

MULTICHANNEL

(I)

1 CALIBRACIÓN

Magnitud medible: $NOD = -\log_{10} \left(\frac{\bar{I}_{exp}}{\bar{I}_{unexp}} \right)$
 (net optical density)

Función de ajuste: $D_{cal} = b_k \cdot NOD_k + c_k \cdot NOD_k^{n_k}$ k ≡ canal

- ↳ Primero se determina n_k , se toma con dos decimales y luego se calculan b_k y c_k con sus respectivas incertidumbres.
- ↳ Usamos solo los parámetros para no aumentar la incertidumbre de los mismos.

El fit se realiza con pesos: $w_{ki} = \frac{1}{\sigma_{NOD_{ki}}^2} \cdot \frac{1}{\sum_i \left(\frac{1}{\sigma_{NOD_{ki}}} \right)^2}$

- ↳ La desviación estándar se calcula con el intervalo de confianza $\sigma = \frac{\Delta}{2 \cdot z^*}$; cuando el intervalo de confianza es del 95% $\rightarrow z^* = 1,96$

2 DENSIDAD ÓPTICA NETA (NOD)

Densidad óptica (OD): $OD = \log_{10} \left(\frac{I_{max}}{I} \right)$

Escaneo: 48 bit color RGB
 $I_{max} = 2^{16} - 1 = 65535$
 ↓
 el color

NOD de un pixel (m) para cada canal (k) irradiado a una dosis D:

$$NOD_{km}(D) = \log_{10} \left(\frac{\bar{I}_k(D=0)}{I_{km}(D)} \right) \quad \Rightarrow \text{Media en un área de pixels sin irradiar.}$$

NOD a partir de la OD de un pixel (m) para cada canal (k)

$$NOD_{km}(D) = OD_{km}(D) - OD_{ok} \quad \text{donde} \quad OD_{ok} = \log_{10} \left(\frac{I_{max}}{\bar{I}_k(D=0)} \right)$$

MULTICHANNEL

Modelo basado en la Ley de Beer-Lambert para la OD:

$$\text{OD}_{km}(D) = A_k(D) \cdot T_{am} + B_k \cdot T_{bm}$$

respuesta a medición respuesta a D=0
 (siempre presente)

$A_k(D=0) = 0$

→ parámetros inhomogeneidad del pixel

$$\rightarrow \text{NOD}_{km}(D) = A_k(D) \cdot T_{am} + B_k \cdot T_{bm} - \text{OD}_{ok}$$

Se aplica el modelo al caso de una zona irradicada de forma homogénea con una dosis D. Se calcula la media en pixeles:

$$\overline{\text{NOD}}_k(D) = A_k(D) \overline{T}_a + B_k \cdot \overline{T}_b - \text{OD}_{ok}$$

Para el caso $D=0 \Rightarrow \overline{\text{NOD}}_k(D=0)=0$ (además $A_k(D=0)=0$). Así

$$\begin{aligned} B_k \cdot \overline{T}_b &= \text{OD}_{ok} \\ \overline{\text{NOD}}_k(D) &= A_k(D) \overline{T}_a \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Relación coeffs absorbancia } (A_k(D) \text{ y } B_k) \text{ con magnitudes.} \end{array} \right.$$

Sustituyendo estas relaciones en el modelo para un pixel:

$$\text{NOD}_{km}(D) = \overline{\text{NOD}}_k(D) \cdot \frac{T_{am}}{\overline{T}_a} + \text{OD}_{ok} \left(\frac{T_{am}}{\overline{T}_a} - 1 \right)$$

La desviación respecto a la media $\Delta \text{NOD}_{km}(D) = \text{NOD}_{km}(D) - \overline{\text{NOD}}_k(D)$

$$\Delta \text{NOD}_{km}(D) = \overline{\text{NOD}}_k(D) \cdot \left(\frac{T_{am}}{\overline{T}_a} - 1 \right) + \text{OD}_{ok} \left(\frac{T_{bm}}{\overline{T}_b} - 1 \right)$$

$$\Delta \text{NOD}_{km}(D) = \overline{\text{NOD}}_k(D) \alpha_m + \text{OD}_{ok} \beta_m$$

