

*Příklad (1)*

Na množině [20] mějme následující uspořádání  $\preceq$ : Na číslech od 1 do 10 a na číslech od 11 do 20 se 4 chová jako  $\leq$ , libovolná dvojice  $x, y$  čísel taková, že jedno je větší než 10 a druhé nejvýše rovno 10 je ale neporovnatelná. Kolika způsoby lze toto částečné uspořádání rozšířit na lineární?

┌

*Řešení*

Naším cílem je tedy spočítat možnosti, jak zvolit, kolik z čísel 11-20 bude menších než 1 (pak už bude vzhledem k  $\leq$  definováno, která to budou), kolik bude větších než 1, ale menších než 2, atd. Tedy mezi (v „mezerách“ mezi a za 20 a před 11) čísly 11-20 volíme 10 „zarážek“ (čísla před první zarážkou budou menší než jedna, čísla mezi první a druhou budou mezi 1 a 2, ...). Tedy volíme 10 zarážek z 11 míst (v každém může být i více zarážek), tedy jsou to kombinace s opakováním, tj.

$$C'_{10}{}^{11} = \binom{11 + 10 - 1}{10} = \binom{20}{10} = 184756 \text{ možností.}$$

└

*Příklad (2)*

Kombinatorickou úvahou dokažte rovnost

$$\binom{n}{m} \cdot \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \cdot \binom{n-r}{m-r}.$$

┌

*Řešení*

Výběr nejdříve  $m$  prvků a potom  $r$  z těchto  $m$  prvků je totéž, jako vybrat rovnou těch  $r$  a potom zbytek do  $m$  prvků, který jsme původně „zahodili“ (byli mezi prvně vybranými, ale nebyli mezi  $m$  nejvybranějšími). (V obou případech jsme vybrali 2 disjunktní podmnožiny velikosti  $r$  a  $m - r$  z původních  $n$  prvků.)

└