

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт прикладной математики и информатики

# Лабораторная работа №4 по дисциплине

## Интервальный анализ

Выполнил  
студент гр.5030102/20202 Дрекалов Н.С.  
Преподаватель Баженов А.Н.

# Санкт-Петербург

## 2025

## Оглавление

|  |    |
|--|----|
| Цель .....   | 3  |
| Постановка задачи.....                               | 3  |
| Теоретическая часть.....                             | 5  |
| Интервальные данные.....                             | 5  |
| Интервальные описательные статистики .....           | 5  |
| Коэффициент Жаккара .....                            | 5  |
| Оптимизация функционала .....                        | 6  |
| Результаты .....                                     | 7  |
| Оценки параметров для аддитивной модели .....        | 7  |
| Оценки параметров для мультипликативной модели ..... | 7  |
| Анализ графиков .....                                | 8  |
| Выводы .....   | 13 |

## Цель

Получить практические навыки вычисления интервальных описательных статистик (моды, медиан), работы с коэффициентом Жаккара и применения методов оптимизации для интервальных данных. Сравнить эффективность различных функционалов на основе интервальных статистик для оценивания параметров моделей.

## Постановка задачи

Даны два входных файла данных диагностики томсоновского рассеяния. Формат входных данных описан в прилагаемом к лабораторной работе документу *Save to BIN.pdf*:

*-0.205\_lvl\_side\_a\_f ast\_data.bin*

*0.227\_lvl\_side\_a\_f ast\_data.bin*

Связь кодов данных и Вольт для преобразования единиц измерения выражается следующим образом:

$$V = \frac{Code}{16384} - 0.5$$

По данным из входных файлов необходимо реализовать следующее:

A. Пусть X и Y - интервальные выборки вида:

$$X = \{x_i\}, \quad (1)$$

$$Y = \{y_k\}, \quad (2)$$

Извлечь X и Y из данных входных файлов, задав  $rad x = rad y = \frac{1}{2^N}$ ,  $N = 14$ .

B. Пусть зависимость Y и X задается следующими выражениями:

$$a + X = Y, \quad (3)$$

$$t * X = Y, \quad (4)$$

Вычислить точечные и интервальные оценки констант  $a, t$  в уравнениях (3) и (4) с помощью некоторого функционала  $F$ , задавшись уровнем точности  $\varepsilon$ :

$$\hat{s} = \operatorname{argmax} F(s, X, Y), \quad \text{где } s \in \{a, t\} \quad (5)$$

Для функционала  $F$  рассмотреть следующие случаи:

$$B.1 \quad F(s, X, Y) = Ji(s, X, Y)$$

$$B.2 \quad F(s, X, Y) = Ji(s, modeX, modeY)$$

$$B.3 \quad F(s, X, Y) = Ji(s, med_K X, med_K Y)$$

$$B.4 \quad F(s, X, Y) = Ji(s, med_P X, med_P Y)$$

где  $Ji$  — коэффициент Жаккара,  $mode$  — интервальная мода,  $med_K$ ,  $med_P$  — интервальные медианы Крейновича и Пролубникова.

C. Для каждого пункта B.1 - B.4 предоставить графики  $F(s)$ , отметить  $s_{max}$

D. Сравнить полученные результаты

# Теоретическая часть

## Интервальные данные

Интервальные данные задаются как множество интервалов:

$$X = \{[x_i^-, x_i^+]\}, i = 1, \dots, n,$$

где  $x_i^-$  и  $x_i^+$  – нижняя и верхняя границы  $i$ -го интервала. Радиус интервала определяется как

$$\text{rad}(x_i) = \frac{x_i^+ - x_i^-}{2}.$$

В данной работе радиус принимается равным  $\frac{1}{2N}$  при  $N = 14$ .

## Интервальные описательные статистики

- **Интервальная мода** – интервал, который встречается чаще всего или имеет наибольшее пересечение с другими интервалами выборки.
- **Интервальные медианы:**
  - **Медиана Крейновича** ( $\text{med}_K$ ) – интервал, минимизирующий сумму расстояний до всех интервалов выборки.
  - **Медиана Пролубинкова** ( $\text{med}_P$ ) – интервал, делящий выборку на две равные части по числу пересечений.

