



Devoir 3

Date de distribution : 25 octobre 2021

Date de remise : 22 novembre 2021

Jeu de billard français (carambole)

Le jeu de billard français est similaire au billard américain à la différence que la table ne possède pas de trous. Il se joue avec trois billes de couleurs différentes (généralement une rouge, une jaune et une blanche). Pour gagner un point, la bille frappée par le joueur doit percuter successivement les deux autres billes.

Les trois billes sont sous forme de sphères pleines, de masse $m = 210$ g et de rayon $R = 3.1$ cm. Les dimensions de la table sur laquelle se déplacent les billes sont données sur la figure 1. Les bords de la table sur lesquels rebondissent les billes sont verticaux de hauteur supérieure au rayon des billes.

Le système d'axes $oxyz$ a comme origine le coin du tapis tel que montré sur la figure 1. Le plan du tapis est confondu avec le plan $z = 0$ où l'axe oz est sortant de la page.

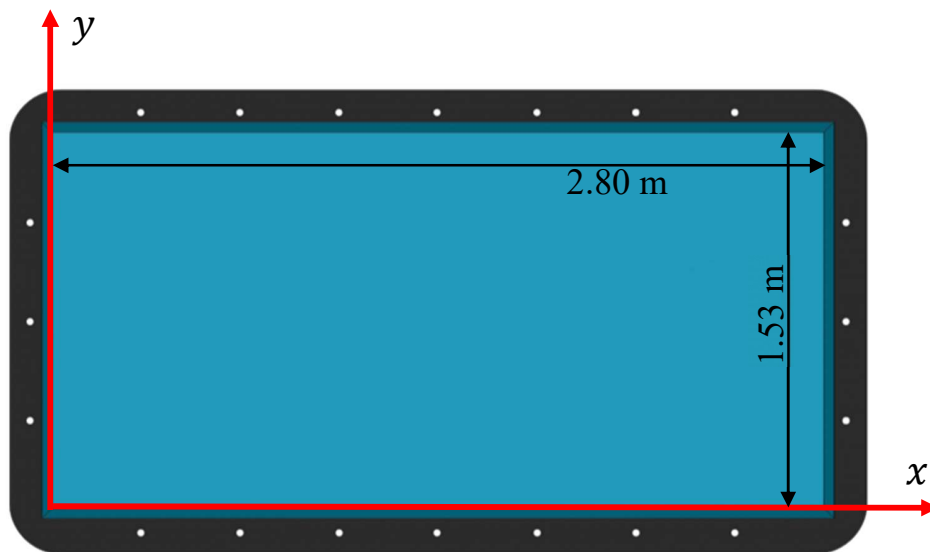


Figure 1: Dimensions d'une table de billard français.

Il s'agit dans ce devoir, de tracer les trajectoires des billes qui se mettent en mouvement. Le joueur frappe la bille blanche avec une queue afin de percuter les billes rouge et jaune (l'ordre n'est pas

important). Durant leurs parcours, les billes peuvent rebondir sur le bord de la table une ou plusieurs fois, entrer en collision avec une autre bille ou s'arrêter. Après chaque collision, les vitesses linéaire et angulaire des billes concernées doivent être calculées afin de poursuivre la simulation. Pour cela, on utilisera la méthode des conditions initiales. La simulation se termine lorsque la bille blanche s'arrête même si les autres billes sont encore en mouvement. Il faut aussi déterminer les instants où la bille blanche passe d'un mouvement de roulement avec glissement vers un mouvement de roulement sans glissement.

On prendra l'origine du temps l'instant où la queue frappe la bille blanche. A cet instant, la bille blanche part avec une vitesse linéaire horizontale donnée par ces deux composantes $\vec{v}_0 = (v_{x,0}, v_{y,0}, 0)^T$. Sa vitesse angulaire initiale est nulle. Les billes jaune et rouge sont initialement immobiles.

Durant leurs mouvements, les forces que subissent les billes sont :

- La force de gravité
- La normale de la table
- La force de roulement avec $\mu_r = 0.03$ si la bille roule sans glisser.
- La force de frottement de glissement avec $\mu_c = 0.3$ (coefficient de frottement cinétique) si la bille glisse. Dans ce cas, on néglige la force due au roulement.