El modelo para un pixel "m" irradiado con una dosis desconocida, "Dm"

$$\Delta \text{NOD}_{km}(D) = \overline{\text{NOD}}_{km}(D) \alpha_m + \text{OD}_{ok} \beta_m$$

$\overline{\text{NOD}}_{km} \rightarrow \text{NOD del pixel corregida (eliminando el efecto de las inhomogeneidades)}$

MULTICHANNEL

3 Dosis de un pixel

Dato: NOD_{km} $\xrightarrow{\text{calibration}}$ $D_{km} = b_k \cdot NOD_{km} + C_k \cdot NOD_{km}^{n_k} (+ \sigma_{km})$

Desarrollo en serie con respecto a la NOD corregida (\overline{NOD}_{km}) en 1^{er} orden:

$$\mu_{km} = D_{km}(\overline{NOD}_{km}) + \left. \frac{\partial D_{km}}{\partial NOD_{km}} \right|_{\overline{NOD}_{km}} \cdot \Delta NOD_{km}$$

$$\mu_{km} = \overline{D}_{km} + \left. \frac{\partial \overline{D}_{km}}{\partial \overline{NOD}_{km}} \right| \cdot \Delta NOD_{km}$$

siendo $\overline{D}_{km} = b_k \cdot \overline{NOD}_{km} + C_k \cdot \overline{NOD}_{km}^{n_k}$ la dosis corregida

Aplicando el modelo de la NOD: $\Delta NOD_{km} = \overline{NOD}_{km} \cdot \alpha_m + \sigma_{Dkm} \beta_m$
hay un total de cinco variables por pixel ($\alpha_m, \beta_m, \overline{NOD}_{km}$ ($k=R,G,B$))

4 Multicanal aplicado a un pixel con dosis conocida

NOTA: A partir de ahora nos referimos a un pixel dado, por lo que eliminamos de la notación el subíndice "m".

Aplicamos MLE (maximum likelihood estimation), por lo que hay que minimizar la función:

$$f = \frac{1}{2} \sum_k \frac{(\mu_k - D_k)^2}{\sigma_k^2}$$

↓ modelo ↓ Datos

Dosis conocida "D" $\rightarrow \overline{D}_k = D \forall k$

A partir de la curva de calibración se calcula $\overline{NOD}_k(D)$.

Solo dos variables "α" y "β"

Minimización: (sistema de ecuaciones)

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \sum_k \frac{\mu_k - D_k}{\sigma_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\partial \mu_k}{\partial \alpha} = \left. \frac{\partial \overline{D}_k}{\partial \overline{NOD}_k} \right|_{\overline{NOD}_k(D)} \cdot \frac{\partial \overline{NOD}_k}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \sum_k \frac{\mu_k - D_k}{\sigma_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \beta} = \left. \frac{\partial \overline{D}_k}{\partial \overline{NOD}_k} \right|_{\overline{NOD}_k(D)} \cdot \frac{\partial \overline{NOD}_k}{\partial \beta}$$

MULTICHANNEL

IV

Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$G_{\alpha}^* \cdot \alpha + G_{\alpha\beta} \beta = G_{I\alpha}^*$$

$$G_{\alpha\beta} \alpha + G_{\beta}^* \beta = G_{I\beta}^*$$

donde

$$G_{\alpha}^* = \bar{\sum}_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial \bar{NOD}_k} \right)^2 \cdot \frac{\bar{NOD}_k^2}{\sigma_k^2}$$

$$G_{\beta}^* = \bar{\sum}_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial \bar{NOD}_k} \right)^2 \cdot \frac{\bar{OD}_{dk}^2}{\sigma_k^2}$$

$$G_{\alpha\beta} = \bar{\sum}_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial \bar{NOD}_k} \right)^2 \frac{\bar{NOD}_k \cdot \bar{OD}_{dk}}{\sigma_k^2}$$

$$G_{I\alpha}^* = \bar{\sum}_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial \bar{NOD}_k} \right) \frac{\bar{NOD}_k (D_k - D)}{\sigma_k^2}$$

$$G_{I\beta}^* = \bar{\sum}_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial \bar{NOD}_k} \right) \frac{\bar{OD}_{dk} (D_k - D)}{\sigma_k^2}$$