## Коэффициент Жаккара

Коэффициент Жаккара ( $Ji$ ) используется для измерения схожести двух множеств:

$$Ji(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}, 0 \leq Ji \leq 1.$$

Для интервалов:

$$A \cap B = [\max(a^-, b^-), \min(a^+, b^+)]$$

$$A \cup B = [\min(a^-, b^-), \max(a^+, b^+)].$$

## Оптимизация функционала

Параметры  $a$  и  $t$  оцениваются через максимизацию функционала  $F(s, X, Y)$ . В работе рассматриваются следующие варианты:

- $J_i$  по полным данным,
- $J_i$  по интервальным модам,
- $J_i$  по медианам Крейновича,
- $J_i$  по медианам Пролубинкова.

# Результаты

Ссылка на репозиторий с кодом

## Оценки параметров для аддитивной модели

| Метод                      | a     | $Ji_{max}$ |
|----------------------------|-------|------------|
| B.1 (полные данные)        | 0.341 | -0.786     |
| B.2 (мода)                 | 0.347 | 0.865      |
| B.3 (медиана Крейновича)   | 0.344 | 0.702      |
| B.4 (медиана Пролубникова) | 0.344 | 0.702      |

Таблица 1. Результаты для аддитивной модели

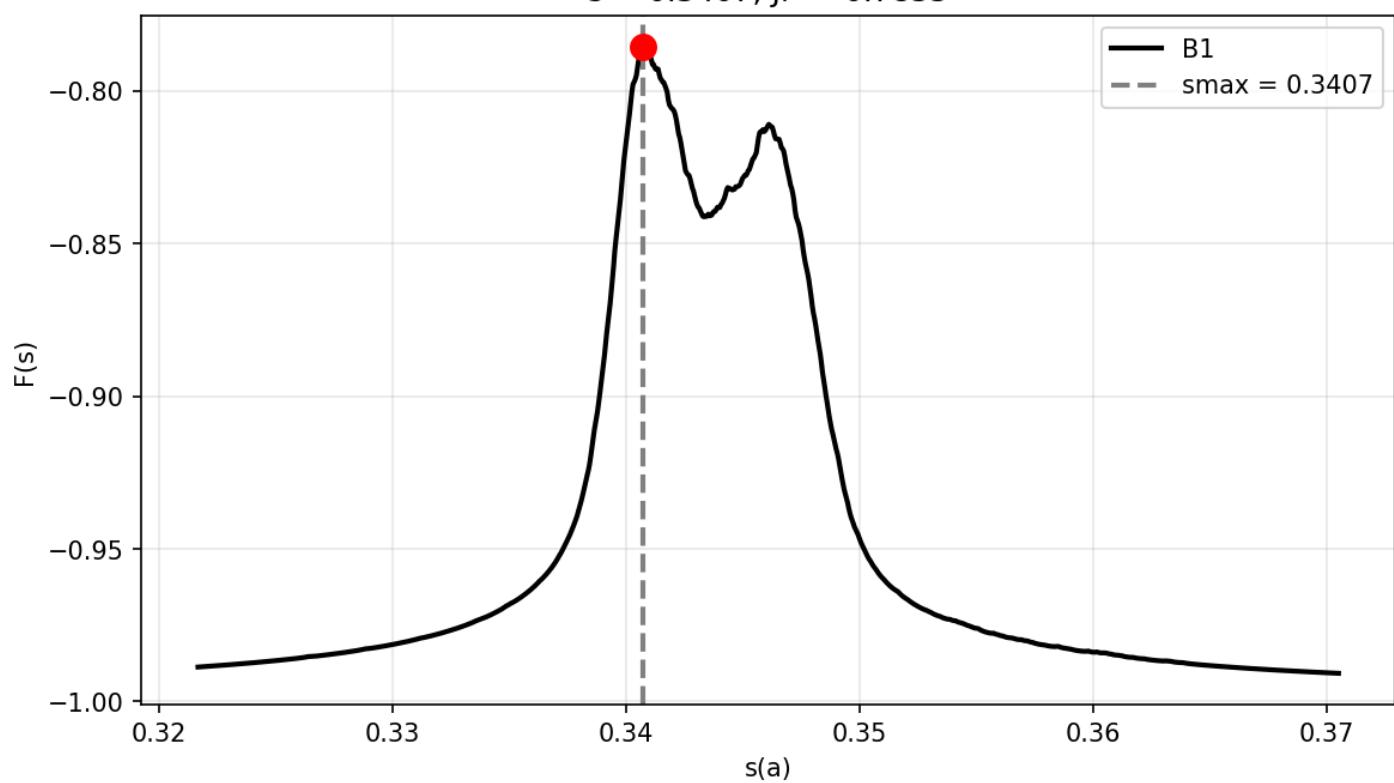
## Оценки параметров для мультипликативной модели

| Метод                      | a      | $Ji_{max}$   |
|----------------------------|--------|--------------|
| B.1 (полные данные)        | -1.050 | -0.861       |
| B.2 (мода)                 | -1.039 | -0.809       |
| B.3 (медиана Крейновича)   | -1.028 | <b>0.943</b> |
| B.4 (медиана Пролубникова) | -1.028 | <b>0.943</b> |

