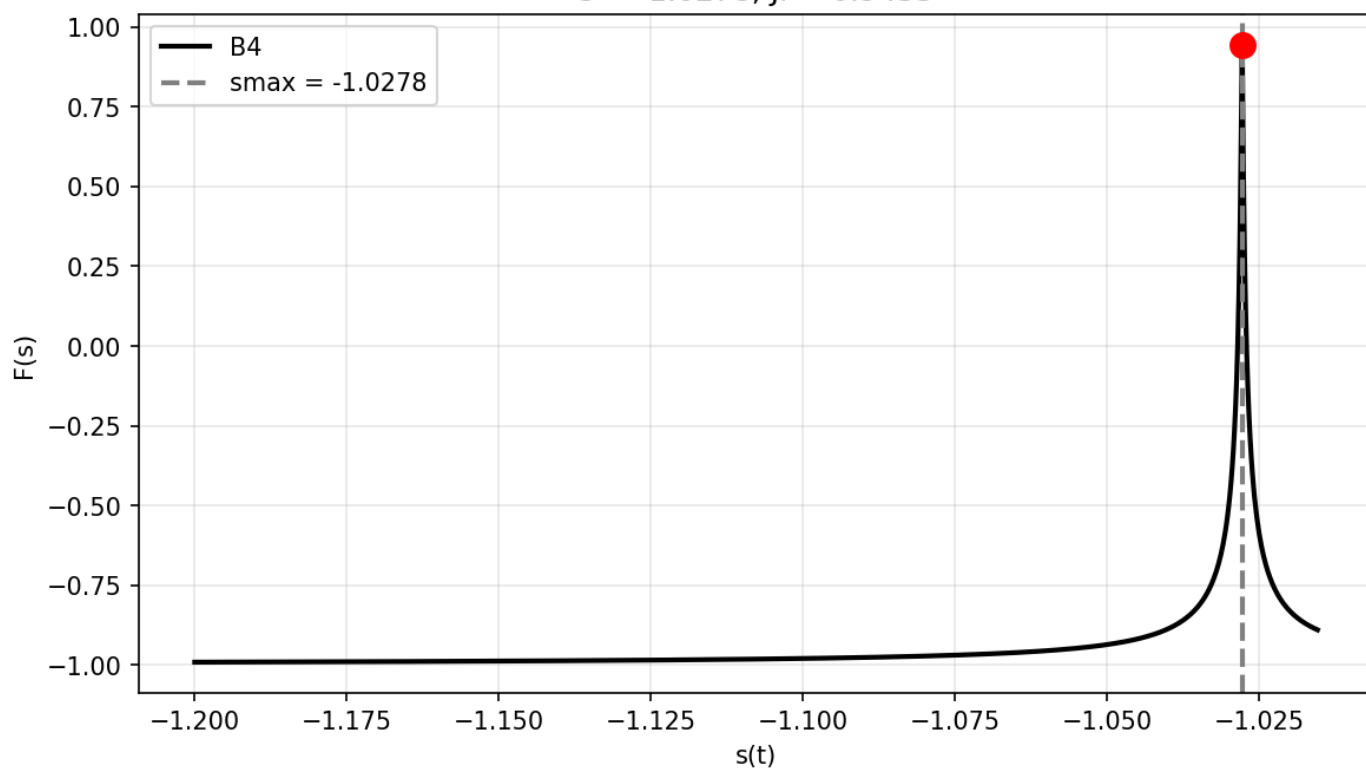
Метод ВЗ мультипликативная Модель  
 $s = -1.0278, j_i = 0.9433$



Метод В4 аддитивная Модель  
 $s = 0.3442, j_i = 0.7022$



Метод В4 мультипликативная Модель  
 $s = -1.0278, j_i = 0.9433$



Методы *B.3* и *B.4*, основанные на медианах, показывают стабильное поведение и совпадающие оптимальные значения.

Для аддитивной модели метод *B.2* (мода) достигает наибольшего значения коэффициента Жаккара  $Ji_{\max} = 0.865$ .

Метод *B.1*, использующий полные данные, демонстрирует отрицательные значения  $Ji_{\max}$ , что свидетельствует о слабом соответствии модели.

Медианные методы сохраняют устойчивость вблизи оптимума, подтверждая их надежность.

## Выводы

- Методы, основанные на интервальных медианах (*B.3* и *B.4*), показывают наибольшую стабильность и эффективность при работе с мультипликативной моделью.
- Для аддитивной модели оптимальным является метод *B.2*, использующий интервальную моду.
- Совпадение результатов медиан Крейновича и Пролубинкова подтверждает высокую устойчивость этих статистик.
- Применение коэффициента Жаккара вместе с интервальными статистиками обеспечивает надёжную оценку параметров даже в условиях шума.
- Для задач интервального анализа рекомендуется использовать методы на основе медиан или моду с оптимизацией по коэффициенту Жаккара ( $Ji$ ).