La solución a este sistema es:

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha &= \frac{G_{I\alpha}^* G_{\beta}^* - G_{I\beta}^* G_{\alpha\beta}}{G_{\alpha}^* G_{\beta} - G_{\alpha\beta}^2} \\ \beta &= \frac{G_{\alpha}^* G_{\alpha\beta} - G_{I\beta}^* G_{\alpha}}{G_{\alpha\beta}^2 - G_{\alpha}^* G_{\beta}} \end{aligned}}$$

Aplicando esto a las áreas usadas para calibración podemos obtener la media y la desviación estandar para ambos parámetros y usarlo como información a priori.

$$f_{\text{priori}} = \frac{1}{2} \frac{(\alpha - \bar{\alpha})^2}{\sigma_{\alpha}^2} = \frac{1}{2} \lambda_{\alpha} (\alpha - \bar{\alpha})^2$$

$$f_{\text{priori}} = \frac{1}{2} \lambda_{\beta} (\beta - \bar{\beta})^2$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{M} \cdot \sum_m \alpha_m$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{M} \cdot \sum_m \beta_m$$

$$\sigma_{\alpha}^2 = \frac{\sum_m^n (\alpha_m - \bar{\alpha})^2}{M-1}; \lambda_{\alpha} = \frac{1}{\sigma_{\alpha}^2}$$

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{\sum_m^n (\beta_m - \bar{\beta})^2}{M-1}; \lambda_{\beta} = \frac{1}{\sigma_{\beta}^2}$$

MULTICHANNEL

[5] DOSIMETRÍA MULTICANAL (DE UN PIXEL)

HAP (maximum a posteriori) \rightarrow Minimización de la función

$$f = \underbrace{\frac{1}{2} \sum_k \frac{(\mu_k - D_k)^2}{\sigma_k^2}}_{\text{Likelihood}} + \underbrace{\frac{1}{2} \lambda_\alpha (\alpha - \bar{\alpha})^2 + \frac{1}{2} \lambda_\beta (\beta - \bar{\beta})^2}_{\text{priori}}$$

$$+ Z_{RG} (\bar{D}_R - \bar{D}_G) + Z_{RB} (\bar{D}_R - \bar{D}_B)$$

↑ ↑
Lagrange multipliers

La curva de calibración no es invertible, por lo que el problema no se puede expresar en función de la dosis directamente. Hay que calcular la NOD corregida de los tres canales pero asegurando que la dosis corregida de los tres canales sea igual (un único valor de dosis final)

Buscamos el mínimo de la función:

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = \sum_k \frac{\mu_k - D_k}{\sigma_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial \alpha} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \sum_k \frac{\mu_k - D_k}{\sigma_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial \beta} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{D}_{RG}} = \frac{\mu_R - D_R}{\sigma_R^2} \cdot \frac{\partial \mu_R}{\partial \bar{D}_{RG}} + (Z_{RG} + Z_{RB}) \frac{\partial \bar{D}_R}{\partial \bar{D}_{RG}} = 0 \quad (A.1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{D}_{RG}} = \frac{\mu_G - D_G}{\sigma_G^2} \cdot \frac{\partial \mu_G}{\partial \bar{D}_{RG}} - Z_{RG} \cdot \frac{\partial \bar{D}_G}{\partial \bar{D}_{RG}} = 0 \quad (A.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{D}_{RB}} = \frac{\mu_B - D_B}{\sigma_B^2} \cdot \frac{\partial \mu_B}{\partial \bar{D}_{RB}} - Z_{RB} \cdot \frac{\partial \bar{D}_B}{\partial \bar{D}_{RB}} = 0 \quad (A.3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial Z_{RG}} = \bar{D}_R - \bar{D}_G = 0 \quad (B)$$