Pour simplifier le traitement de ce problème, on néglige la force de frottement visqueux de l'air. Durant les collisions bille-bille ou bille-bord, on négligera les frottements entre les billes et le tapis ainsi que toute impulsion verticale subie par les billes (cela revient à considérer que celles-ci restent tout le temps en contact avec le tapis même si parfois elles peuvent sautiller durant le choc).

Le coefficient de frottement cinétique entre la bille et le bord de la table est égal à μ_c (le bord et le tapis sont recouverts par le même tissu) alors que le coefficient de frottement statique est $\mu_s = 0.4$. Les coefficients de frottement statique et cinétique entre deux billes sont respectivement : $\mu_{sb} = 0.15$ et $\mu_{cb} = 0.1$. Les coefficients de restitution sont $\epsilon = 0.8$ lors de la collision bille-bord et $\epsilon_b = 0.9$ lors de la collision bille-bille.

But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab ou Octave qui permet de tracer la trajectoire à deux dimensions de la bille blanche. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit :

```
[coll tr t xb yb xr yr xj yj]=Devoir3(xyb, xyr, xyj, Vb0)
```

Les données d'entrée pour cette fonction sont :

- \mathbf{xyb} est un vecteur de deux éléments contenant respectivement les positions en x et en y

(en mètre) du centre de masse de la bille blanche à l'instant initial.

- x_{yr} est un vecteur de deux éléments contenant respectivement les positions en x et en y (en mètre) du centre de masse de la bille rouge à l'instant initial.
- x_{yj} est un vecteur de deux éléments contenant respectivement les positions en x et en y (en mètre) du centre de masse de la bille jaune à l'instant initial.
- v_{b0} est un vecteur contenant les deux composantes en x et en y du vecteur vitesse linéaire initiale du centre de masse de la bille blanche (en m/s).

Les résultats produits par cette fonction Matlab (ou Octave) sont :

- `coll` donne le nombre de billes touchées par la blanche avant de s'arrêter. Cette variable prend donc les valeurs suivantes :
 - `coll=0` si aucune bille n'est touchée par la blanche.
 - `Coll=1` si la bille rouge ou la bille jaune est touchée par la blanche.
 - `Coll=2` si la bille rouge et la bille jaune sont toutes les deux touchées par la blanche. Dans ce cas, le joueur marque un point.
- `tr` vecteur contenant les instants correspondants aux différentes transitions roulement avec glissement à roulement sans glissement de la bille blanche. Cette transition peut se produire plusieurs fois car après chaque collision, la bille blanche peut se remettre à glisser.
- `t` vecteur contenant le temps correspondant à chacune des positions enregistrées pour le tracé des trajectoires des billes. La dernière valeur doit être l'instant d'arrêt de la simulation (arrêt de la bille blanche). Le nombre d'instants utilisés pour tracer la trajectoire doit être compris entre 100 et 1000.
- `xb`, `xr` et `xj` vecteurs contenant les positions en x des centres de masse des billes blanche, rouge et jaune respectivement enregistrées pour le tracé de leurs trajectoires.
- `yb`, `yr` et `yj` vecteurs contenant les positions en y des centres de masse des billes blanche, rouge et jaune respectivement enregistrées pour le tracé de leurs trajectoires.

Simulations requises

Les conditions initiales des tirs à simuler et à analyser sont données dans le tableau 1. La précision requise pour les simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions du ballon en x , y et z de ± 1 mm. Des graphiques (2D) illustrant la trajectoire des trois billes pour ces quatre simulations sont requis. Un fichier nommé "RouleDevoir3.m" sera disponible sous peu pour vous permettre de tracer les trajectoires. En attendant, vous pouvez vous créer votre propre fichier pour faire rouler votre programme.

Pour le quatrième tir, vous devez trouver une vitesse initiale de la bille blanche qui permet au joueur de marquer un point à partir des positions initiales des trois billes données dans le tableau.

Tableau 1 : conditions initiales des simulations de tir.

Tirs	xyb (m)	xyr (m)	xyj (m)	$Vb0$ (m/s)
1	[0.5 ; 0.3]	[1.5 ; 1.1]	[1.45 ; 1.31]	[1.7 ; 0.5]
2	[0.5 ; 0.3]	[1.5 ; 1.1]	[1.45 ; 1.31]	[1.5074 ; 1,3145]
3	[0.5 ; 0.3]	[1.5 ; 1.1]	[1.45 ; 1.31]	[0.4 ; 0,3]
4	[0.2 ; 0.2]	[1.5 ; 1.1]	[1.45 ; 1.31]	À déterminer