

保密★启用前

2018-2019 学年第一学期期末考试

## 《高等数学 AI》

### 考生注意事项

1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生**教学号**和考生姓名；在答题卡指定位置上填写**考试科目**、考生姓名和考生**教学号**，并涂写考生**教学号**信息点。
2. 选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题册上答题无效。
3. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
4. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生教学号								
考生姓名								

一、选择题：1~6 小题，每小题 3 分，共 18 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效。

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = ( \quad )$  .

- (A) 0                      (B) 1                      (C) e                      (D)  $\frac{1}{e}$

2. 当  $a$  取下列哪个值时，函数  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - a$  恰有两个不同的零点  
(  $\quad$  ) .

- (A) 2                      (B) 4                      (C) 6                      (D) 8

3. 设  $F(x) = \int_0^x (x-t)f(t)dt$  ,  $f(x)$  为连续函数，且  $f(0)=0$ ,  $f'(x) > 0$  , 则  
 $y = F(x)$  在  $(0, +\infty)$  内 (  $\quad$  ) .

- (A) 单调增加且为下凸                      (B) 单调增加且为上凸  
(C) 单调减少且为下凸                      (D) 单调减少且为上凸

4. 曲线  $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$  (  $\quad$  ) .

- (A) 没有渐近线                      (B) 仅有水平渐近线  
(C) 仅有铅直渐近线                      (D) 既有水平渐近线又有铅直渐近线

5. 若  $\ln f(t) = \sin t$  , 则  $\int \frac{tf'(t)}{f(t)} dt = ( \quad )$  .

- (A)  $t \sin t + \cos t + C$                       (B)  $t \sin t - \cos t + C$   
(C)  $t \sin t + t \cos t + C$                       (D)  $t \sin t + C$

6. 使不等式  $\int_1^x \frac{\sin t}{t} dt > \ln x$  成立的  $x$  的范围是 (  $\quad$  ) .

- (A)  $(1, \frac{\pi}{2})$                       (B)  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$                       (C)  $(0, 1)$                       (D)  $(\pi, +\infty)$

## 二、填空题：7~12 小题，每小题 3 分，共 18 分.

7. 设当  $x \rightarrow 0$  时,  $(1 - \cos x) \ln(1 + x^2)$  是比  $\sin x^n$  高阶的无穷小, 而  $\sin x^n$  是比  $e^{x^2} - 1$  高阶的无穷小, 则正整数  $n$  等于\_\_\_\_\_.

8. 设  $f(x)$  为可导函数, 且满足条件  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$ , 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线的斜率  $k =$ \_\_\_\_\_.

9. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $e^{2x+y} - \cos(xy) = e - 1$  所确定, 求  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ \_\_\_\_\_.

10. 函数  $y = \ln(1 - 2x)$  在  $x = 0$  处的  $n (n > 2)$  阶导数  $f^{(n)}(0) =$ \_\_\_\_\_.

11.  $\int_{-1}^2 |x^2 - x| dx =$ \_\_\_\_\_.

12.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题：13~19 小题，共 64 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (本题满分 10 分)

求函数  $f(x) = \frac{\sin \pi x}{x - x^3}$  的间断点, 并判断间断点的类型.

14. (本题满分 10 分)

设  $f(x) = 2^{|a-x|}$ , 求  $f'(x)$ .

15. (本题满分 10 分)

求  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx$ .

16. (本题满分 10 分)

求  $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$ .

17. (本题满分 10 分)

求函数  $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x - 7$  的极值.

18. (本题满分 8 分)

求曲线  $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{4}$  对应点处的曲率.

19. (本题满分 6 分)

设函数  $f(x)$  在  $[0, 2\pi]$  上连续, 在  $(0, 2\pi)$  内可导, 且  $f(0) = 1, f(\pi) = 3, f(2\pi) = 2$ . 试证明在  $(0, 2\pi)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使  $f'(\xi) + f(\xi) \cos \xi = 0$ .