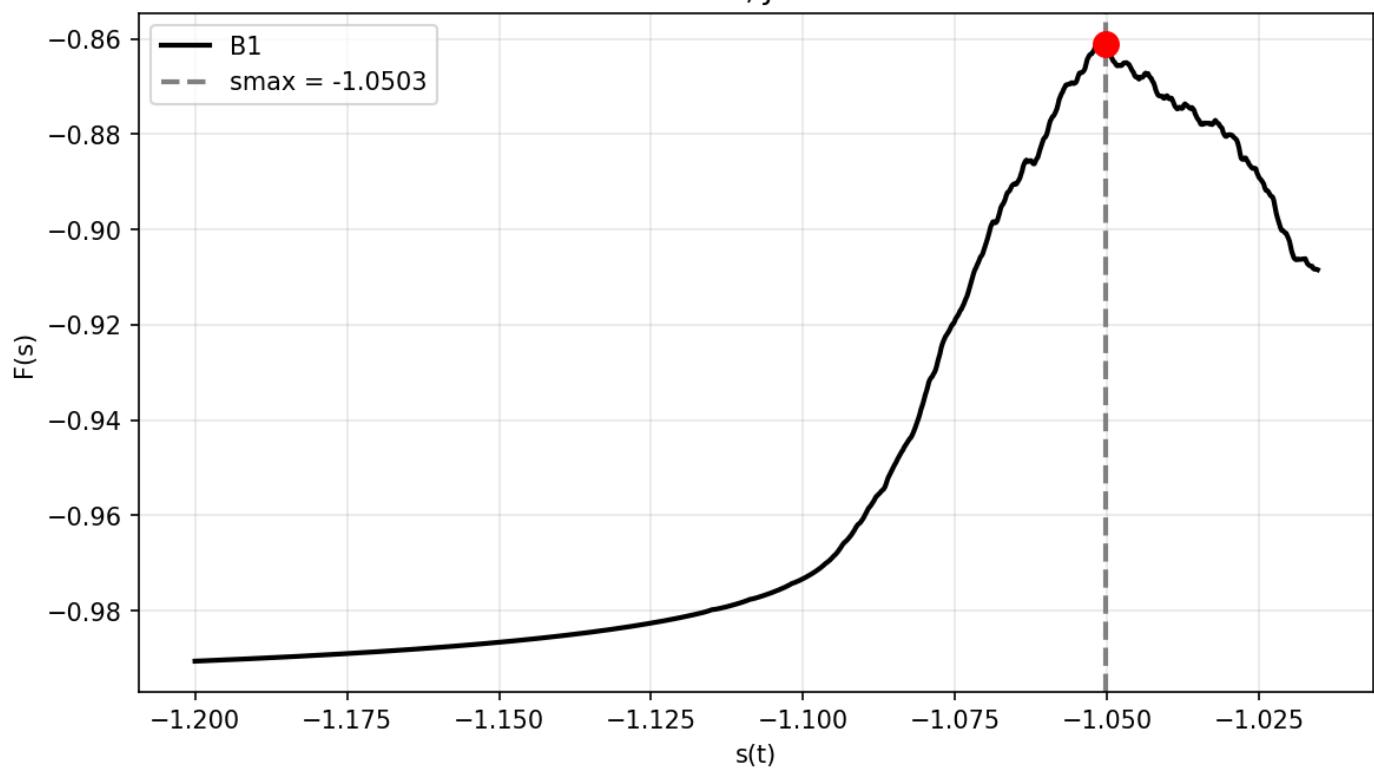
Таблица 2. Результаты для мультипликативной модели

