



## Devoir 2

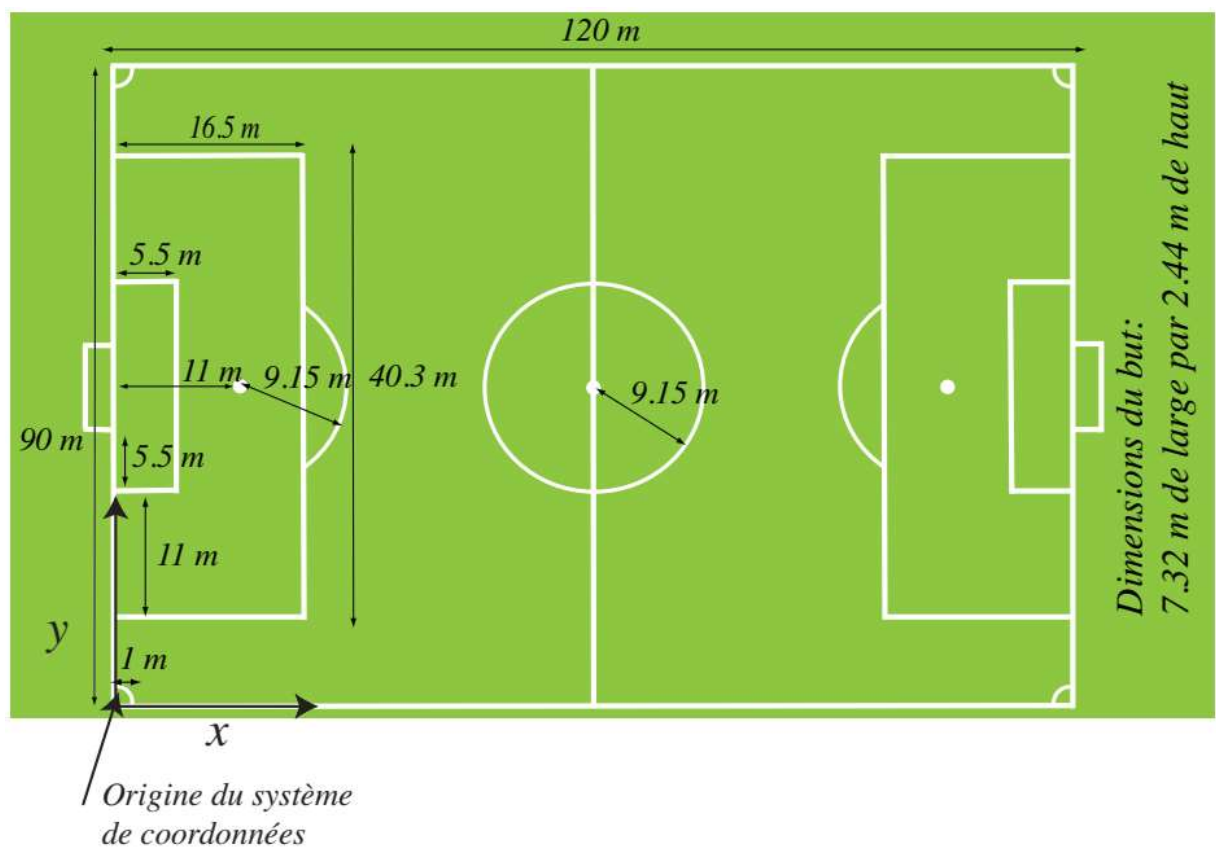
Date de distribution : 4 octobre 2021

Date de remise : 25 octobre 2021

### Coup de pied de coin au soccer

Le devoir consiste à simuler un tir de coup de pied de coin (un corner) dans un jeu de soccer. Le ballon est de forme sphérique, de masse  $m_b = 450 \text{ g}$  et de rayon  $R_b = 11 \text{ cm}$ . Les dimensions du terrain sont décrites dans la figure 1.