$$\frac{\partial f}{\partial Z_{RB}} = \bar{D}_R - \bar{D}_B = 0 \quad (C)$$

MULTI CHANNEL

De las ecuaciones (A.2) y (A.3) se despejan los multiplicadores de Lagrange

$$Z_{RG} = \frac{1}{\frac{\partial D_G}{\partial NOD_G}} \cdot \frac{\mu_G - D_G}{\sigma_G^2} \cdot \frac{\partial \mu_G}{\partial NOD_G}$$

$$Z_{RB} = \frac{1}{\frac{\partial D_B}{\partial NOD_B}} \cdot \frac{\mu_B - D_B}{\sigma_B^2} \cdot \frac{\partial \mu_B}{\partial NOD_B}$$

y se sustituyen a la ecuación (A.1) que reanudamos como (A):

$$\sum_k \frac{\mu_k - D_k}{\sigma_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial \alpha} = 0 \quad (1)$$

$$\sum_k \frac{\mu_k - D_k}{\sigma_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial \beta} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_k \frac{\mu_k - D_k}{\sigma_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial NOD_k} / \frac{\partial D_k}{\partial NOD_k} = 0 \quad (A)$$

$$\bar{D}_R - \bar{D}_G = 0 \quad (B)$$

$$\bar{D}_R - \bar{D}_B = 0 \quad (C)$$

Con las ecuaciones (1) y (2) se puede despejar " α " y " β " en función de " \overline{NOD}_k " ($k=R,G,B$) análogo a lo que se hizo en la sección [4]

$$\alpha = \frac{C_{I\alpha} C_I^\beta - C_{I\beta} C_I^\alpha}{C_\alpha C_\beta - C_{\alpha\beta}^2}$$

$$\beta = \frac{C_{I\alpha} C_I^\beta - C_{I\beta} C_I^\alpha}{C_{I\beta} - C_\alpha C_\beta}$$

donde

$$C_\alpha = \sum_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial NOD_k} \right)^2 \cdot \frac{\overline{NOD}_k^2}{\sigma_k^2} + \lambda \alpha$$

$$C_\beta = \sum_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial NOD_k} \right)^2 \cdot \frac{\overline{NOD}_k^2}{\sigma_k^2} + \lambda \beta$$

$$C_{\alpha\beta} = \sum_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial NOD_k} \right)^2 \cdot \frac{\overline{NOD}_k \cdot \partial D_k}{\sigma_k^2}$$

$$C_{I\alpha} = \sum_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial NOD_k} \right) \cdot \frac{\overline{NOD}_k (\bar{D}_k - \bar{D}_R)}{\sigma_k^2} + \lambda \alpha \bar{D}_R$$

$$C_{I\beta} = \sum_k \left(\frac{\partial \bar{D}_k}{\partial NOD_k} \right) \cdot \frac{\overline{NOD}_k (\bar{D}_k - \bar{D}_B)}{\sigma_k^2} + \lambda \beta \bar{D}_B$$

MULTICHANNEL

VII

Solo queda resolver el sistema de tres ecuaciones (A, B, C) con tres incógnitas ($\overline{NOD}_R, \overline{NOD}_G, \overline{NOD}_B$)

$$\sum_k \frac{\mu_k - D_k}{\sigma_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial NOD_k} / \frac{\partial \bar{D}_k}{\partial NOD_k} = 0 \quad (A)$$

$$\bar{D}_R - \bar{D}_G = 0 \quad (B)$$

$$\bar{D}_R - \bar{D}_B = 0 \quad (C)$$

donde recordamos

$$\begin{aligned} \bar{D}_k &= b_k \cdot \overline{NOD}_k + c_k \cdot \overline{NOD}_k^2 \\ \mu_k &= \bar{D}_k + \frac{\partial \bar{D}_k}{\partial NOD_k} \cdot \Delta NOD_k \\ \frac{\partial \mu_k}{\partial NOD_k} &= \frac{\partial \bar{D}_k}{\partial NOD_k} (\alpha + 1) + \frac{\partial^2 \bar{D}_k}{\partial NOD_k^2} \cdot \Delta NOD_k \\ \Delta NOD_k &= \overline{NOD}_k \cdot \alpha + \text{ODok} \cdot \beta \end{aligned} \quad (*)$$

