

## Лабораторная работа № 3

### АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

#### 1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование точности систем автоматического регулирования в различных типовых режимах.

#### 2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Точность работы любой системы автоматического управления наиболее полно характеризуется мгновенным значением *ошибки рассогласования*  $\varepsilon(t)$ , равной разности между заданной  $g(t)$  и действительной  $y(t)$  значениями регулируемой переменной в соответствии с уравнением

$$\varepsilon(t) = g(t) - y(t)$$

При этом значение  $\varepsilon(t)$  оценивается при типовых входных воздействиях: постоянном, линейно или квадратично нарастающем.

Для характеристики точностных свойств систем управления используется понятие установившейся ошибки слежения. Установившаяся ошибка  $\varepsilon_y(t)$ , представляет собой функцию времени, удовлетворяющую условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\varepsilon(t) - \varepsilon_y(t)] = 0$$

для любых начальных условий и заданного воздействия, т.е. она характеризует ошибку слежения, установившуюся после завершения переходного процесса.

Предельное значение установившейся ошибки определяется выражением:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$$

Величина предельного значения установившейся ошибки при типовом воздействии наиболее просто может быть рассчитана, если использовать передаточную функцию замкнутой системы по ошибке рассогласования:

$$\Phi_\varepsilon(s) = \frac{E(s)}{G(s)} = \frac{1}{1 + W(s)}$$

где  $E(s)$  и  $G(s)$  – соответственно изображения величины рассогласования и задающего воздействия;  $W(s)$  – передаточная функция разомкнутой системы, включающая в себя передаточные функции объекта регулирования  $W_o(s)$  и регулятора  $R(s)$  (рис. 1).

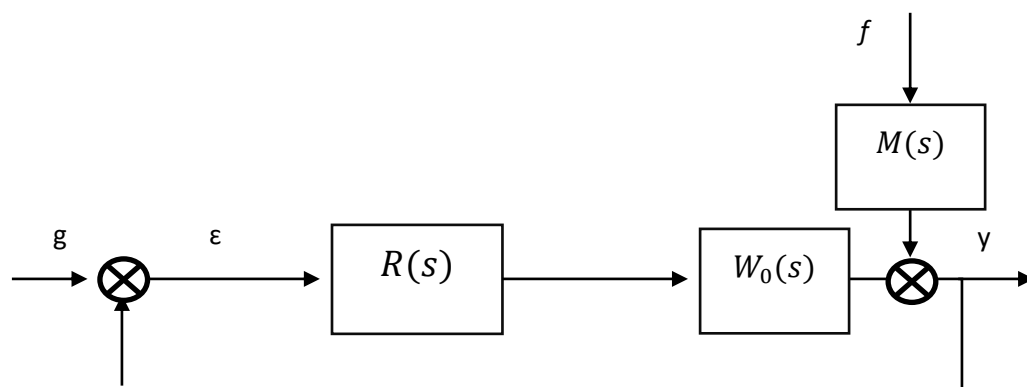


Рис. 1 Система автоматического управления:  
 $u$  – управление;  $f$  – возмущающее воздействие;  $M(s)$  – передаточная функция для введения в систему возмущения

Значение установившейся ошибки определяется согласно теореме о конечном значении:

$$\varepsilon_y = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi_\varepsilon(s)G(s) =$$

Точность работы системы связана с *порядком астатизма*. Система называется *статической*, если она имеет нулевой порядок астатизма.

Таблица 1

Типовые задающие воздействия			
Изображение типового задающего воздействия	Постоянное $g(t) = A$	Линейно нарастающее $g(t) = V \cdot t$	Квадратично нарастающее $g(t) = \frac{at^2}{2}$
$G(s)$	$\frac{A}{s}$	$\frac{V}{s^2}$	$\frac{a}{s^3}$

Порядок астатизма системы управления устанавливается на основе анализа структурных свойств схемы. Так, система (рис. 1) является статической, т.е. она имеет нулевой порядок астатизма, если выполняется условие

$$\lim_{s \rightarrow 0} W(s) = K < \infty$$

где  $K$  – коэффициент усиления разомкнутой системы.

Для статической системы при постоянном входном воздействии  $g(t) = A$  имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + W(s)} \frac{A}{s} = \frac{A}{1 + K}$$

Последнее выражение означает, что постоянное входное воздействие отрабатывается с установившейся ошибкой, которую принято называть статической ошибкой. Для уменьшения статической ошибки необходимо увеличивать коэффициент усиления разомкнутой системы  $K$ .

При линейно нарастающем задающем входном воздействии  $g(t) = Vt$  имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + W(s)} \frac{V}{s^2} = \infty$$

Из полученного выражения следует, что линейно нарастающее воздействие отрабатывается статической системой с неограниченно растущей ошибкой.

Система автоматического управления (рис. 1) является астатической, если

$$\lim_{s \rightarrow 0} W(s) = \infty$$

и передаточная функция разомкнутой системы  $W(p)$  может быть представлена в виде

$$W^*(s) = \frac{1}{s^r} W(s)$$

где  $W(s)$ - передаточная функция статической системы, для которой выполняется условие;  $r$  – порядок астатизма системы.

