

Estudiantes:
Fabián Bustos Vindas
Ian Murillo Campos

- **Resumen de Lectura:**

El capítulo comienza comentando sobre como algoritmos para optimizar el peor escenario posible, pesar de garantizar soluciones óptimas para cualquier instancia del problema son algo bueno, sin embargo, reducir la demanda para conseguir siempre respuestas correctas o eficientes, puede conducir a algoritmos útiles que tienen altas garantías de rendimiento, siendo estos algoritmos aleatorios, los cuales no son meramente heurísticos, dan el ejemplo de que cualquier problema de rendimiento con ellos es por mala suerte lanzando una moneda más que por los datos de entrada.

Muestra cómo se dividen los algoritmos aleatorios dependiendo la garantía de exactitud o eficiencia en dos tipos:

Los algoritmos de tipo Las Vegas, los cuales con algoritmos que garantizan exactitud y usualmente (aunque no siempre) eficiencia. Siendo Quicksort un buen ejemplo de un algoritmo de este tipo.

Los algoritmos de tipo Monte Carlo, los cuales son algoritmos que son probablemente eficientes y usualmente (aunque no siempre) producen una respuesta correcta o algo muy cercano a ésta, siendo los representantes de estos los métodos de muestreo aleatorio.

El capítulo comenta que algo bueno de este tipo de algoritmos es que son bastante simples de describir e implementar. Eliminan la necesidad de preocuparse por situaciones raras o poco comunes que hacen posible evitar estructuras de datos complicadas y otras variantes, siendo algoritmos intuitivos y relativamente fáciles de implementar.

Sin embargo, este tipo de algoritmos aleatorios son frecuentemente difíciles de analizar de forma rigurosa debido a la necesidad de la teoría de probabilidad como método matemático a utilizar para este análisis. El análisis probabilístico conlleva la manipulación de largas cadenas de desigualdades que se ven complejas y requieren de trucos y experiencia.

El capítulo luego pasa a dar una breve introducción a la probabilidad, sin dar mucha explicación detallada ya que asume que o quien está leyendo sabe suficiente del tema como para entender o que sabe dónde buscar más información en caso de creer necesitarla.

Habla de cómo la teoría de la probabilidad proporciona un marco formal para razonar sobre la posibilidad de diversos eventos. Debido a que es una disciplina formal, hay varias definiciones asociadas, para entender de lo que habla, muestra mediante un experimento, definiéndolo como un procedimiento que brinda un posible set de resultados, utilizando como ejemplo el de dos dados de 6 caras, uno rojo y otro azul, para dar una explicación a estos temas:

- Un conjunto de muestra S siendo el set de los posibles resultados de tirar ambos dados a la vez contiene treinta y seis posibles resultados.
- Un evento E es un subconjunto específico de soluciones de un experimento, en el contexto de los dados puede ser cuantas veces ambas caras suman exactamente 7 u 11.
- La probabilidad de un resultado S denotado por $p(s)$ es un número con 2 propiedades:
 - para cada solución s en un espacio de muestra S , $0 \leq p(s) \leq 1$.

- La suma de probabilidades para cada resultado es 1: $\sum_{s \in S} p(s) = 1$

En caso del ejemplo de los dados, la probabilidad $p(s) = (1/6) \times (1/6) = 1/36$ para todo resultado $s \in S$.

- La probabilidad de un evento E es la suma de probabilidades de los resultados del evento:

$$P(E) = \sum_{s \in E} p(s)$$

- Una variable aleatoria V es una función numérica sobre los resultados de un espacio de probabilidad. En este caso la función “suma de 2 valores de dos dados” ($V((a,b)) = a+b$) produce un entero resultante entre 2 y 12. Esto implica una distribución de los posibles valores de la variable aleatorias. La probabilidad $P(V(s) = 7) = 1/6$, mientras que $P(V(s) = 12) = 1/36$.
- El valor esperado de una variable aleatoria V definida en un espacio de pruebas S , $E(V)$ se define como:

$$E(V) = \sum_{s \in S} p(s) * V(s)$$

Con esta información el capítulo pasa a explicar el tema de eventos compuestos e independencia. Comienza comentando el interés por eventos computarizados complejos que viene de eventos simples A y B de una serie de resultados.

Hay algunos resultados de un conjunto A que no son resultados de un conjunto B específicamente.

bajo esta teoría, se comienzan a ver temas de conjuntos, la unión representada por $A \cup B$ y la intersección representada por $A \cap B$ con los cuales podemos generar operaciones complementarias como $A^c = S - A$ con lo que conseguimos una forma de combinar eventos, y con ello computarizar la probabilidad de cualquiera de estos conjuntos sumando las probabilidades de los resultados en los conjuntos definidos.

