

(Total: 24.5 / 25)

Rapport: 19.5 / 20  
code: 5/5

POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL

LE GÉNIE  
EN PREMIÈRE CLASSE



Tbien

**PHS4700**  
**Physique pour les applications multimédia**

**Numéro du groupe : 02**

**Numéro de l'équipe: 1**

**Numéro du devoir: 4**

Nom: Islam	Prénom: Mohammed Ariful	matricule: 1950221
signature: <i>M. Ariful</i>		
Nom: Bakkouri	Prénom: Ismail	matricule: 1954157
signature: <i>Ismail</i>		
Nom: Maliha	Prénom: John	matricule: 1984959
signature: <i>johnmaliha</i>		
Nom: Esse	Prénom: Dawut	matricule: 1956802
signature: <i>DD</i>		

## I) Introduction

OK

Le but de ce devoir est de réaliser un programme capable de reconstituer l'image d'une paille multicolore. La paille est composée de cinq sections chacune d'une couleur (bleu, vert, magenta, orange et rouge). Nous avons écrit une fonction matlab capable de calculer la réfraction, réflexion permettant de dessiner l'image de la paille telle que perçue par un observateur se trouvant à la position initiale  $\vec{r}_0$ . Nous devons calculer et générer l'image virtuelle telle que vue par l'observateur. Pour faire cela, nous devons générer des rayons qui partent de l'observateur et atteignent la paille, ensuite, il faut simuler l'interaction de ses rayons dans l'environnement tant la réflexion que la réfraction. Nous utiliserons donc la méthode des rayons de réfraction pour détecter l'objet dans l'espace, puis les lois de la réfraction telles que les lois de Snell -Descarte pour faire dévier les rayons de leur trajectoire quand des changements de milieux auront lieu. Aussi, la fonction matlab prendra en paramètres  $r_{obs}$  qui représente la positions initiales de l'observateur (position initiale  $\vec{r}_0$ ),  $xyp$ , un vecteur qui représente les positions en x et en y du centre de masse et la valeur en z est toujours  $H_p / 2$  ou  $H_p$  représente la hauteur de la paille, ensuite, le dernier paramètres de la fonction est  $H_e$  qui représente la hauteur de l'eau dans le verre.

## II) Théorie et équations

5.5/6

Angles polaire et  
azimutal ?

### Méthode des rayons

Afin de reconstituer l'image de la paille, nous avons utilisé la méthode des rayons. Cette méthode consiste à envoyer des rayons dans toutes les directions à partir de la position de l'observateur et identifier les intersections avec les objets. Lorsqu'un rayon intersecte un objet, le rayon est soit réfléchi ou réfracté. On arrête le rayon lorsque celui aura été réfléchi ou réfracté dix fois ou elle aura atteint la paille. Par la suite, on peut déterminer la position de la paille telle que vue par l'observateur, en calculant la distance totale parcourue par le rayon depuis son point de départ. Pour détecter une collision avec le rayon, l'eau et la paille seront représentées par des cylindres et des disques.

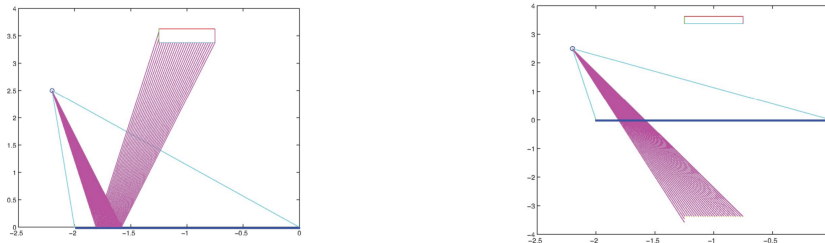


Figure 0: la méthode des rayons.

### Intersection rayon lumineux - cylindre

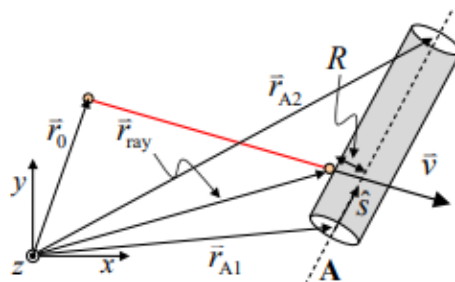


Figure 1: Intersection d'un rayon avec un tube © 2021 Simon Vézina [1]

Pour déterminer si un rayon intersection un cylindre, il suffit de résoudre une équation quadratique et trouver un instant positif et réel où le rayon croisé un cylindre infini.

