Příklad (Teoretický příklad 2)
Nalezněte supremum a infimum množiny

$$\left\{\sqrt{n} - \left\lfloor\sqrt{n}\right\rfloor : n \in \mathbb{N}\right\}.$$

Řešení (Infimum)
Infimum je zřejmé, jelikož odčítané číslo je z definice menší rovno druhému, všechny prvky jsou tedy nezáporné a 0 jako hodnota $\sqrt{n} - \lfloor\sqrt{n}\rfloor : n = 1$ je tudíž infimum dané množiny.

Řešení (Supremum)
Všechna čísla v této množině jsou očividně menší než 1, jelikož celá čísla mezi sebou mají interval velikosti 1, dolní celá část tak nemůže být o 1 a více menší než dané reálné číslo. Tvrdím, že 1 je hledaným supremem.

První část definice suprema (všechny prvky množiny jsou menší) jsme dokázali minulým odstavcem. Druhá část říká, že pro každé menší číslo (označme ho $1 - \varepsilon$, $\varepsilon > 0$) existuje prvek množiny větší než toto číslo. Nechť je $\varepsilon \leq 1$, protože jinak můžeme za prvek množiny vybrat i již zmíněnou nulu.

Dosaďme $o^2 - 1$ za n pro nějaké $1 \neq o \in \mathbb{N}$. Potom chceme $\sqrt{o^2-1} - \left\lfloor\sqrt{o^2-1}\right\rfloor > 1 - \varepsilon$, to můžeme (jelikož $o = \left\lfloor\sqrt{o^2-1}\right\rfloor + 1$) přepsat jako $o > \sqrt{o^2-1} > o - \varepsilon$. Nerovnost $o > \sqrt{o^2-1}$ je zřejmá (umocníme na druhou). Druhá nerovnost[a]:

$$o - \varepsilon < \sqrt{o^2-1}$$

$$o^2 - 2o\varepsilon + \varepsilon^2 < o^2 - 1$$
$$\frac{\varepsilon^2+1}{2\varepsilon} < o$$

Pokud za o zvolíme $\left\lceil \frac{\varepsilon^2+1}{2\varepsilon} \right\rceil$, opravdu je

$$\sqrt{o^2-1} - \left\lfloor\sqrt{o^2-1}\right\rfloor > 1 - \varepsilon,$$

takže 1 splňuje definici suprema.

[a] Výrazy jsou nezáporné, tedy je lze umocnit, ε kladné, tedy s ním lze dělit