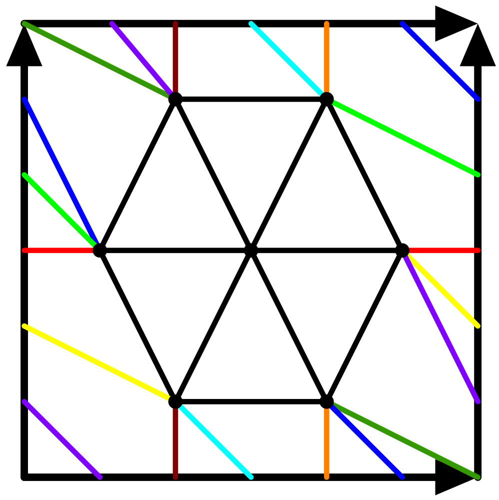
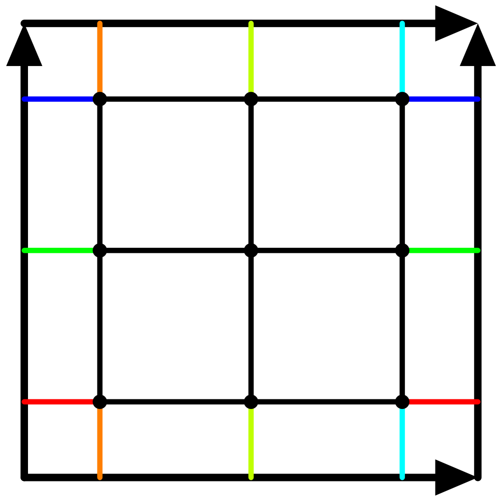
Příklad (1)
Nakreslete na torus K_n pro co největší n.

Řešení
Nakreslíme si torus topologicky jako čtyřúhelník se správně ztotožněnými protějšími stranami. A zkoušíme. Dojdeme např. k:



Příklad (2)
Nakreslete na torus graf, jehož všechny stěny budou ohraničeny čtyřcykly, ale jeho barevnost bude alespoň 3.

Řešení
Víme, že pokud bude graf obsahovat cyklus liché délky, pak jeho barevnost bude alespoň 3. Čtyřcykly ohraničené stěny má například čtvercová mřížka, tedy nakreslíme si torus zase jako čtyřúhelník a vložíme do něj čtvercovou mřížku „liché“ šířky (tj. vodorovná „přímka“ je cyklus liché délky), například:



Příklad (3)
Dokažte větu o 4 barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníku.

Řešení
Na přednášce jsme si ukazovali, jak z Eulerovy věty dokázat, že pro rovinný graf bez trojúhelníků platí $|E| < 2|V| - 4$, tudíž každý rovinný graf bez trojúhelníků obsahuje vrchol stupně menšího $2 \cdot 2 = 4$. Tedy obdobně jako ve větě o 5 barvách pokud vrcholů bude nejvýše 4, tak je obarvení triviální. Jinak odebereme vrchol stupně nejvýše 3, ten, jak už víme existuje, a obarvíme zbytek grafu podle indukčního předpokladu. Následně tento vrchol přidáme, a jelikož měl nejvýše 3 sousedy, tj. 3 sousední barvy, máme alespoň 1 barvu volnou pro tento vrchol.