

Příklad (Teoretický příklad 4)

Dokažte, že z každé prosté posloupnosti přirozených čísel $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ lze vybrat (nekonečnou) rostoucí posloupnost.

┌

Řešení

Za k_1 zvolím 1. $\{a_{k_j}\}_{j=1}^1$ je zřejmě rostoucí. Pokračuji indukcí.

Nechť mám již vybráno k_i a posloupnost $\{a_{k_j}\}_{j=1}^i$ je rostoucí. Z toho, že je podposloupnost prostá, jistě existuje nejvýše a_{k_i} indexů x , pro které a_x nejsou větší než a_{k_i} . Jelikož a_{k_i} je konečné, mohu zvolit $k_{i+1} = \max \{x : a_x \leq a_{k_i}\} + 1$, tedy $a_{k_{i+1}} > a_{k_i}$.

Takto zkonstruovaná posloupnost $\{a_{k_j}\}_{j=1}^{\infty}$ je rostoucí a nekonečná podposloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, tedy ta, kterou hledáme.

└