Por otra parte los eventos A y B se dice que son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, esto significa que no hay una estructura de resultados compartida entre ambos eventos.

Con esto pasamos a ver la probabilidad condicional, la cual interesa solamente cuando 2 eventos son dependientes entre sí, asumiendo que $P(B) > 0$, la probabilidad condicional de A dada a B $P(A|B)$ se define como $P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$.

El capítulo pasa a hablar de distribución de probabilidad, habla de cómo las variables son funciones numéricas asociadas a probabilidades de ocurrencia cuyos valores se pueden representar por su *función de densidad de probabilidad*, siendo esta un gráfico donde el eje x representa todos los valores aleatorios que puede presentar una variable y el eje y denota la probabilidad de cada valor dado.

Luego, pasa a hablar sobre la media y la varianza, las cuales las define como los dos principales tipos de estadísticas de resumen, las cuales juntas cuentan mucho sobre la probabilidad distributiva o sets de datos:

- Medidores de tendencia central: que capturan el centro en torno al cual se distribuyen las muestras aleatorias o puntos de datos.
- Medición de variación o de variabilidad: describe la dispersión, o sea, que tan lejos pueden estar unas muestras aleatorias o puntos de datos del centro.

La medición central primordial es la media, la cual dada una variable aleatoria V , denotada como $E(V)$ y conocida como el valor esperado, se da mediante la fórmula:

$$E(V) = \sum_{s \in S} V(s)p(s).$$

La medida de variabilidad más común es la *derivación estándar* σ la cual es dada por

$$\sigma = \sqrt{E((V - E(V))^2)}.$$

Pasa al tema de lanzar monedas, el cual se explica como ejemplo de todo lo dicho anteriormente.

Lo siguiente es el tema de entender los problemas de bolas y papeleras, los cuales son problemas clásicos de teoría probabilística. Suponiendo que tenemos X bolas idénticas por lanzar en Y papeleras numeradas aleatoriamente. Nos interesa el resultado de la distribución de las bolas, el capítulo explica la dificultad del ordenamiento de los datos en este tipo de ejercicios y como calcular esa distribución de datos mediante ejemplos de casos que pueden ocurrir en este tipo de ejercicios.

Luego pasa a preguntarse si es el ordenamiento un tipo de algoritmo aleatorio, comenta que aunque se puede analizar en términos de probabilidades no lo convierte en un algoritmo aleatorio, de hecho, es un algoritmo determinista que no requiere de números aleatorios. El capítulo pasa a hablar de diversos tipos de ordenamientos. Los filtros Bloom, la paradoja del cumpleaños junto al ordenamiento perfecto y el ordenamiento minucioso.

Luego habla sobre el emparejamiento de Strings eficiente, dando una descripción de cómo es un algoritmo que compara dos cadenas de caracteres y pasa a dar métodos de cómo hacerlo más eficiente con ordenamiento.

Y el capítulo termina con el tema de donde provienen los números aleatorios. Un algoritmo de números aleatorios usualmente emplea lo esencial para una función de ordenamiento, utiliza una función que ordena un número aleatorio para obtener el siguiente, habla de como sabiendo el valor del número anterior estos algoritmos son totalmente predecibles en cual es el número aleatorio que van a sacar, estos utilizan métodos llamados generador congruente lineal, el cual es usualmente llamado un generador de números pseudo aleatorios y simplemente generan una supuesta idea de aleatoriedad.

- **Ejercicio Prácticos:**

https://colab.research.google.com/drive/1JWkWbdCLRAQMfqtLfo4jOvE41YvClZ_p?usp=sharing

- **Investigación Cadenas de Markov:**

- a. Es un modelo secuencial que determina una cadena de eventos o estados de un componente. El nuevo componente de la cadena es determinado únicamente por el estado del último componente actual. Una de sus variaciones más conocidas es la cadena Markov de Monte Carlo, el cual es principalmente utilizado para distribuciones probabilísticas.
- b. Se puede utilizar para modelos de lenguaje natural para generar texto de uso real. Cada palabra ingresada conformaría un componente de la cadena y dado que el contexto de una oración puede cambiar de caso en caso, para formar una oración coherente de manera artificial se puede utilizar el principio de Markov para generar la siguiente palabra a partir de la última

- c. Se puede implementar un modelo que utilice Markov para predecir los cambios en el precio de una acción en el mercado de bolsa. Se analizan las tendencias pasadas de la acción y se intenta predecir si el precio va a bajar o subir a partir de los valores actuales proporcionados.