Le rayon sera représenté par

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$

où  $\vec{r}_0$  est le point de départ du rayon et  $\vec{v}$  est l'orientation du rayon.

Il faudra alors résoudre l'équation suivante :

$$At^2 + Bt + C = 0$$

tel que  $A = \vec{v}_A \cdot \vec{v}_A$ ,  $B = 2\vec{r}_{A0} \cdot \vec{v}_A$  et  $C = \vec{r}_{A0} \cdot \vec{r}_{A0} - R^2$

où  $\hat{s} = \frac{\vec{r}_{A2} - \vec{r}_{A1}}{|\vec{r}_{A2} - \vec{r}_{A1}|}$ ,  $\vec{r}_{A0} = \hat{s} \times (\vec{r}_0 - \vec{r}_{A1}) \times \hat{s}$ ,  $\vec{v}_A = (\hat{s} \times \vec{v} \times \hat{s})$

avec<sup>4</sup>  $\vec{r}_0$  : Origine du rayon (position d'émission du rayon).

$\vec{v}$  : Orientation du rayon ( $\|\vec{v}\| = 1$ , vecteur unitaire).

$\vec{r}_{A1}$  : Position de l'extrémité 1 du tube.

$\vec{r}_{A2}$  : Position de l'extrémité 2 du tube.

$R$  : Rayon du tube.

Figure 2: Équation pour la détection d'intersection d'un rayon avec un tube © 2021 Simon Vézina [1]

Par la suite, il faudra s'assurer que le rayon se trouve entre les extrémités du cylindre. C'est-à-dire, la coordonnée en z du point d'intersection, doit être plus grande que la position de la base du cylindre et plus petite que la position de la hauteur du cylindre. Ainsi, on sait si un rayon croise les surfaces latérales de la paille ou l'eau. Nous avons effectué des tests pour vérifier que ceci est bien fait tel qu'on peut le voir à la figure 3 et 4.

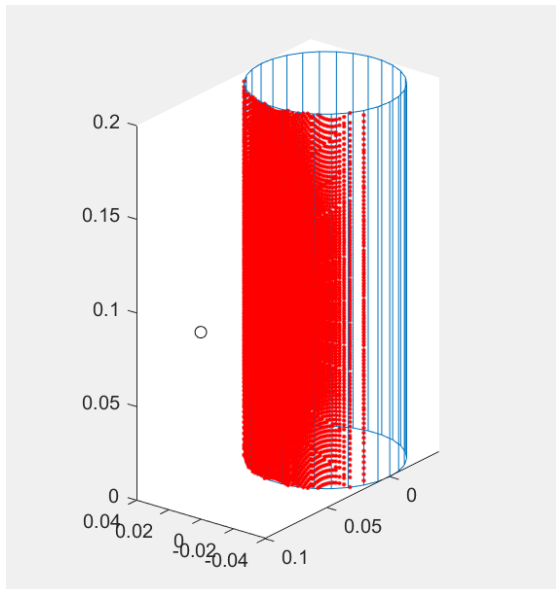


Figure 3: Vue de côté de la détection d'intersection entre un rayon et un cylindre

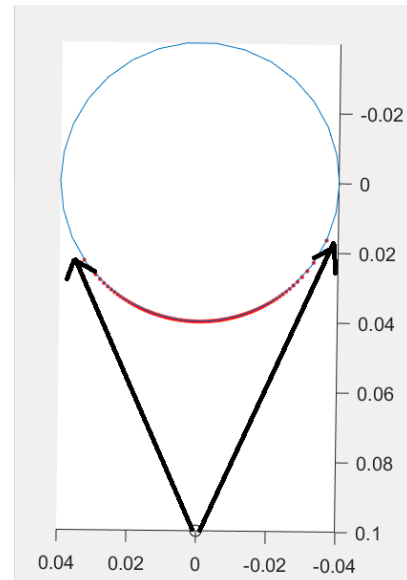


Figure 4: Vue de haut de la détection d'intersection entre un rayon et un cylindre

## Intersection rayon lumineux - disque

Pour détecter une intersection entre un rayon et un disque qui forme soit l'eau ou la paille, nous avons d'abord identifier si le rayon intersecte le plan où se trouve le disque. Pour y parvenir, on utilise la notation vectorielle d'un plan et d'une ligne et on cherche un instant positif et réel où le rayon croise le plan.

