Příklad (Teoretický příklad 8)
Nechť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel s vlastností, že pro každé přirozené číslo $k > 1$ je $\{a_{nk}\}_{n=1}^{\infty}$ konvergentní posloupnost. Plyne odtud, že $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ musí být konvergentní?

Řešení

Nechť $a_n := \begin{cases} 1 \ \dots \ n \text{ je prvočíslo} \\ 0 \ \dots \ \text{jinak} \end{cases}$ Potom každá posloupnost $\{a_{nk}\}_{n=1}^{\infty}$ má limitu 0, jelikož nejvýše jeden (první) člen bude 1 (protože prvočíslo nemůže být složené z $n, k > 1$) a odstraněním konečného počtu prvků se limita nezmění (bez prvního členu je každá taková posloupnost konstantně 0).

Ale jelikož je prvočísel nekonečně mnoho, tak můžeme z $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ vybrat podposloupnost $\left(\{a_p\}_{p=2,p \text{ prvočíslo}}^{\infty}\right)$, která je konstantně 1, tedy má limitu 1. Ale výše jsme ukázali, že podposloupnosti tvaru $\{a_{kn}\}_{n=1}^{\infty}$ mají limitu 0, tedy z věty o limitě vybrané posloupnosti a jednoznačnosti limit vyplývá, že $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ nemá limitu, tudíž není konvergentní.