## Анализ графиков

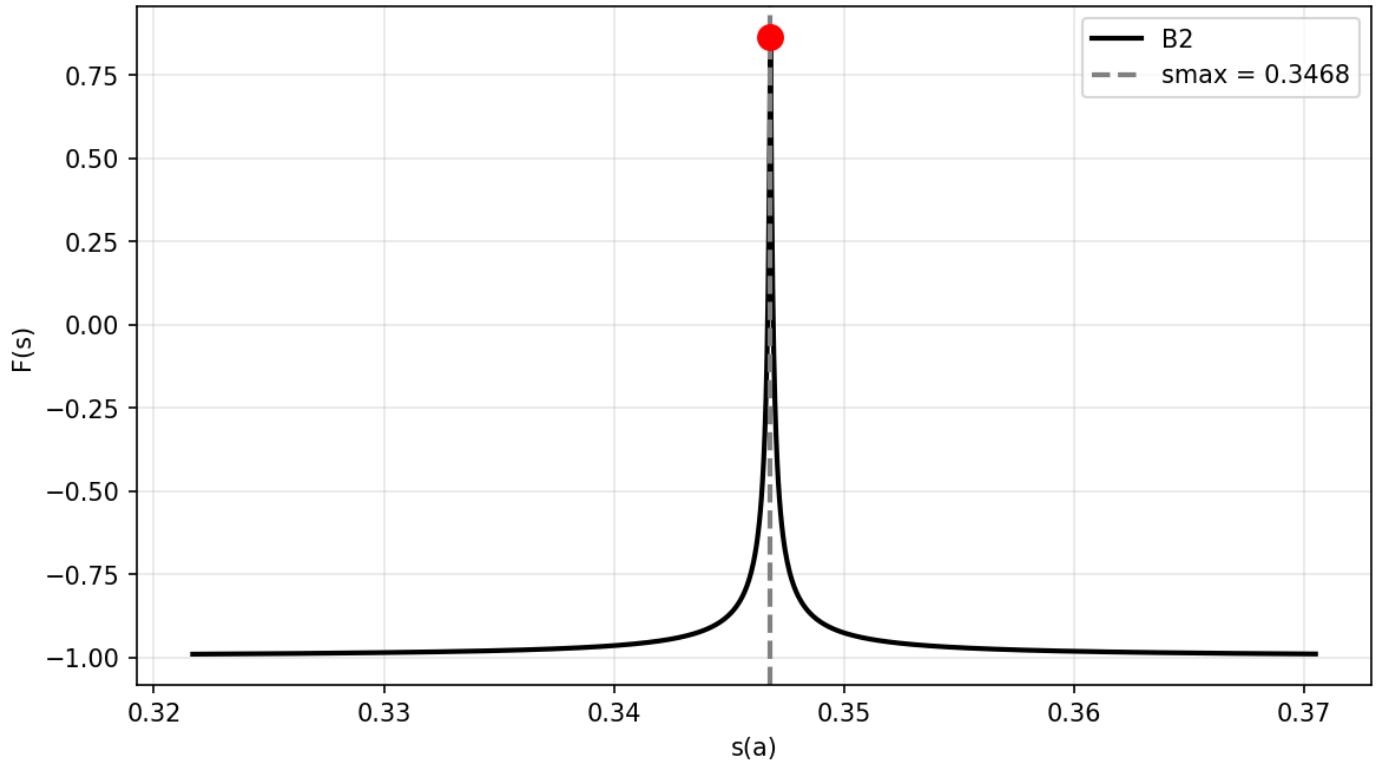
Метод В1 аддитивная Модель  
 $s = 0.3407, j_i = -0.7855$



