Příklad (3.1)
Nechť je $G = (P = \{1, 2\}, A, u)$ hra v normálním tvaru pro dva hráče, kde $A_1 = \{a, b, c\}$ a $A_2 = \{d, e, f\}$ s výplatní funkcí u určenou Tabulkou 1.

	d	e	f
a	$(1, 1)$	$(-1, -1)$	$(0, 0)$
b	$(-1, -1)$	$(1, 1)$	$(0, 0)$
c	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(-1.1, -1.1)$

Tabulka 1: Hra z Příkladu 3.1.

Ukažte, že zde pravděpodobnostní rozdělení p na A s $p(a, d) = p(b, e) = p(c, f) = 1/3$ je hrubým korelovaným ekvilibriem v G (CCE), ale není korelovaným ekvilibriem v G (CE).

Důkaz (CCE)
Předpokládám definici CCE: p je CCE, když $\sum_{a \in A} u_i(a)p(a) \geqslant \sum_{a \in A} u_i(a'_i; a_{-i})p(a)$, $\forall i$, $\forall a'_i \in A_i$. Protože mi přijde jednodušší používat u místo C, když u už máme.

CCE nám vychází (pro oba hráče, protože hra je symetrická):

$$\sum_{a \in A} u_i(a)p(a) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1.1 = \frac{1}{3} \cdot 0.9 = 0.3$$

To je levá strana nerovnosti. Pro pravou stranu si označme $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ pravděpodobnosti, že strategie $a'_i \in A_i$ hraje stav a, b a c (resp. d, e a f). Pak pravou stranu spočítáme

$$\sum_{a \in A} u_i(a'_i, a_{-i})p(a) = \frac{1}{3} (\alpha_1 \cdot 1 + \alpha_2 \cdot (-1) + \alpha_3 \cdot 0) +$$

$$+\frac{1}{3} (\alpha_1 \cdot (-1) + \alpha_2 \cdot 1 + \alpha_3 \cdot 0) + \frac{1}{3} (\alpha_1 \cdot 0 + \alpha_2 \cdot 0 + \alpha_3 \cdot (-1.1)) = -\frac{1.1}{3} p_3.$$

To znamená, že ať zvolíme jakákoliv $0 \leqslant \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leqslant 1$, na pravé straně dostaneme nejvýše 0, tedy méně než 0.3, což splňuje definici CCE. □

Důkaz ($\neg$ CE)
Zvolíme ($i = 1$, ale kromě značení je vše symetrické) $a_i = c$ a $a'_i = a$. Potom kdyby p bylo CE, pak

$$0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + (-1.1) \cdot \frac{1}{3} = \sum_{a_{-i} \in A_{-1}} u_i(a_i; a_{i-1})p(a_i; a_{i-1}) \overset{\text{CE}}{\geqslant}$$

$$\geqslant \sum_{a_{-i} \in A_{-1}} u_i(a'_i; a_{i-1})p(a_i; a_{i-1}) = 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 0 + 0 \cdot \frac{1}{3},$$

ale $-\frac{1.1}{3} \ngeqslant 0$. □

Příklad (3.2)
Nechť je $G = (P = \{1, 2\}, A, u)$ hra v normálním tvaru pro dva hráče, kde $A_1 = \{U, D\}$ a $A_2 = \{L, R\}$ s výplatní funkcí u určenou Tabulkou 2. Určete množinu všech korelovaných ekvilibrií v G.

	L	R
U	$(4,4)$	$(1,5)$
D	$(5,1)$	$(0,0)$

Tabulka 2: Hra z Příkladu 3.2.

Řešení
Hledáme CE, tedy pravděpodobnostní rozložení na $A = A_1 \times A_2$, tedy si pravděpodobnosti označíme (odpovídá Tabulce 2):

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}.$$

Naše p musí splňovat podmínku CE, která je pro

- $a_i = U$, $a_i' = D$:

$$p_{11} \cdot 4 + p_{12} \cdot 1 \geqslant p_{11} \cdot 5 + p_{12} \cdot 0 \implies p_{12} \geqslant p_{11};$$

- $a_i = D$, $a_i' = U$:

$$p_{21} \cdot 5 + p_{22} \cdot 0 \geqslant p_{21} \cdot 4 + p_{22} \cdot 1 \implies p_{21} \geqslant p_{22};$$

- $a_i = L$, $a_i' = R$:

$$p_{11} \cdot 4 + p_{21} \cdot 1 \geqslant p_{11} \cdot 5 + p_{21} \cdot 0 \implies p_{21} \geqslant p_{11};$$

- $a_i = R$, $a_i' = L$:

$$p_{12} \cdot 5 + p_{22} \cdot 0 \geqslant p_{12} \cdot 4 + p_{22} \cdot 1 \implies p_{12} \geqslant p_{22}.$$

Žádné další podmínky na CE nejsou, tedy každá[1] $\max(p_{22}, p_{11}) \leqslant \min(p_{12}, p_{21})$ jsou CE.

1. Ještě jsou p_{ij} pravděpodobnostní rozdělení, tedy $0 \leqslant p_{ij}$ a $\sum_{ij} p_{ij} = 1$.