Для астатической системы первого порядка при постоянном задающем воздействии при  $g(t) = A$  имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{W(s)}{s}} \frac{A}{s} = 0$$

При линейно нарастающем задающем воздействии  $g(t) = Vt$

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{W(s)}{s}} \frac{V}{s^2} = \frac{V}{K}$$

Установившиеся ошибки автоматического управления различного астатизма при типовых задающих воздействиях приведены в таблице 2.

Таблица 2

Установившиеся ошибки систем

Порядок астатизма	$g(t) = A$	$g(t) = V \cdot t$	$g(t) = \frac{at^2}{2}$
0	$\frac{A}{1+K}$	$\infty$	$\infty$
1	0	$\frac{V}{K}$	$\infty$
2	0	0	$\frac{a}{K}$

Аналогичным образом может быть введено понятие порядка астатизма по возмущающему воздействию. При этом следует отметить, что порядок астатизма по возмущающему воздействию не соответствует порядку астатизма по задающему воздействию.

В качестве примера рассмотрим задачу стабилизации величины  $y(t)$  системы, представленной на рис. 1.

На основе структурной схемы системы получаем при  $g(t) = 0$

$$Y(s) = -W_0(s)R(s)Y(s) + M(s)F(s)$$

где  $Y(s)$ ,  $F(s)$  – соответственно изображения регулируемой величины и возмущающего воздействия.

Так как  $W_0(s)R(s) = W(s)$ , можно определить передаточную функцию замкнутой системы по возмущающему воздействию:

$$\Phi_f(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{M(s)}{1 + W(s)}$$

При единичной отрицательной обратной связи и при  $g(t)=0$  имеем –  $Y(s) = E(s)$ , тогда передаточная функция замкнутой системы для ошибки по возмущающему воздействию будет иметь тот же вид, что и для регулируемой величины, т. е.

$$\Phi_{ef}(s) = \frac{E(s)}{F(s)} = -\Phi_f(s)$$

Таким образом, возмущающее воздействие  $f$  дает статическую ошибку

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} -s \frac{M(s)}{1 + W(s)} F(s) = \frac{A}{1 + K}$$

$$\text{где } M(s) = 1; \quad F(s) = \frac{A}{s}; \quad \lim_{s \rightarrow 0} W(s) = K.$$

### 3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

3.1. Исследовать систему с астатизмом нулевого порядка. Структурная схема системы представлена на рис. 2, где  $R(p)=K$ . Варианты передаточной функции  $W_0(s)$  объекта управления и характеристики задающего воздействия  $g(t)$  приведены в таблице 3.

3.1.1. Получить кривые переходного процесса для трех значений  $K (K=1, 5, 10)$  при подаче на вход системы сигнала  $g(t)=A$  и определить предельные значения установившейся ошибки.

3.1.2. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия  $g(t)=V \cdot t$ .

3.2. Исследовать систему с астатизмом первого порядка. В схеме (см. рис. 2) принять  $R(s)=K/s$ . Варианты передаточной функции  $W_0(s)$  даны в табл. 4, а характеристики заданного воздействия  $g(t)$  приведены в таблицах 3 и 4.

3.2.1. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы задающего воздействия  $g(t)=A$ .

3.2.2. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия  $g(t)=V \cdot t$ . Определить предельные значения установившейся ошибки для различных значений коэффициента  $K (K=1, 5, 10)$ .

3.2.3. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы квадратично нарастающего воздействия  $g(t)=a \cdot t^2/2$  (см. табл. 4).

3.3. Исследовать влияние внешнего возмущения.

3.3.1. В соответствии с вариантом (см. табл.5 и рис. 3) собрать схему моделирования системы. При этом вид передаточной функции  $W_0(s)$  взять из табл. 3.

4.3.2. Получить кривые переходного процесса и определить предельное значение установившейся ошибки ( $g(t)=0, f(t)=I(t)$ ) и  $R(s)=K, R(s)=K/s$ .

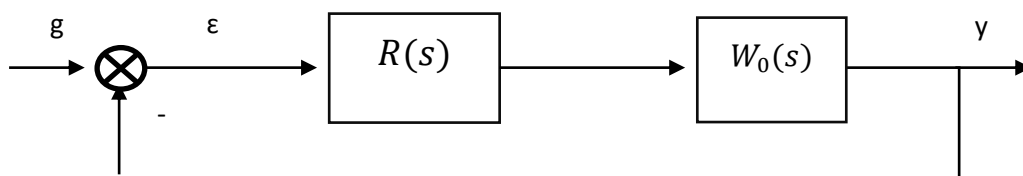
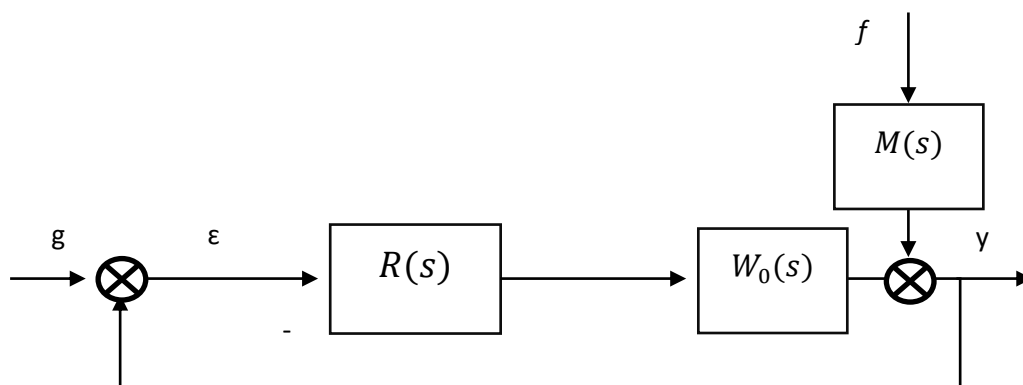