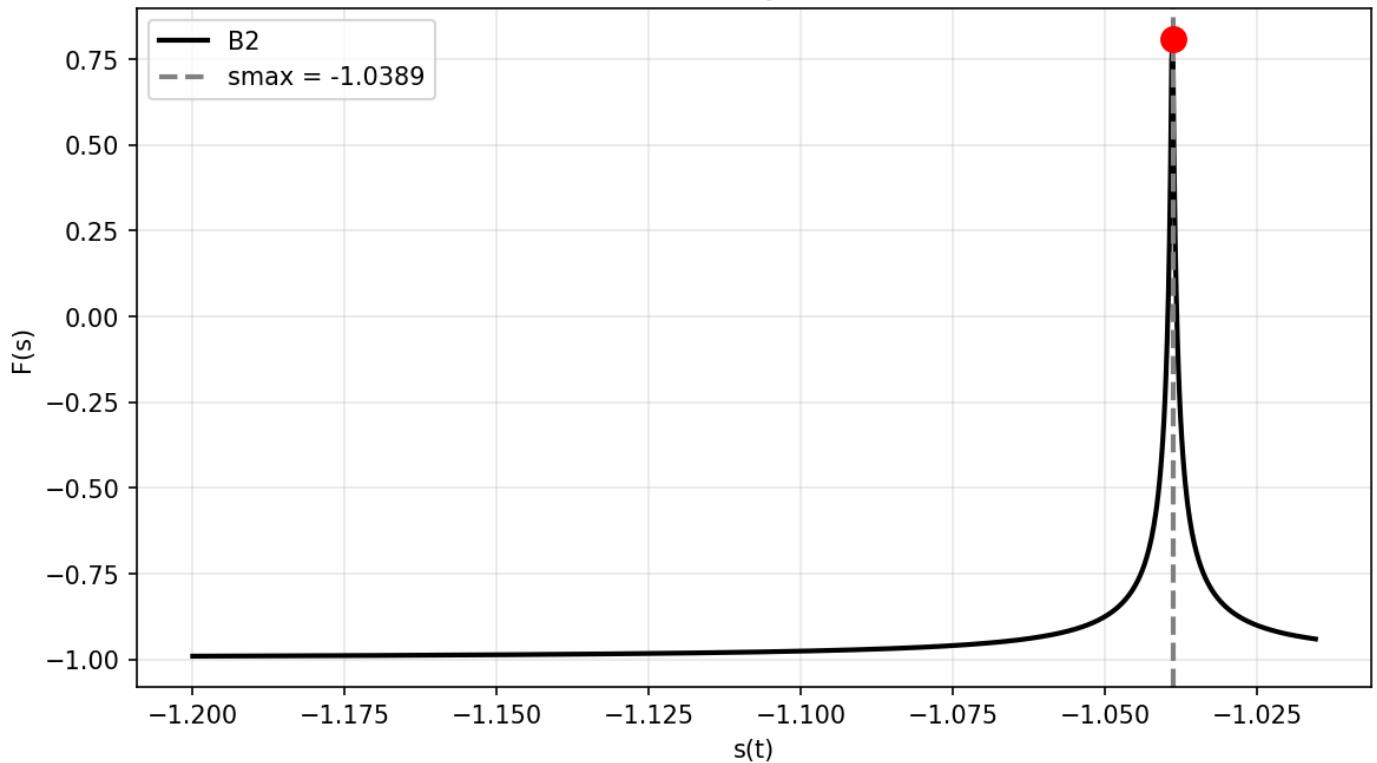
Метод В1 мультипликативная Модель  
 $s = -1.0503, j_i = -0.8610$



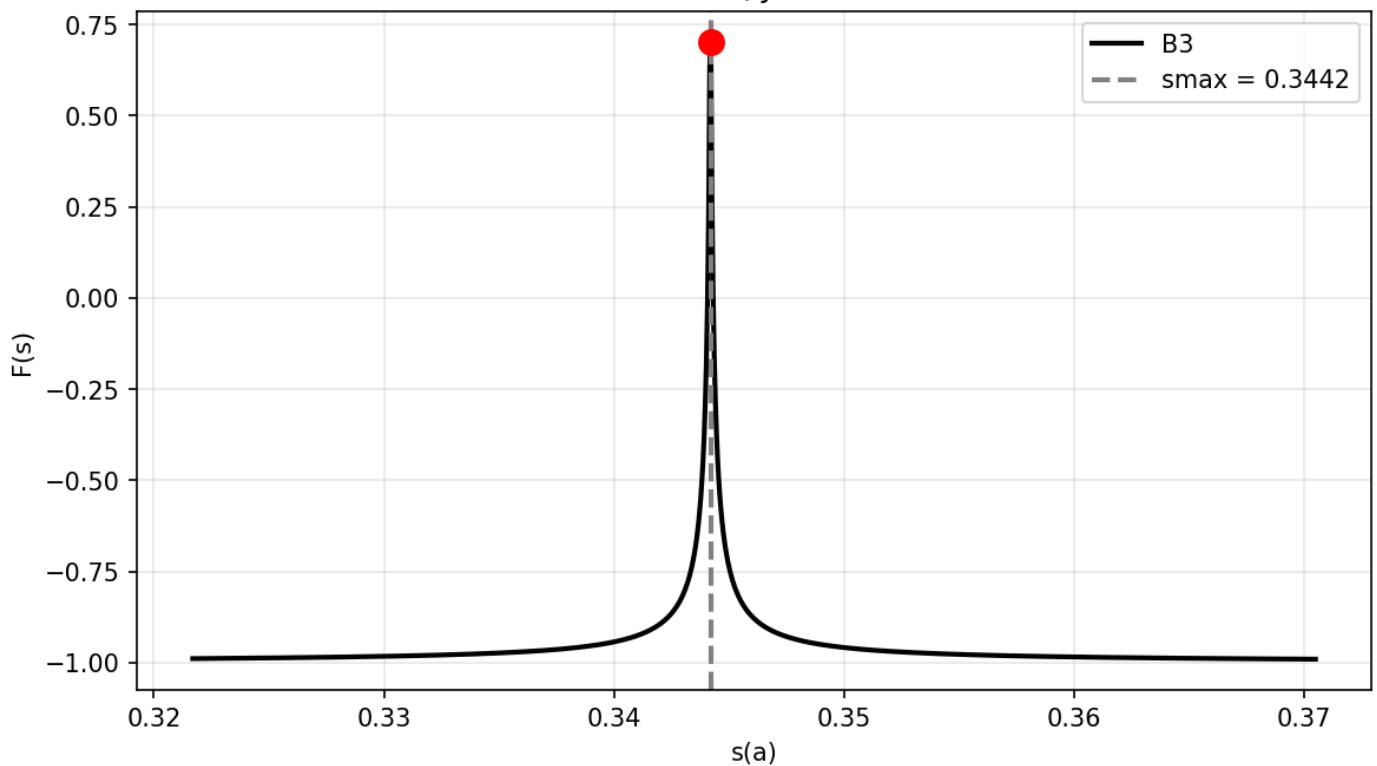
Метод B2 аддитивная Модель  
 $s = 0.3468$ ,  $Ji = 0.8647$