El sistema (A, B, C) es no lineal por lo que usaremos el método de Newton-Raphson para resolverlo. Para ello hay que calcular el jacobiano, es decir, necesitamos derivar respecto a cada una de las variables las funciones (A, B, C). Hay que tener en cuenta que en el paso anterior hemos despejado " α " y " β " en función de \overline{NOD}_k ($k: R, G, B$) cuando se hacen las derivadas. Para evitar confusiones en las derivadas, ya que existe una preciaja (*), devolveremos las derivadas en este paso de la siguiente manera:

$$\partial_k \equiv \frac{\partial}{\partial \overline{NOD}_k}$$

NOTA: MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON (iterativo)

$$\vec{f}_i + J_i \cdot \vec{\Delta f}_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{f}_{i+1} = \vec{f}_i + \vec{\Delta f}_i$$

\uparrow \uparrow
 valor función jacobiano en
 iteración i incógnita
 valor función "i"

Los elementos de la matriz jacobiana son:

$$J_{AK} = \frac{\partial f_A}{\partial \Delta NOD_k} = \frac{1}{O_k^2} \cdot \boxed{\partial_k \mu_k} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial \Delta NOD_k} \cdot \frac{1}{\partial_k \bar{D}_k} + \frac{\mu_k - D_k}{O_k^2} \boxed{\partial_k \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial \Delta NOD_k} \right)} \cdot \frac{1}{\partial_k \bar{D}_k}$$

$$- \frac{\mu_k - D_k}{O_k^2} \cdot \frac{\partial \mu_k}{\partial \Delta NOD_k} \cdot \partial_k^2 \bar{D}_k \cdot \frac{1}{(\partial_k \bar{D}_k)^2}$$

$$J_{BR} = \frac{\partial f_B}{\partial \Delta NOD_k} = \partial_k \bar{D}_k ; \quad J_{BG} = - \partial_g \bar{D}_g ; \quad J_{BB} = 0$$

$$J_{CR} = \frac{\partial f_C}{\partial \Delta NOD_k} = \partial_R \bar{D}_R ; \quad J_{CG} = 0 ; \quad J_{CB} = - \partial_g \bar{D}_B$$

$$\partial_k \mu_k = \partial_k \bar{D}_k (\boxed{\partial_k \Delta NOD_k} + 1) + \partial_k^2 \bar{D}_k \cdot \Delta NOD_k$$

$$\partial_k \left(\frac{\partial \mu_k}{\partial \Delta NOD_k} \right) = \partial_k^2 \bar{D}_k (\alpha + 1 + \partial \Delta NOD_k) + \partial_k \bar{D}_k \boxed{\partial_k \alpha} + \partial_k^3 \bar{D}_k \cdot \Delta NOD_k$$

$$\partial_k \Delta NOD_k = \alpha + \overline{NOD}_k \cdot \boxed{\partial_k \alpha} + O \partial \alpha \cdot \boxed{\partial_k \beta}$$

$$\partial_k \alpha = \frac{(\partial_k C_{I\alpha}) C_\beta + C_{I\alpha} (\partial_k C_\beta) - (\partial_k C_{I\beta}) C_{\alpha\beta} - C_{I\beta} \partial_k (C_{\alpha\beta})}{C_\alpha C_\beta - C_{\alpha\beta}^2}$$

$$- \frac{C_{I\alpha} \cdot C_\beta - C_{I\beta} C_{\alpha\beta}}{(C_\alpha C_{\alpha\beta} - C_{\alpha\beta}^2)^2} [(\partial_k C_\alpha) C_\beta + C_\alpha (\partial_k C_\beta) - 2 C_{\alpha\beta} (\partial_k C_{\alpha\beta})]$$

$$\partial_k \beta = \frac{(\partial_k C_{I\alpha}) C_{\alpha\beta} + C_{I\alpha} (\partial_k C_{\alpha\beta}) - (\partial_k C_{I\beta}) C_\alpha - C_{I\beta} (\partial_k C_\alpha)}{C_{\alpha\beta}^2 - C_\alpha C_\beta}$$

$$- \frac{C_{I\alpha} C_{\alpha\beta} - C_{I\beta} C_\alpha}{(C_{\alpha\beta}^2 - C_\alpha C_\beta)^2} [2 C_{\alpha\beta} (\partial_k C_{\alpha\beta}) - (\partial_k C_\alpha) C_\beta - C_\alpha (\partial_k C_\beta)]$$