Le système d'axes  $oxyz$  a comme origine le coin inférieur gauche du terrain tel que montré sur la figure 1. Le plan du terrain est confondu avec le plan  $z = 0$  où l'axe  $oz$  est sortant de la page. L'axe  $ox$  est dans la direction de la longueur, et l'axe  $oy$ , dans la direction de la largeur du terrain.



**Figure 1:** Dimensions d'un terrain de soccer.

Il s'agit dans ce devoir, de tracer la trajectoire du ballon à partir de son point de départ jusqu'à ce qu'il rentre dans le but, touche le sol, touche un des montants du but ou sorte du terrain. Il faut aussi déterminer si un but a été marqué.

Les deux buts ont une largeur de 7.32 m et une hauteur de 2.44 m et sont situés de façon symétrique dans les plans  $x = 0$  et  $x = 120$  m sur les lignes gauche et droite délimitant le terrain. On considérera que les montants des buts (deux barres latérales et une barre transversale) ont une largeur nulle et que le ballon ne doit pas les toucher pour marquer un but.

La simulation s'arrête dès qu'une des situations suivantes se produit :

1. Le ballon entre dans le but (position du centre de masse en  $x < 0$  ou  $x > 120$  m entre les barres latérales et sous la barre transversale sans les toucher et sans toucher le sol. Un but est alors accordé.
2. Le ballon touche le sol. Le coup est un échec.
3. Le ballon touche un des montants du but. Le coup est un échec.
4. Le ballon sort du terrain sans rentrer dans les buts. Le coup est un échec.

Les forces qui s'appliquent sur le ballon durant son vol sont : la force gravitationnelle, la force de frottement visqueux de l'air et la force de Magnus.

- La force de gravitation est représentée par  $\vec{F}_g = (0; 0; -m_b g)^T$  avec  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .
- La force de frottement visqueux est donnée par :

$$\vec{F}_{vis} = -A\rho C_{vis} \vec{v}$$

avec:  $A = \pi R_b^2$  est l'aire effective du ballon.

$\vec{v}$  est la vitesse du centre de masse du ballon.

$\rho = 1.2754 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de l'air.

$C_{vis}$  est le coefficient de traînée visqueuse donné par :

$$C_{vis} = \begin{cases} 0.235 |\vec{v}| & \text{si } Re < 100000 \\ 0.235 |\vec{v}| - 0.125 |\vec{v}| \left( \frac{Re - 100000}{35000} \right) & \text{si } 100000 < Re < 135000 \\ 0.110 |\vec{v}| & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $Re$  le nombre de Reynolds donné par :

$$Re = \frac{\rho |\vec{v}| R_b}{\mu}$$

où  $\mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$  est la viscosité de l'air.

- La force de Magnus est donnée par :

$$\vec{F}_M(\vec{v}, \vec{\omega}) = \rho C_M A |\vec{v}|^2 \frac{\vec{\omega} \times \vec{v}}{|\vec{\omega} \times \vec{v}|}$$

où  $\rho$ ,  $A$  et  $\vec{v}$  sont définis ci-dessus,  $\vec{\omega}$  est la vitesse angulaire du ballon et  $C_M$  est le coefficient de Magnus donné par :

$$C_M = 0.1925 \left( \frac{|\vec{\omega}| R_b}{|\vec{v}|} \right)^{1/4}$$

On considère qu'il n'y a aucune circulation d'air sur le terrain.

### But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab ou Octave qui permet de tracer la trajectoire du ballon pour les situations décrites ci-dessous. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit :

```
[coup Vbf t x y z]=Devoir2(xy0,Vb0,Wb0)
```

Les données d'entrée pour cette fonction sont :

- $xy0$  est un vecteur de deux éléments contenant respectivement les positions en  $x$  et en  $y$  (en mètre) du centre de masse du ballon. La position  $z$  est égale à  $R_b$ .
- $Vb0$  est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse linéaire initiale du centre de masse du ballon (en m/s).
- $Wb0$  est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse angulaire du ballon (en m/s). On considérera que celle-ci reste constante durant le déplacement du ballon.