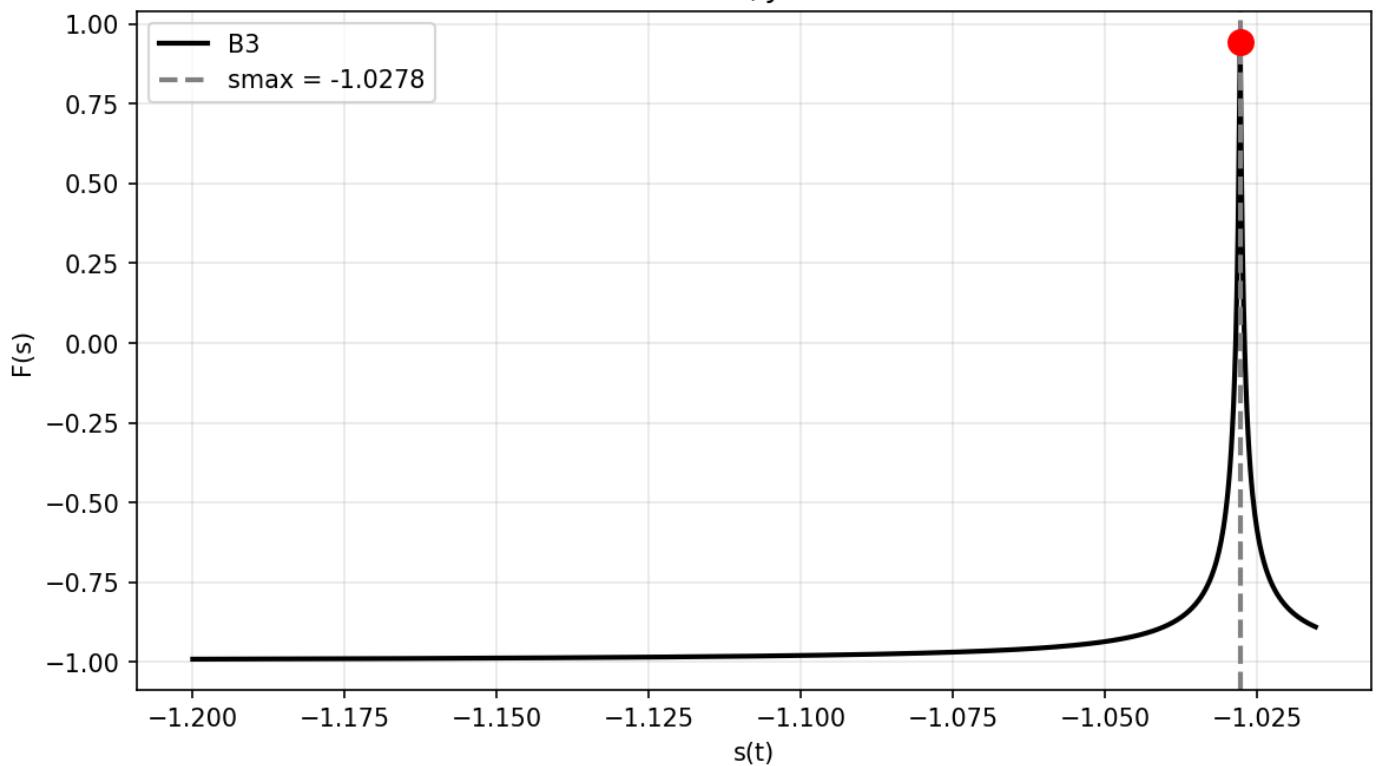
Метод B2 мультипликативная Модель  
 $s = -1.0389$ ,  $Ji = 0.8088$



