Věta 0.1 (Hölderova nerovnost)

Nechť $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$ *otevřená* $u \in L^p(\Omega)$ *a* $v \in L^{p'}(\Omega)$, *kde* $p' = \frac{p}{p-1}$. *Potom*

$$\|u \cdot v\|_1 = \int_\Omega |u| \cdot |v| \leqslant \left(\int_\Omega |u|^p \right)^{1/p} \left(|v|^{p'} \right)^{1/p'} = \|u\|_p \cdot \|v\|_{p'}.$$

Věta 0.2 (Poincarého nerovnost)

Pokud $u = 0$ *na* $\partial\Omega$, *potom* $\|u\|_{L^2(\Omega)} \leqslant c \cdot \|\nabla u\|_{L^2(\Omega)}$, *kde* c *je konstanta nezávislá na* u.

Věta 0.3 (Minkowského nerovnost)

Je-li $1 \leqslant p \leqslant \infty$ *a* $f, g \in L^{f,g}$, *potom*

$$\|f + g\|_p \leqslant \|f\|_p + \|g\|_p.$$

Věta 0.4 (O vnořeních)

Ať $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$, $\Omega \in C^{0,1}$ *a* $p \in [1, \infty]$. *Potom*

$p < d$: $W^{1,p}(\Omega) \hookrightarrow L^q(\Omega)$ *pro všechna* $q \leqslant \frac{d \cdot p}{d-p}$;

$p = d$: $W^{1,p}\Omega \hookrightarrow L^q(\Omega)$ *pro všechna* $q < \infty$;

$p > d$: $W^{1,p}\Omega \hookrightarrow C^{0,1-\frac{d}{p}}(\overline{\Omega})$.

Věta 0.5 (Poincarého nervnost 2)

Ať $\Omega \in C^{0,1}$ *a* $p \in [1, \infty]$. *Ať* $\Omega_1, \Omega_2 \subseteq \Omega$, $|\Omega_i| > 0$ *a* $\Gamma_1, \Gamma_2 \subseteq \partial\Omega$, $|\Gamma_i|_{d-1} > 0$. *Buďte* $\alpha_1, \alpha_2 \geqslant 0$, $\beta_1, \beta_2 \geqslant 0$ *a alespoň jedna z* α_i, β_i *je nenulová.*

Potom $c_1, c_2 > 0$ *tak, že* $\forall u \in W^{1,p}(\Omega)$

$$c_1 \|u\|_{1,p}^p \leqslant \|\nabla u\|_p^p + \alpha_1 \int_{\Omega_1} |u|^p + \alpha_2 \left| \int_{\Omega_2} u \right|^p + \beta_1 \int_{\Gamma_1} |u|^p + \beta \left| \int_{\Gamma_2} u \right|^p \leqslant c_2 \|u\|_{1,p}^p.$$

Věta 0.6 (Grönwallovo lemma)

Buď I *interval tvaru* $[a, \infty)$, $[a, b]$ *nebo* $[a, b)$, *kde* $a < b$. *Buď* β *a* u *reálné spojité funkce definované na* I. *Pokud* u *je diferencovatelné na* $\int I$ *a splňuje* $u'(t) \leqslant \beta(t) u(t)$ *pro* $t \in \int I$, *potom* u *je omezená řešením* $v'(t) = \beta(t) \cdot v(t)$, *tedy* $u(t) \leqslant u(a) \cdot \exp\left(\int_a^t \beta(s) ds \right)$ *pro všechna* $t \in I$.

Věta 0.7 (Youngova nerovnost)

Je-li $a, b \geqslant 0$, $p, q > 1$ $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, *potom* $a \cdot b \leqslant \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$.