Příklad (Teoretický příklad 6)
Nechť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost kladných reálných čísel splňující

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = a$$

pro nějaké $a \in \mathbb{R}$. Musí potom platit, že

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = a.$$

Řešení
Nemusí. Nechť $a_n = 2^{\lceil \log n \rceil} a^n$. Potom protože

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^{1+\log n} a^n} \overset{\text{AL}}{=} \left(\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}\right) \cdot \left(\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n}\right) \cdot \left(\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a^n}\right) = 1 \cdot 1 \cdot a = a,$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^{\log n} a^n} \overset{\text{AL}}{=} \left(\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n}\right) \cdot \left(\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a^n}\right) = 1 \cdot a = a,$$

$$2^{1+\log n} a^n \geq 2^{\lceil \log n \rceil} a^n \geq 2^{\log n} a^n,$$

tak $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ podle věty o dvou strážnících. Ale můžeme si všimnout, že pro každé $0 \neq n = 2^k - 1, k \in \mathbb{N}$ je $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 2a$, tedy $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ nemůže být a, pro všechna $a \neq 0$ (dokonce tato limita vůbec nebude existovat). Jestli to pro $a = 0$ platí je ještě na dlouho, ale předmětem příkladu bylo vyvrátit tvrzení pro obecné a.