Un plan est représenté par

$$(\vec{r} - \vec{r}_p) \cdot \vec{n} = 0$$

où  $\vec{r}_p$  est un point de référence sur le plan et  $\vec{n}$  est la normale à la surface du plan.

Le rayon sera représenté par

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$

où  $\vec{r}_0$  est le point de départ du rayon et  $\vec{v}$  est l'orientation du rayon.

On doit donc résoudre la formule suivante pour déterminer s'il y a intersection

$$t = \frac{\vec{n} \cdot (\vec{r}_p - \vec{r}_0)}{\vec{n} \cdot \vec{v}}$$

Finalement, on vérifie si la position d'intersection avec le plan est comprise dans le rayon du disque avec la formule suivante:

$$x^2 + y^2 \leq R^2$$

Ainsi, on sait si un rayon croise un des bases de la paille et de l'eau. Nous avons effectué des tests pour vérifier que ceci est bien fait tel qu'on peut le voir à la figure 5.

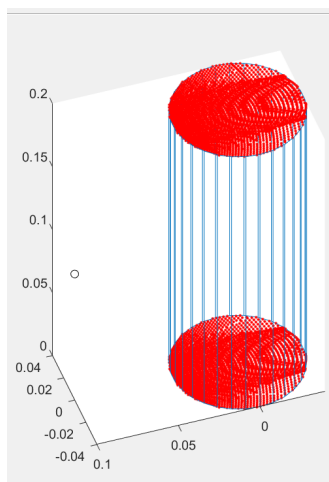


Figure 5: Détection d'intersection entre un rayon et un disque

## Réflexion et réfraction

Une fois qu'on détecte qu'un rayon intersecte un objet, on doit déterminer si le rayon sera réfléchi ou réfracté. Si le rayon passe de l'eau à l'air et l'angle du rayon est plus grand que  $\arcsin(\frac{n_{air}}{n_{eau}})$ , alors le rayon sera complètement réfléchi. Le rayon sera réfracté pour toutes les autres situations.

Pour la réflexion, il faut trouver la direction du rayon incident. Pour ce faire, on peut utiliser les formules suivantes.

$$\vec{j} = \frac{\vec{u}_i \times \vec{i}}{|\vec{u}_i \times \vec{i}|}$$
$$\vec{k} = \vec{i} \times \vec{j}$$

Figure 6: Équations pour le plan d'incidence et le plan de réflexion

$$\vec{u}_r = \vec{u}_i - 2\vec{i}(\vec{u}_i \cdot \vec{i})$$
$$= \vec{i}\sqrt{1 - s_i^2} + \vec{k}s_i$$
$$s_i = \vec{k} \cdot \vec{u}_i = \sin\theta_i$$

Figure 6: Équations pour la direction du rayon incident

où  $\vec{i}$  est la normale unitaire sortante à la surface ou point d'intersection et  $\vec{u}_i$  représente la direction initiale du rayon.

Grâce à ces formules le rayon sera réfléchi de façon symétrique par rapport au plan d'incidence contenant le point d'intersection.

Pour la réfraction, la direction de la lumière après réfraction sera donné à l'aide du sinus de l'angle d'incidence  $s_i$  et le sinus de l'angle de réfraction  $s_t$ .

$$s_i = \sin(\theta_i) = \vec{u}_i \cdot \vec{k}$$

Figure 7: Équation du sinus de l'angle d'incidence

$$s_t = \sin \theta_t = \left( \frac{n_i}{n_t} s_i \right) = \left( \frac{n_i}{n_t} \vec{u}_i \cdot \vec{k} \right)$$

Figure 8: Équation du sinus de l'angle de réfraction

$$\vec{u}_t = -\vec{i} \sqrt{1 - s_t^2} + \vec{k} s_t$$

Figure 9: Équation de la direction de la lumière après réfraction

Les formules définies ci-dessus prennent en considération les indices de réfraction afin de déterminer les angles de réfractions. De plus, lorsque le rayon passe de l'air à l'eau, les angles du rayon réfracté se trouvent entre 0 et  $\arcsin\left(\frac{n_{air}}{n_{eau}}\right)$ . Lorsque le rayon passe de l'eau à l'air, les angles du rayon réfracté se trouvent entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$  à moins que celui-ci soit complètement réfléchi tel que mentionné ci-haut.

