

保密★启用前

2019-2020 学年第一学期期末考试

《微积分 A I》

考生注意事项

1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生**教学号**和考生姓名；在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生**教学号**，并涂写考生**教学号**信息点。
2. 选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题册上答题无效。
3. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
4. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生教学号								
考生姓名								

一、选择题：1~6 小题，每小题 3 分，共 18 分．下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效．

1. 数列 $\{x_n\}$ 是有界数列，则该数列单调是数列极限存在的（ ）．

- (A) 充分非必要条件； (B) 必要非充分条件；
(C) 充分必要条件； (D) 既非充分也非必要条件．

2. 将 $x \rightarrow 0^+$ 时的无穷小量 $\alpha = \int_0^x \sin t dt$, $\beta = \int_0^{\sqrt{x}} \tan t dt$, $\gamma = \int_0^{x^2} (e^t - 1) dt$ 排列起来，使得后面的是前一个的高阶无穷小，则正确的排列顺序是：（ ）．

- (A) α, β, γ ; (B) α, γ, β ; (C) β, α, γ ; (D) γ, β, α .

3. 曲线 $y = \frac{1}{x} + \ln(1 + e^{-x})$ ，则曲线（ ）．

- (A) 没有水平渐近线但有铅直渐近线；
(B) 没有铅直渐近线但有水平渐近线；
(C) 没有水平和铅直渐近线； (D) 有水平和铅直渐近线．

4. 若对于积分 $\int_0^a f(a-2x)dx$ 作换元 $a-2x=u$ ，则该定积分化为（ ）．

- (A) $\int_{-a}^a f(u)du$; (B) $2\int_0^a f(u)du$; (C) $\frac{1}{2}\int_{-a}^a f(u)du$; (D) $\int_0^a f(u)du$.

5. 函数 $f(x)$ 具有三阶连续导数，如果 $f''(x) > 0, x \in [a, b]$ ，则下列积分中，积分值确定为正数的积分为（ ）．

- (A) $I = \int_a^b [f'(b) - f'(x)]dx$; (B) $I = \int_a^b f'(x)dx$;
(C) $I = \int_a^b [f(x) - f(a)]dx$; (D) $I = \int_a^b f'''(x)dx$.

6. 曲线 $\sin y + x^2 + y = x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为（ ）．

- (A) $x - 2y = 1$; (B) $x + 2y = 1$;
(C) $x + 2y = -1$; (D) $x - 2y = -1$.

二、填空题：7~12 小题，每小题 3 分，共 18 分。请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效。

7. 极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{2-h}{2+3h} \right)^{\frac{1}{h}} =$ _____.

8. 已知 $f(a)=0, f'(a)=1$, 则极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n f\left(a - \frac{1}{n}\right) =$ _____.

9. 由方程 $y + 2\sqrt{y+x} = 2x^2$ 所确定的函数 $y=y(x)$ 在 $(1,0)$ 点的导数 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{(1,0)} =$ _____.

10. 定积分 $\int_{-3}^3 [x^3 \ln(1+x^4) + \sqrt{9-x^2}] dx =$ _____.

11. $y = xe^x$ 在点 $x=1$ 处曲率 $k =$ _____.

12. 已知 $y = \sin 3x$, n 为自然数, 则 $y^{(n)} =$ _____.

三、解答题：13~19 小题，共 64 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

13. (本题满分 9 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

14. (本题满分 9 分)

求由参数方程 $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = e^t + t \end{cases}$ 所确定函数 $y = y(x)$ 的导数 $\frac{dy}{dx}; \frac{d^2y}{dx^2}$.

15. (本题满分 9 分)

证明当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, $\sin x > \frac{2}{\pi}x$.

16. (本题满分 9 分)

计算定积分 $\int_0^{2\pi} \sqrt{1+\cos 2x} dx$.

17. (本题满分 9 分)

求不定积分 $\int \frac{1}{\sqrt{1+e^{2x}}} dx$.

18. (本题满分 9 分)

已知曲线 $y = f(x)$ 任意点处的切线斜率为 $ax^2 - 3x - 6$, 且当 $x = -1$ 时, $y = \frac{11}{2}$ 为

函数 $f(x)$ 的极大值, 试求曲线 $y = f(x)$ 的表达式及函数 $f(x)$ 的极小值.

19. (本题满分 10 分)

(1) 证明存在唯一点 $\xi \in (0, b)$, $(0 < b < 1)$, 使得 $\arcsin b = \frac{b}{\sqrt{1-\xi^2}}$;

(2) 求极限 $\lim_{b \rightarrow 0^+} \frac{\xi}{b}$.