طراحی الگوریتم: پیشرفتهای روشمند

حسین رادمرد

۱ اردیبهشت ۱۴۰۳

۱.۰ مسئله ۸۳ رنگ کردن یک گراف دو رنگی

در این مسئله، مانند موارد بعدی، حل مسئله هدف ماست و بهینه بودن جواب برای ما حائز اهمیت نیست. دراینجا، ما الگوریتمی را برای رنگ کردن گراف با دردست داشتن تنها دو رنگ، بررسی میکنیم. نسخه‌ی کلی‌تر(رنگ آمیزی با هر تعداد رنگ) در مسئله‌ی ۵۹، صفحه‌ی ۲۳۶ بررسی میشود. گرچه، نسخه‌ی فعلی بسیار بهینه‌تر است. در ادامه، این بحث بسیار به موضوع ”گرافهای پرکاربرد: گراف‌های دوبخشی“ مرتبط است.

گراف همبند بدون جهت G = ،N (V) ناتهی) به ما داده شده‌ست. ما قصد داریم با رنگ‌های سیاه و سفید گراف را رنگ آمیزی کنیم به گونه‌ای که هیچ دو راس همسایه‌ای دارای رنگ یکسانی نباشند. چنین گرافی را گراف دورنگی مینامیم. الگوریتم حریصانه ای که ما قصد ساخت آن را برای این منظور داریم به پیمایش سطری گراف ها مرتبط است که آن را در ابتدا بررسی کردیم.

چنین گرافی را گراف دورنگی مینامیم. الگوریتم حریصانه ای که ما قصد ساخت آن را برای این منظور داریم به پیمایش سطری گراف ها مرتبط است که آن را در ابتدا بررسی کردیم.

پیمایش سطری گراف: یادآوری

معرفی

اول از همه، اجازه دهید مفاهیم ”فاصله‌ی میان دو راس“ و ”پیمایش سطری“ را برای گراف‌های همبندِ بدون جهت تعریف کنیم.

تعریف ۱۰ (فاصله‌ی میان دو راس): در نظر میگیریم، G = ،N) (V یک گراف همبند بدون جهت و s و s’ دو راس این گراف باشند. طول کوتاه‌ترین مسیر میان s و s’ را فاصله‌ی میان s و s’ گویند.

تعریف ۱۱ (جستجوی سطری): فرض کنیم G یک گراف همبند و بدون جهت و s یکی از راس های آن باشد. هر فرایندی که با افزایش فاصله‌ها از راس s با راس های گراف G برخورد میکند به عنوان پیمایش سطری گراف G از s شناخته میشود.

از نمودار (b) در شکل ۸.۷ صفحه‌ی ۳۶۳، میتوانیم نتیجه بگیریم که لیست ،a? ،b ،c ،d ،e ،f ،g ?h با پیمایش سطری با شروع از راس a مطابقت دارد. و همین مطلب برای لیست ،a? ،c ،b ،d ،e ،h ،f ?g نیز صدق میکند.

تصویر ۸.۷ – یک مثال از گراف. تصویر (a) گرافی را نمایش میدهد که مثالی از حالت مسئله را نشان میدهد. تصویر (b) کوتاه‌ترین مسیر راس a را تا هر راس گراف با خطوط پررنگ نشان میدهد. در تصویر ،(b) عددی که در هر راس مشخص است در واقع فاصله‌ی آن راس تا راس a است.

حلقه بدون تغییر

ما علاقه داریم یک الگوریتم بدون تغییر بسازیم؛ یک الگوریتم حریصانه؛ و اینگونه خود را محدود میکنیم. برای جستجوی حلقه بدون تغییر، ادامه ی این ساز و کار به خواننده واگذار میشود. اکنون تصور میکنیم قسمتی از کار انجام شده ست(بخش ۳، صفحه ۹۳ را ببنید). به این ترتیب، برای یک گراف جزئی $G' = (N', V')$ (زیرگراف G القا شده با مجموعه رئوس N، 'N شامل رئوس ابتدایی)، لیستی تشکیل شده از پیمایش سطری 'G با شروع از s داریم. عموما* این لیست، CLOSE نامیده میشود. پیشرفت این روند شامل گستردن این لیست با افزودن رئوسی است که در CLOSE نیستند و تا جای ممکن به s نزدیکند.

از آنجایی که هر راسی که در CLOSE حضور نداشته باشد، یک کاندید احتمالی برای انقال به CLOSE است، در غیاب بقیه ی مفروضات، پیشرفت ممکن اما به همان نسبت هزینه بر است. پیشنهاد میکنیم که نسخه اول این ثابت را با اضافه کردن یک ساختمان داده بهبود ببخشید. ساختمان داده OPEN شامل تمام رئوسی ست که در CLOSE حضور نداشته و کاندید این موضوع هستند که همسایه حداقل یکی از رئوس CLOSE هستند. بیشین*، OPEN به عنوان یک لیست اولویت با مدیریت برروی فاصله ی عناصرش از s بوجود می آید، این موضوع به این دلیل است که عنصری که باید به لیست CLOSE منتقل شود باید نزدیک ترین به s باشد.

بعدها میبینیم که نسخه ساده شده یک لیست اولویت نیز امکان پذیر است. برای ماندگاری این نسخه جدید از ثابت*، بهینه است که سر OPEN را به انتهای لیست CLOSE منتقل کنیم، و – به عنوان همتای تقویت ثابت** – برای معرفی همسایگان "جدید" عنصر منتقل شده به OPEN، عنصرهایی که نه در OPEN نه در CLOSE هستند(این یک انتخاب حریصانه است).