### III) Analyse des résultats 10/10

Suite à la programmation du logiciel, les simulations suivantes ont été exécutées:

Simulation	$\vec{r}_0$	$xyp$	$h_e$
1	(0, 0.1, 0.1)	(0.02, 0.01)	0.15
2	(0.1, 0, 0.1)	(0.02, 0.01)	0.15
3	(0.1, 0, 0.3)	(0.02, 0.01)	0.2
4	(0.1, 0, -0.1)	(0, 0)	0.2

Nous avons que  $\vec{r}_0$  est la position de l'observateur,  $xyp$  est la position de la paille et  $h_e$  est la hauteur de l'eau du récipient.

## Première simulation

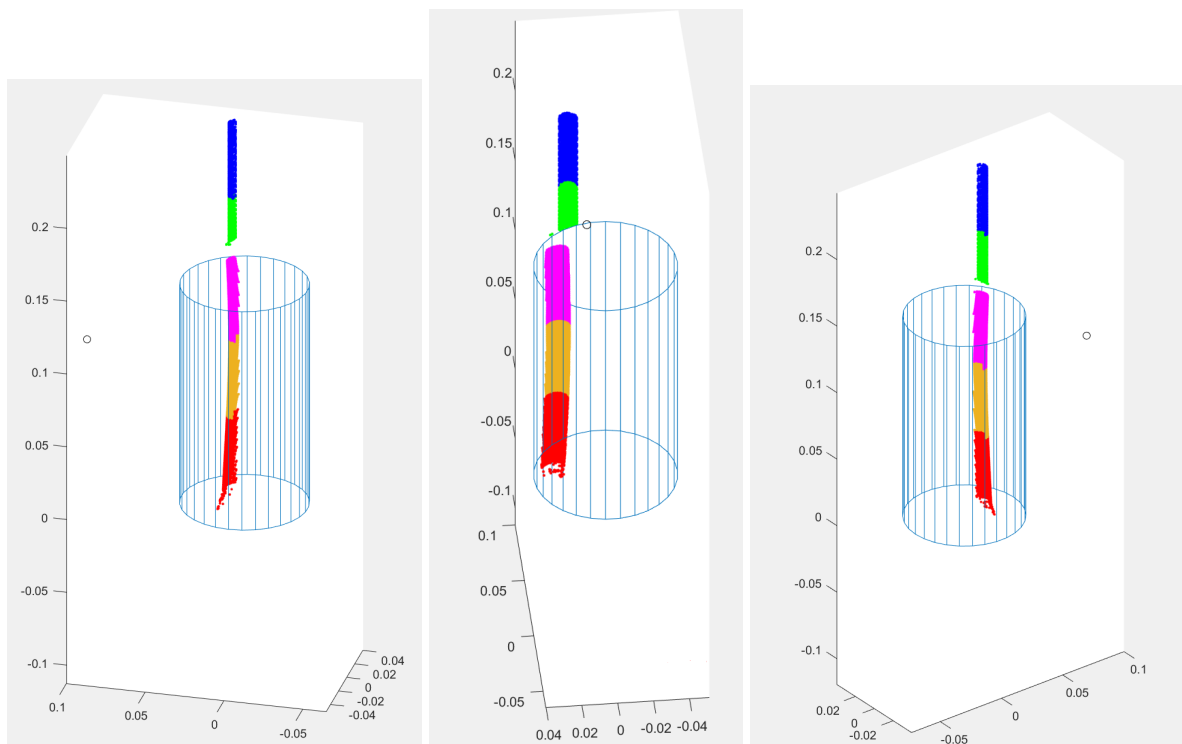


Figure 10: Résultat de la première simulation

## Deuxième simulation

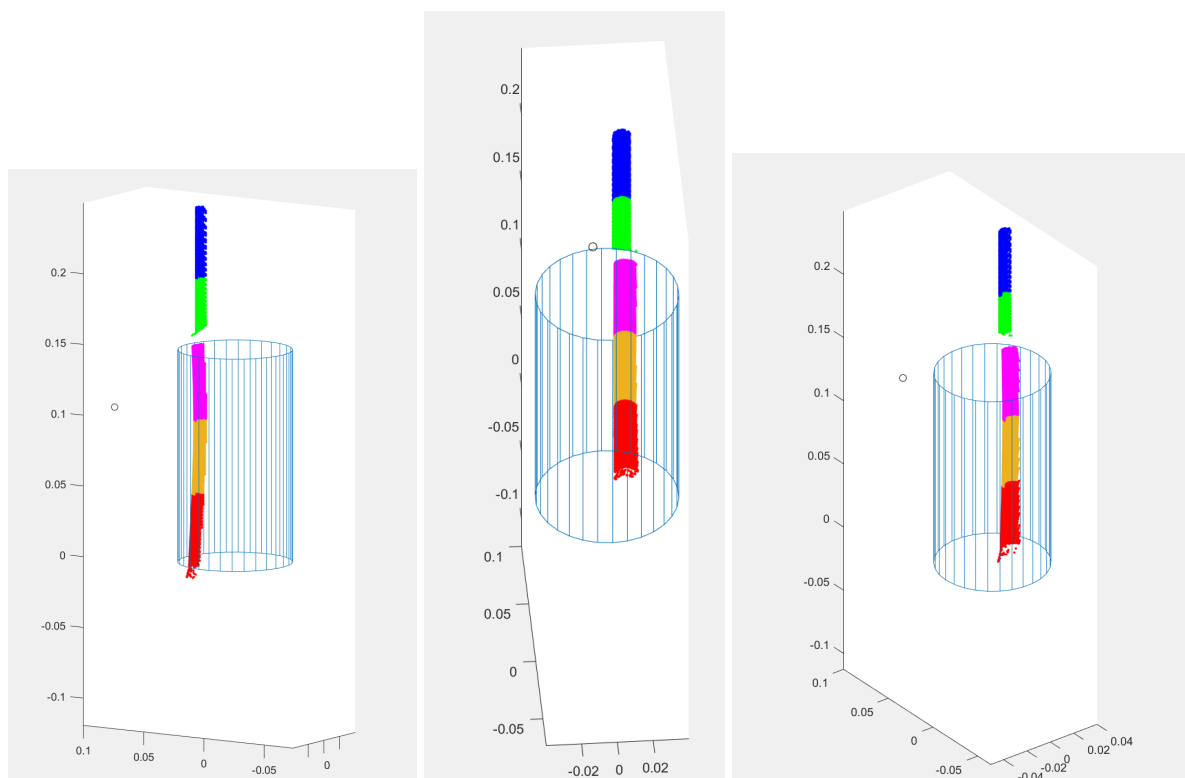