Les résultats produits par cette fonction Matlab (ou Octave) sont :

- $coup$  prend les valeurs suivantes :
  - $Coup=0$  si un but est marqué
  - $Coup=1$  si le ballon atterrit sur le terrain
  - $Coup=2$  si le ballon sort du terrain sans marquer de but.
  - $Coup=3$  si le ballon touche un des montants des buts.
- $Vbf$  est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse linéaire du centre de masse du ballon (en m/s) lorsque la simulation est terminée.
- $t$  vecteur contenant le temps correspondant à chacune des positions enregistrées pour le tracé de la trajectoire. La dernière valeur doit être l'instant d'arrêt de la simulation. Le nombre d'instants utilisés pour tracer la trajectoire doit être compris entre 100 et 1000.
- $x$  vecteur contenant les positions en  $x$  du centre de masse du ballon enregistrées pour le tracé de la trajectoire.

- $y$  vecteur contenant les positions en  $y$  du centre de masse du ballon enregistrées pour le tracé de la trajectoire.
- $z$  vecteur contenant les positions en  $z$  du centre de masse du ballon enregistrées pour le tracé de la trajectoire. La première valeur doit être égale à  $R_b$ .

### Simulations requises

Les conditions initiales du ballon pour les tirs à simuler et à analyser sont données dans le tableau 1. La précision requise pour les simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions du ballon en  $x$ ,  $y$  et  $z$  de  $\pm 1$  mm. Des graphiques illustrant la trajectoire du ballon pour ces quatre simulations sont requis (voir un exemple à la figure 2). Un fichier nommé "RouleDevoir2.m" sera disponible sous peu pour vous permettre de tracer les trajectoires.

Pour le quatrième tir, vous devez trouver une combinaison des vitesses linéaire et angulaire qui permet de marquer un but du côté gauche à partir de la position initiale donnée dans le tableau.

Tableau 1 : conditions initiales des simulations de tir.

Tirs	$xy_0$ (m)	$V_{b0}$ (m/s <sup>2</sup> )	$W_{b0}$ (rad/s)
1	[0.2 ; 89.8]	[5.3 ; -21.0 ; 16.5]	[0 ; 0 ; 6.3]
2	[0.2 ; 89.8]	[5.3 ; -21.0 ; 16.5]	[0 ; -5 ; -6.3]
3	[0.2 ; 89.8]	[5.3 ; -21.0 ; 16.5]	[0 ; 0 ; -6.3]
4	[0 ; 1]	À déterminer	À déterminer

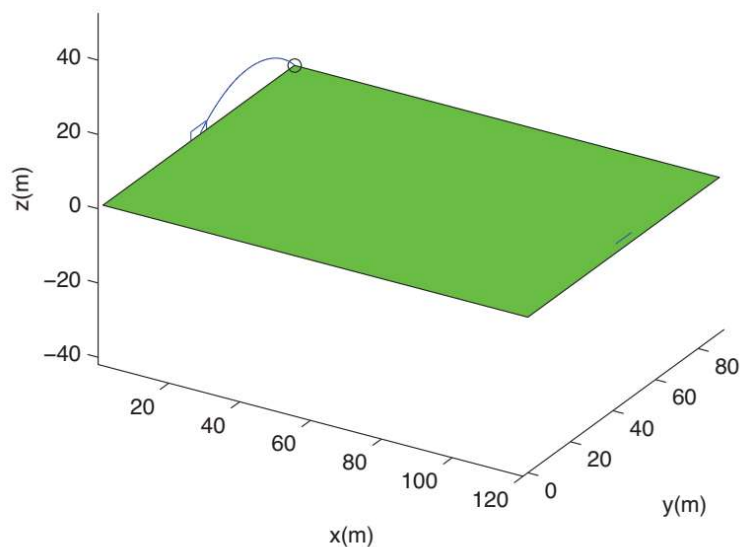


Figure 2 : exemple de trajectoire simulée.