Příklad (rekur)
Zjednodušte popis funkce t (stačí $\Theta(t)$) dané následující rekurencí: $t(n) = t\left(\lceil\sqrt{n}\rceil\right) + c$, pro $n \geq 3$ a kde $t(n) = n$ pro $1 \leq n \leq 2$.

Řešení
Nejprve indukcí dokážeme, že je funkce neklesající. 1. krok: Pro $n = 1, 2$ tvrzení rozhodně platí.

2. krok: Nechť tvrzení platí pro všechna $n \leq k$. Chceme dokázat, že $t(k+1) \geq t(k)$, tedy že

$$t\left(\left\lceil\sqrt{k+1}\right\rceil\right) + c \geq t\left(\left\lceil\sqrt{k}\right\rceil\right) + c,$$

$$t\left(\left\lceil\sqrt{k+1}\right\rceil\right) \geq t\left(\left\lceil\sqrt{k}\right\rceil\right),$$

z indukčního předpokladu (a toho, že $\left\lceil\sqrt{k+1}\right\rceil \leq k, \forall k > 1$) je to totéž jako:

$$\left\lceil\sqrt{k+1}\right\rceil \geq \left\lceil\sqrt{k}\right\rceil,$$

horní celá část je také neklesající a odmocnina též tj. toto platí, když $k+1 \geq k$, což rozhodně je, tudíž t je neklesající.

Nyní dosadíme $n = (\ldots((\overbrace{2^{\,2})^2)\ldots)^2}^{k\text{-krát}} = 2^{2^k}$. Indukcí dokážeme, že $t\left(2^{2^k}\right) = 2 + k \cdot c$:
1. krok: $k = 0 \implies t\left(2^{2^k}\right) = t\left(2^1\right) = t(2) = 2$.

2. krok: Ať $t\left(2^{2^{k-1}}\right) = 2 + (k-1) \cdot c$. Potom

$$t\left(2^{2^k}\right) = t\left(\left\lceil\sqrt{2^{2^k}}\right\rceil\right) + c = t\left(\left\lceil 2^{2^k/2}\right\rceil\right) + c = t\left(\left\lceil 2^{2^{k-1}}\right\rceil\right) + c =$$

$$= t\left(2^{2^{k-1}}\right) + c = 2 + (k-1) \cdot c + c = 2 + k \cdot c.$$

Tedy pro tato konkrétní n je $t(n)$ rovno[a] $2 + \log(\log n) \cdot c$. Ale protože je funkce neklesající, tak pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ je

$$2 + \lfloor\log(\log n)\rfloor \cdot c \leq t(n) \leq 2 + \lceil\log(\log n)\rceil \cdot c,$$

$$2 + (\log(\log n) - 1) \cdot c \leq t(n) \leq 2 + (\log(\log n) + 1) \cdot c.$$

Z čehož je jasně vidět $t(n) = \Theta(\log(\log n))$.

[a] $\log = \log_2$