Příklad (Teoretický příklad 3)
Najděte všechna čísla m splňující

$$(1+m)^n \geq 1+mn, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Řešení
Pro kladná čísla je zřejmě (z binomické věty) $(1+m)^n = 1+n\cdot m+z$, kde z je pro všechna $n \in \mathbb{N}$ nezáporné, tedy $(1+m)^n \geq 1+nm$, tudíž všechna kladná m podmínku splňují.

Nula též, protože $1^n \geq 1$, stejně tak čísla -1, protože $0^n \geq 1-n$, a -2, protože $(-1)^n \geq -1 \geq 1-2n$. -3 už ne, jelikož $(1-3)^5 = -32 < -14 = 1-3\cdot 5$.

Pro záporná čísla stačí zvolit $n=3$ a dokázat, že pro toto n nemůže při m záporném, menším než -3, (označme $k=-m \in \mathbb{N}$) být splněno:

$$(1-k)^3 = 1-3k+3k^2-k^3 \geq 1-3k \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3k^2-k^3 \geq 0 \overset{k\geq 0}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow 3-k \geq 0. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -k \geq -3 \Leftrightarrow m \geq -3$$

Tedy řešením je $m \in \mathbb{N} \cup \{0,-1,-2\}$.