

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Профильный уровень
Образец реального варианта****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

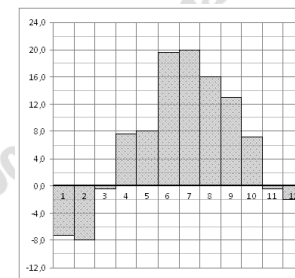
Все материалы получены из открытых источников и публикуются после экзамена в ознакомительных целях

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

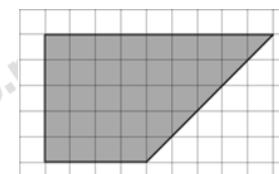
Часть 1

1. В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 6500 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .

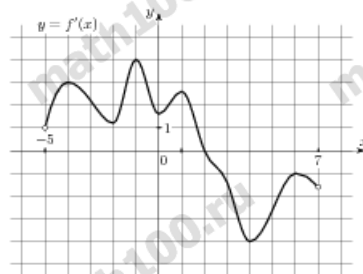


4. В сборнике билетов по математике всего 60 билетов, в 9 из них встречается вопрос по производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по производной.

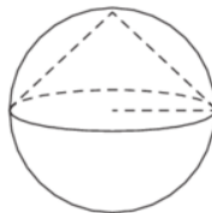
5. Найдите корень уравнения $4^{4-x} = 64$.

6. Один из углов прямоугольного треугольника равен 29° .
Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 7)$. В какой точке отрезка $[2; 6]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



8. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 27. Найдите объем шара.



Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{-14\sin 84^\circ}{\sin 42^\circ \cdot \sin 48^\circ}$$

10. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом

их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а

для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в Омах.

11. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

12. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 10) - 5x + 7$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$4\sin^3 x + 3\sin x + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \cos 2x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие

промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 14, высота SH равна 24. Точка K – середина бокового ребра SD , а точка N – середина ребра CD . Плоскость AKB пересекает боковое ребро SC в точке P .

а) Докажите, что прямая KP пересекает отрезок SN в его середине.

б) Найдите расстояние от точки P до плоскости SAB .

15. Решите неравенство:

$$16^{\frac{1}{x}-1} - 4^{\frac{1}{x}-1} - 2 \geq 0.$$

16. Трапеция $ABCD$ с большим основанием AD и высотой BH вписана в окружность. Прямая BH вторично пересекает эту окружность в точке K .

а) Докажите, что прямые AC и AK перпендикулярны.

б) Прямые CK и AD пересекаются в точке N . Найдите AD , если радиус окружности равен 12, $\angle BAC = 30^\circ$, а площадь четырехугольника $BCNH$ в 8 раз больше площади треугольника KNH .

17. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 700 тыс. рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 19% по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

- к июлю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\left| x^2 - a^2 \right| = |x + a| \cdot \sqrt{x^2 - 7ax + 8a}$$

имеет ровно два различных корня.

19. На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно сумме цифр первого, а третье равно сумме цифр второго.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 420?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 419?

в) В тройке чисел первое число трёхзначное, а третье равно 5. Сколько существует таких троек?