Figure 11: Résultat de la deuxième simulation



### Troisième simulation

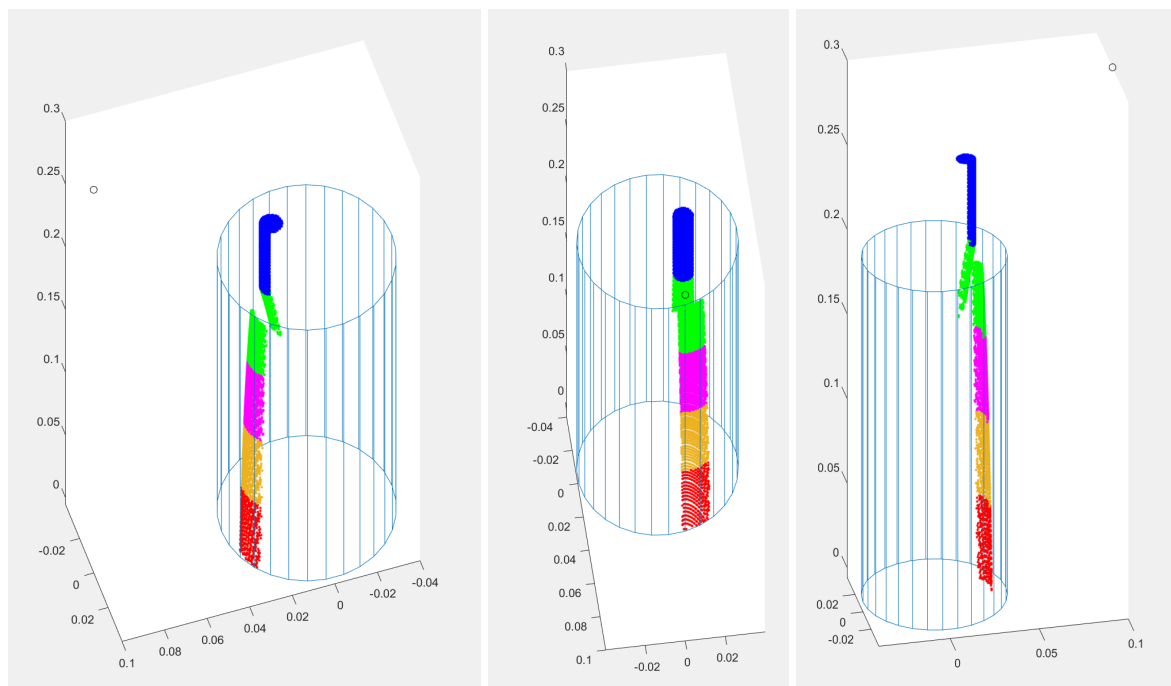


Figure 12: Résultat de la troisième simulation

### Quatrième simulation

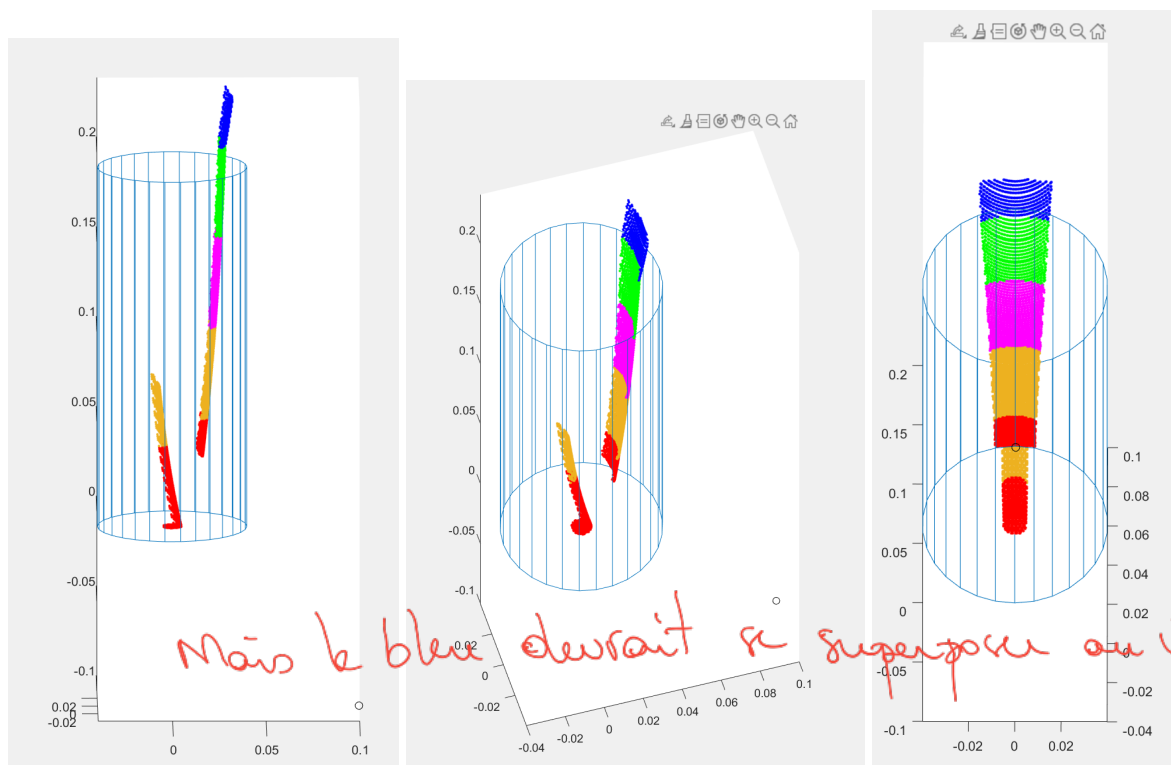
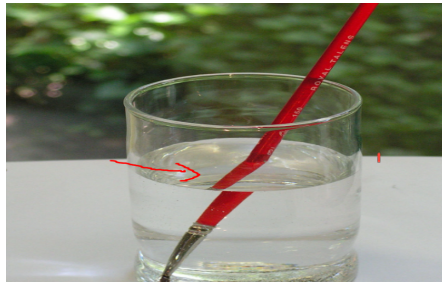