Рис. 2. Структурная схема системы

a)



б)

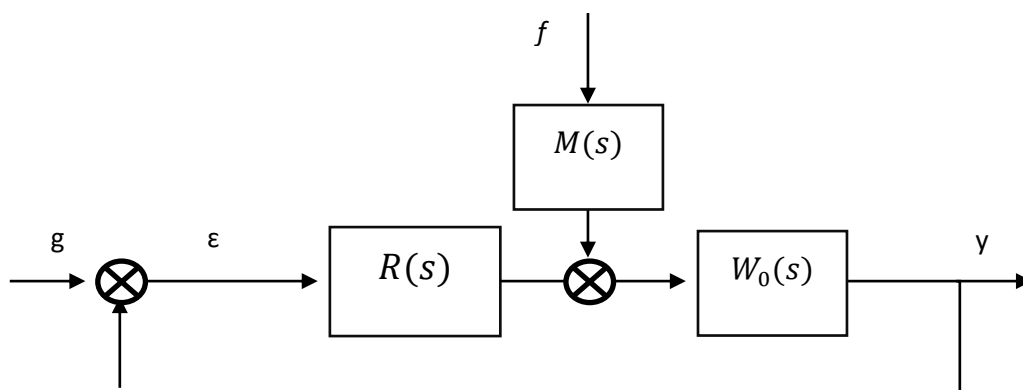


Рис. 3. Структурная схема системы при наличии возмущений

Таблица 3

Варианты параметров систем с нулевым порядком астатизма

Вариант	$W_0(s)$	$g=A$	$g=V \cdot t$	Вариант	$W_0(s)$	$g=A$	$g=V \cdot t$
1	$\frac{2}{3s+1}$	1	$0,5t$	7	$\frac{1}{2s^2+3s+1}$	1	$1,5t$
2	$\frac{3}{2,5s+1}$	2	$2t$	8	$\frac{2}{0,5s^2+2s+1}$	1	$2t$
3	$\frac{1,5}{0,5s+1}$	2	$4t$	9	$\frac{2}{0,5s^2+1s+2}$	2	$2t$
4	$\frac{1,5}{s^2+2s+1}$	1	$t$	10	$\frac{8}{0,5s^2+2s+8}$	2	$t$
5	$\frac{1}{s^2+s+2}$	2	$2t$	11	$\frac{1}{0,5s^2+s+1}$	2	$2t$
6	$\frac{1}{s^2+5s+6}$	1	$t$	12	$\frac{1}{0,1s^2+0,7s+1}$	4	$2t$

Таблица 4

Варианты параметров астатических систем

Вариант	$W_0(p)$	$g = at^2/2$	Вариант	$W_0(p)$	$g = at^2/2$
1	$\frac{2}{3s+1}$	$0,2t^2$	7	$\frac{1}{2s^2+3s+1}$	$0,25t^2$
2	$\frac{3}{2,5s+1}$	$0,5t^2$	8	$\frac{2}{0,5s^2+2s+1}$	$0,2t^2$
3	$\frac{1,5}{0,5s+1}$	$0,2t^2$	9	$\frac{2}{0,5s^2+1s+2}$	$0,5t^2$
4	$\frac{1,5}{s^2+2s+1}$	$0,4t^2$	10	$\frac{8}{0,5s^2+2s+8}$	$0,3t^2$
5	$\frac{1}{s^2+s+2}$	$0,3t^2$	11	$\frac{1}{0,5s^2+s+1}$	$0,45t^2$
6	$\frac{1}{s^2+5s+6}$	$0,45t^2$	12	$\frac{1}{0,1s^2+0,7s+1}$	$0,4t^2$

Таблица 5

Варианты параметров систем с возмущением

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Схема системы (№ рис.)	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>A</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>	<i>a</i>	<i>б</i>
$M(s)$	0,5	0,5	1	2	0,5	2	1	2	2	1	0,5	1
$f$	2	2	-0,5	1	2	1	1	0,75	-0,75	2	-1	0,5

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Порядок выполнения работы.
3. Математические модели исследуемых систем и кривые переходных процессов.
4. Графики экспериментально полученных зависимостей предельных значений установившихся ошибок  $\varepsilon$  в зависимости от коэффициента  $K$ .
5. Аналитический расчет установившихся ошибок систем.
6. Выводы