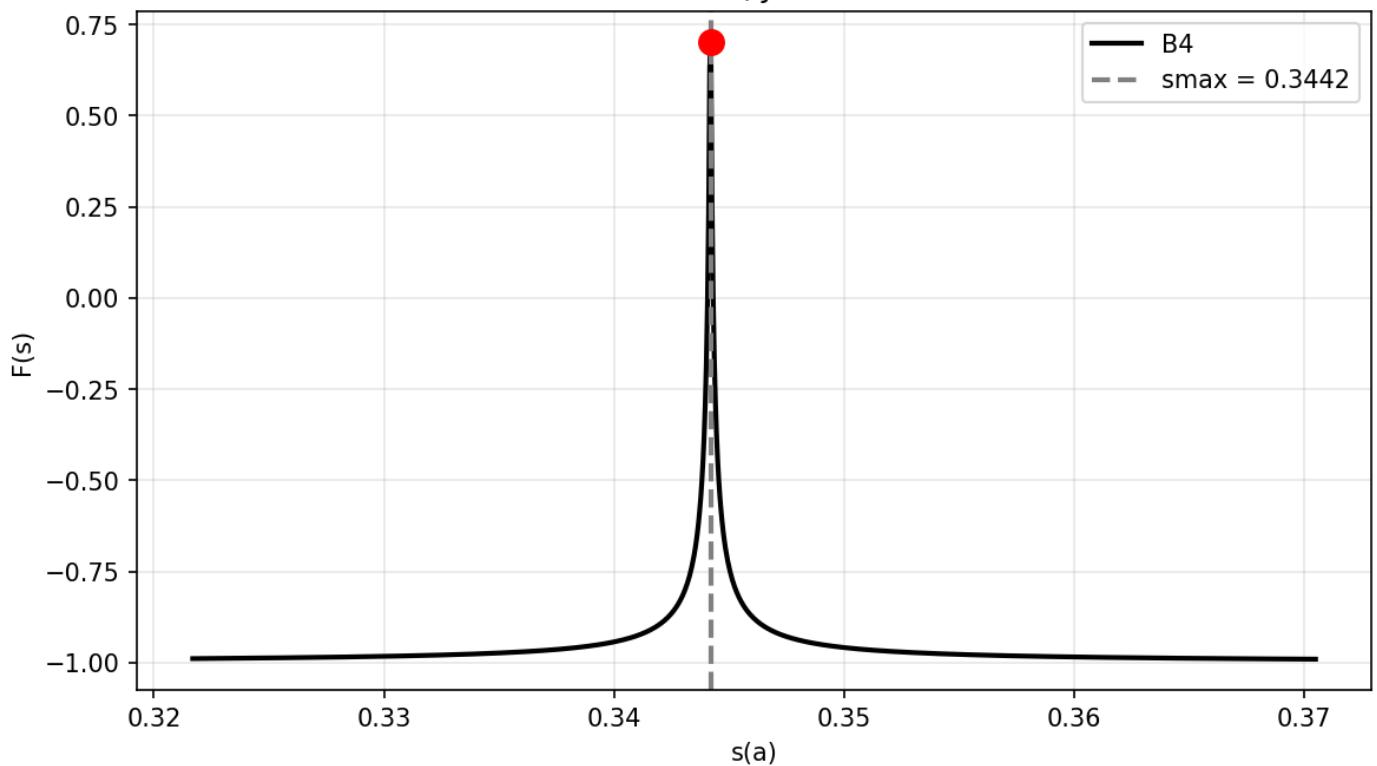
Метод ВЗ аддитивная Модель  
 $s = 0.3442$ ,  $J_i = 0.7022$



