

1 Cvičení 29.9.2020

Zápočet bude za 2 zápočtové písemky + docházka (připojení se k cvičení / odpověď na mail, alespoň 50%), scan přes mobil např. přes Adobe scan, nebo Clear scanner.

1.1 Rovnice a nerovnice

Příklad

$$\frac{x-2}{2x-8} \geq 1$$

┌
Řešení

$$\frac{x-2-(2x-8)}{2x-8} \geq 0$$
$$\frac{-x+6}{2(x-4)} \geq 0$$

(nulové body 4, 6)

$$x \in (4, 6]$$

└

Příklad

$$|1 - |x - 1|| < 3$$

┌
Řešení

(nulové body 0, 1, 2) 1. $x > 1$

$$|1 - (x - 1)| < 3$$

$$x \in [1, 5)$$

2. $x < 1$

$$|1 + x - 1| < 3$$

$$x \in (-3, 1)$$

Celkově:

$$x \in (-3, 5)$$

└

Příklad

$$\sqrt{2x-1} \geq x$$

┌ *Řešení*

Podmínka: $x \geq \frac{1}{2}$

$$2x - 1 \geq x^2$$

$$0 \geq x^2 - 2x + 1$$

$$0 \geq (x - 1)^2$$

$$x = 1$$

└ Splňuje podmínky

Příklad (x^y)

$$2^x > 3$$

┌ *Řešení* (Aplikuji $\log_2()$ na obě strany)

$$2 > \log_2(3)$$

└

1.2 Samovýpočet

Příklad

$$\frac{x+2}{x+3} > \frac{2x+3}{x+6}$$

┌
Řešení

Podmínky: $x \neq -3 \wedge x \neq -6$ 1. $-6 < x < -3$

$$(x+2)(x+6) < (2x+3)(x+3)$$

$$x^2 + 8x + 12 < 2x^2 + 9x + 9$$

$$0 < x^2 + x - 3$$

Což má kořeny mimo interval $(-6, -3)$ a třeba pro $x = -4$ je nerovnost splněna, tedy je splněna pro všechna $x \in (-6, 6)$

2. $x < -6 \vee x > -3$

$$(x+2)(x+6) > (2x+3)(x+3)$$

$$x^2 + 8x + 12 > 2x^2 + 9x + 9$$

$$0 > x^2 + x - 3$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

A v -1 je nerovnost splněna, tedy je splněna v intervalu $(\frac{-1-\sqrt{13}}{2}, \frac{-1+\sqrt{13}}{2})$

Celkově: $x \in (-6, -3) \cup (\frac{-1-\sqrt{13}}{2}, \frac{-1+\sqrt{13}}{2})$
└

Příklad

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + 2) \geq 0$$

┌
Řešení

Podmínky: $x^2 - 3x + 2 > 0$

$$x^2 - 3x + 2 \leq 1$$

$$x^2 - 3x + 1 \leq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x \in \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}, \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

Podmínky splňuje:

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x \in (-\infty, 1) \cup (2, \infty)$$

Celkově tedy:

$$x \in \left[\frac{3 - \sqrt{5}}{2}, 1 \right) \cup \left(2, \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right]$$

└

Příklad

$$|x - |x + 1|| \leq 2x$$

┌

Řešení

Nulové body (-1)

1. $x \leq -1$

$$|x + x - 1| \leq 2x$$

$$-2x + 1 \leq 2x$$

$$1 \leq 4x$$

Nesplňuje žádné $x \leq -1$

2. $x > -1$

$$|x - x - 1| \leq 2x$$

$$1 \leq 2x$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$

Celkově: $x \geq \frac{1}{2}$

└

Příklad

$$\sin 2x < \cos x$$

┌

Řešení

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x < \cos x$$

1. $\cos > 0$

$$2 \sin x < 1$$

$$\sin x < \frac{1}{2}$$

└ Nedořešeno