MULTICHANNEL

IX

$$\partial_k C_\alpha = \frac{2 \partial \bar{D}_k \overline{NOD}_k}{\sigma_k^3} (\overline{NOD}_k \partial_k^2 \bar{D}_k + \partial_k \bar{D}_k)$$

$$\partial_k C_\beta = 2 \partial \bar{D}_k \cdot \partial_k^2 \bar{D}_k \cdot \frac{\partial D_k^2}{\sigma_k^2}$$

$$\partial_k C_{\alpha\beta} = \frac{\partial \bar{D}_k \partial D_k}{\sigma_k^2} (2 \overline{NOD}_k \partial_k^2 \bar{D}_k + \partial_k \bar{D}_k)$$

$$\partial_k C_{\alpha\alpha} = \partial_k^2 \bar{D}_k \cdot \frac{\overline{NOD}_k (D_k - \bar{D}_k)}{\sigma_k^2} + \partial_k \bar{D}_k \cdot \frac{D_k - \bar{D}_k}{\sigma_k^2} - (\partial_k \bar{D}_k)^2 \cdot \frac{\overline{NOD}_k}{\sigma_k^2}$$

$$\partial_k C_{\beta\beta} = \partial_k^2 \bar{D}_k \cdot \frac{\partial D_k (D_k - \bar{D}_k)}{\sigma_k^2} - (\partial_k \bar{D}_k)^2 \cdot \frac{\partial D_k}{\sigma_k^2}$$

$$\partial_k \bar{D}_k = D_k + N_k C_k \overline{NOD}_k^{n_k-1}$$

$$\partial_k^2 \bar{D}_k = N_k (n_k-1) C_k \overline{NOD}_k^{n_k-2}$$

$$\partial_k^3 \bar{D}_k = N_k (n_k-1) (n_k-2) C_k \overline{NOD}_k^{n_k-3}$$

2DV → Ajustar los errores por el efecto

1P \Rightarrow Hacer fórmulas para este caso.

Mirar corrección heterocedasticidad, (bibliografía) *

$$\cancel{\text{NOD}_{km}} \rightarrow \overline{\text{NOD}_{km}}$$

$$\overline{\text{NOD}_{km}} = \overline{\text{NOD}_{km}}(\alpha_m + 1) + \text{OD}_{ok} \beta_m$$

$$\cancel{\text{NOD}_{km}}$$

$$\overline{\text{NOD}_{km}(x)} = \cancel{\overline{\text{NOD}_{km}(x)}}(\alpha_m + 1) + \text{OD}_{ok} \beta_m$$

$$\overline{\text{NOD}_{km}(x)} = \cancel{\overline{\text{NOD}_{km}}} + (\cancel{\text{NOD}_{km}} + (\text{P}_k + \text{Q}_k \cancel{\text{NOD}_{km}})(\cancel{x} - \cancel{x_0}))(\alpha_m + 1) + \text{Q}_{ok} \beta_m$$

$$\overline{\text{NOD}_{km}(x)} = \overline{\text{NOD}_{km}(x)}(\alpha_m + 1) + \text{OD}_{ok} \beta_m$$

$$\Delta \overline{\text{NOD}_{km}}(x) = \overline{\text{NOD}_{km}(x)} \alpha_m + \text{OD}_{ok} \beta_m$$

→ Tiene sentido porque $\overline{\text{NOD}_{km}}$ depende de la dosis y la corrección también debería depender de la dosis.

→ Para hacer la calibración tomo los datos del centro que es donde no hay efecto de heterocedasticidad \Rightarrow Las dosis que calculo están con la NOD de los pixeles del centro // Cuando hago la calibración tengo que asignar un valor de dosis cuya corriente sea la NOD. Si elijo el centro, las dosis se corresponden a la NOD del centro porque hay efecto de heterocedasticidad; entonces las dosis solo devuelven respecto al valor que deberían ser.