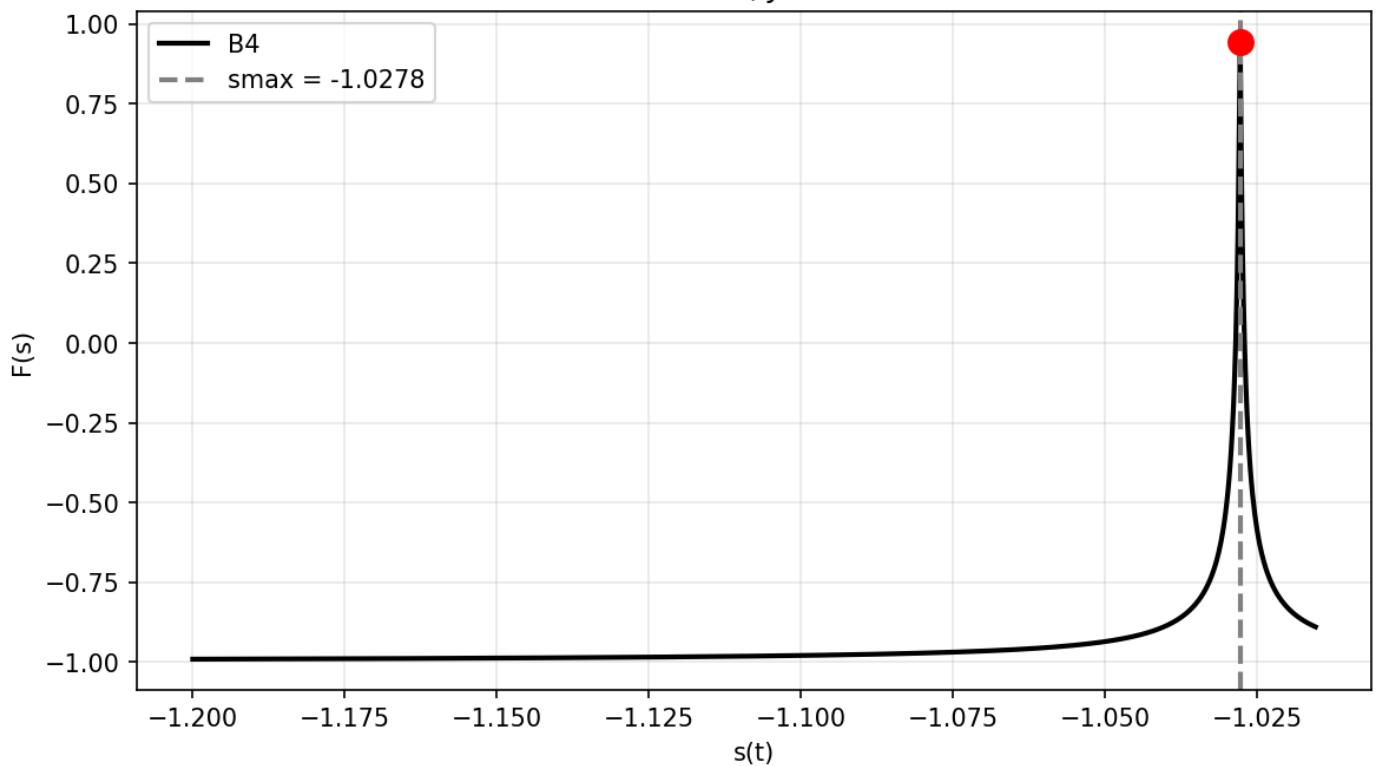
Метод ВЗ мультипликативная Модель  
 $s = -1.0278$ ,  $J_i = 0.9433$



Метод B4 аддитивная Модель  
 $s = 0.3442$ ,  $J_i = 0.7022$



Метод B4 мультипликативная Модель  
 $s = -1.0278$ ,  $J_i = 0.9433$



Методы *B.3* и *B.4*, основанные на медианах, показывают стабильное поведение и совпадающие оптимальные значения.

Для аддитивной модели метод *B.2* (мода) достигает наибольшего значения коэффициента Жаккара  $Ji_{\max} = 0.865$ .

Метод *B.1*, использующий полные данные, демонстрирует отрицательные значения  $Ji_{\max}$ , что свидетельствует о слабом соответствии модели.

Медианные методы сохраняют устойчивость вблизи оптимума, подтверждая их надежность.

## Выводы

- Методы, основанные на интервальных медианах (*B.3* и *B.4*), показывают наибольшую стабильность и эффективность при работе с мультиплекативной моделью.
- Для аддитивной модели оптимальным является метод *B.2*, использующий интервальную моду.
- Совпадение результатов медиан Крейновича и Пролубинкова подтверждает высокую устойчивость этих статистик.
- Применение коэффициента Жаккара вместе с интервальными статистиками обеспечивает надёжную оценку параметров даже в условиях шума.
- Для задач интервального анализа рекомендуется использовать методы на основе медиан или моду с оптимизацией по коэффициенту Жаккара (*Ji*).