1 Úvod

Definice 1.1 (Matice)

Reálná matice typu $m \times n$ je obdélníkové schéma (tabulka) reálných čísel. Prvek na pozici $(i,\ j)$ matice A značíme a_{ij} nebo A_{ij}. A i-tý řádek matice A značíme A_{i*} a j-tý řádek matice A značíme A_{*j}.

Definice 1.2 (Vektor)

Reálný n-rozměrný aritmetický sloupcový vektor (standardní) je matice typu $n \times 1$ a řádkový $1 \times n$.

Definice 1.3 (Soustava lineárních rovnic)

Lineární = neznámé jsou v 1. mocnině.
Soustava = více rovnic.
Rovnice výraz z neznámých (bez absolutního členu) a koeficientů rovný konstantě.

Definice 1.4 (Řešení)

Řešením rozumíme každý vektor hodnot neznámých vyhovující všem rovnicím.

Definice 1.5 (Matice soustavy)

Matice soustavy je matice koeficientů u neznámých.
Rozšířená matice soustavy je matice soustavy „následována“ vektorem hodnot konstant jednotlivých rovnic.

Poznámka (Geometrický význam)
Průsečík n „přímek“ v n rozměrném prostoru

Definice 1.6 (Elementární řádkové úpravy)

- Vynásobení řádku nenulovým reálným číslem.
- Přičtení jednoho řádku k druhému.
- Výměna dvou řádků. (Není elementární, protože jde vytvořit pomocí prvních dvou.)

Tvrzení 1.1

Elementární řádkové operace zachovávají množinu řešení soustavy.

Důkaz

Elementární úpravou neztratíme žádné řešení, protože pokud je x řešením před úpravou, je i po úpravě. A naopak ho lze invertovat, takže žádné řešení ani nepřibude. $\square$

Definice 1.7 (Odsupňovaný tvar matice REF)

Matice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ je v řádkově odstupňovaném tvaru, pokud existuje r takové, že platí: řádky $1, \dots, r$ (tzv. bazické) jsou nenulové (obsahují alespoň 1 nenulový prvek), řádky $r+1, \dots, m$ jsou nulové, a navíc označíme-li jako $p_i = minj; a_{ij} \neq 0$ (tzv. pivot) pozici prvního nenulového prvku v i-tém řádku, tak platí: $p_1 < p_2 < \cdots < p_r$.

Například

Matice, které jsou, a matice, které nejsou.

Definice 1.8 (Hodnost matice)

Počet nenulových řádků po převodu do odstupňovaného tvaru (nebo libovolného s maximálním počtem nulových řádků) značený $\operatorname{rank}(A)$.

Dále jsme dělali Gaussovu eliminaci (nemá řešení ($\operatorname{rank}(A) \neq \operatorname{rank}(A|b)$), má 1 řešení ($\operatorname{rank}(A|b) = n$), má mnoho řešení (pak bazické proměnné vyjádřím pomocí nebazických)).