

*Příklad (3.1)*

Nechť je  $G = (P = \{1, 2\}, A, u)$  hra v normálním tvaru pro dva hráče, kde  $A_1 = \{a, b, c\}$  a  $A_2 = \{d, e, f\}$  s výplatní funkcí  $u$  určenou Tabulkou 1.

	$d$	$e$	$f$
$a$	$(1, 1)$	$(-1, -1)$	$(0, 0)$
$b$	$(-1, -1)$	$(1, 1)$	$(0, 0)$
$c$	$(0, 0)$	$(0, 0)$	$(-1.1, -1.1)$

Tabulka 1: Hra z Příkladu 3.1.

Ukažte, že zde pravděpodobnostní rozdělení  $p$  na  $A$  s  $p(a, d) = p(b, e) = p(c, f) = 1/3$  je hrubým korelovaným ekvilibriem v  $G$  (CCE), ale není korelovaným ekvilibriem v  $G$  (CE).

┌

*Důkaz (CCE)*

Předpokládám definici CCE:  $p$  je CCE, když  $\sum_{a \in A} u_i(a)p(a) \geq \sum_{a \in A} u_i(a'_i; a_{-i})p(a)$ ,  $\forall i$ ,  $\forall a'_i \in A_i$ . Protože mi přijde jednodušší používat  $u$  místo  $C$ , když  $u$  už máme (navíc pokud se nepletu,  $C$  by neobsahovalo tolik nul).

CCE nám vychází (pro oba hráče, protože hra je symetrická):

$$\sum_{a \in A} u_i(a)p(a) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1.1 = \frac{1}{3} \cdot 0.9 = 0.3$$

To je levá strana nerovnosti. Pro pravou stranu si označme  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  pravděpodobnosti, že strategie  $a'_i \in A_i$  hraje stav  $a, b$  a  $c$  (resp.  $d, e$  a  $f$ ). Pak pravou stranu spočítáme

$$\begin{aligned} \sum_{a \in A} u_i(a'_i, a_{-i})p(a) &= \frac{1}{3} (\alpha_1 \cdot 1 + \alpha_2 \cdot (-1) + \alpha_3 \cdot 0) + \\ &+ \frac{1}{3} (\alpha_1 \cdot (-1) + \alpha_2 \cdot 1 + \alpha_3 \cdot 0) + \frac{1}{3} (\alpha_1 \cdot 0 + \alpha_2 \cdot 0 + \alpha_3 \cdot (-1.1)) = -\frac{1.1}{3} p_3. \end{aligned}$$

To znamená, že ať zvolíme jakákoliv  $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leq 1$ , na pravé straně dostaneme nejvýše 0, tedy méně než 0.3, což splňuje definici CCE.  $\square$

┌

*Důkaz ( $\neg$  CE)*

Zvolíme ( $i = 1$ , ale kromě značení je vše symetrické)  $a_i = c$  a  $a'_i = a$ . Potom kdyby  $p$  bylo CE, pak

$$\begin{aligned} 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + (-1.1) \cdot \frac{1}{3} &= \sum_{a_{-i} \in A_{-1}} u_i(a_i; a_{i-1})p(a_i; a_{i-1}) \stackrel{\text{CE}}{\geq} \\ &\geq \sum_{a_{-i} \in A_{-1}} u_i(a'_i; a_{i-1})p(a_i; a_{i-1}) = 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 0 + 0 \cdot \frac{1}{3}, \end{aligned}$$

ale  $-\frac{1.1}{3} \not\geq 0$ .  $\square$

┌

*Příklad (3.2)*