Figure 13: Résultat de la quatrième simulation

## Analyse des résultats

Dans la première simulation, remarquons que la paille est coupée à cause de son immersion dans l'eau. La paille est droite en haut car les rayons qui atteignent son haut de pénètrent pas à l'intérieur du cylindre et ne sont donc pas déviés. Une coupure est remarquée à l'endroit où les rayons lumineux pénètrent dans l'autre milieu. La deuxième simulation donne environ le même résultat que la première car cette dernière est symétrique à cette dernière.

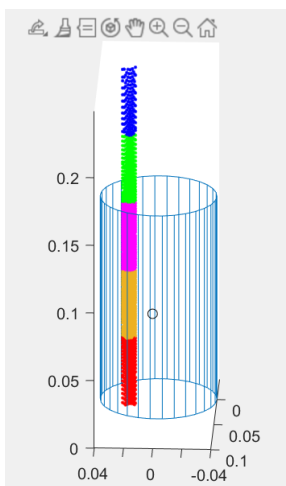
Uu Pour la troisième simulation nous observons le même phénomène que la figure suivante, car c'est une vue de dessus:



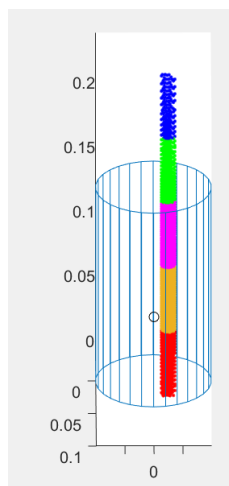
Pour la dernière figure, l'observateur est en dessous de la paille, cela cause donc l'effet de zoom qu'il est possible d'observer sur l'image de droite.

## Vérification des résultats

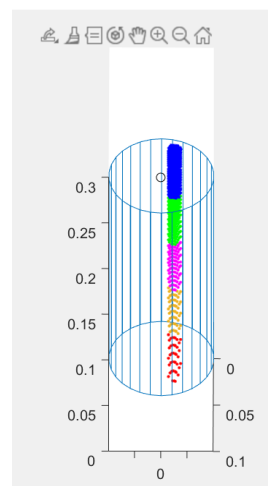
Pour valider la légitimité des résultats obtenus, nous avons effectué les quatre simulations avec un indice de réfraction  $n = 1$  pour l'eau. L'image virtuelle doit donc être à la même position que la paille. Nous pouvons justement l'observer dans les images obtenues:



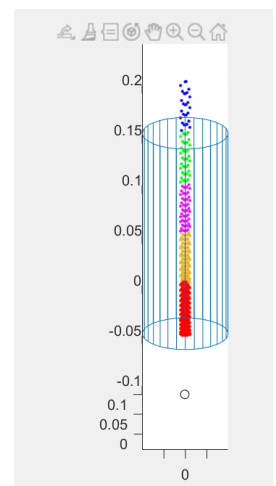
simulation 1



simulation 2



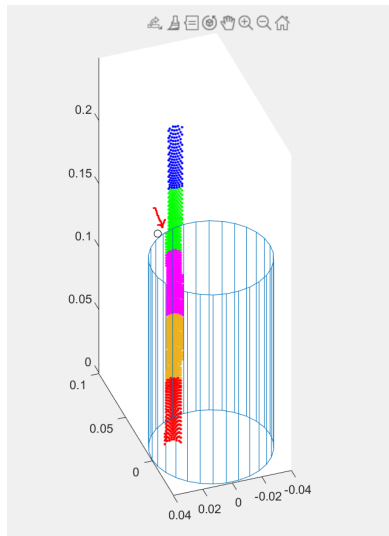
simulation 3



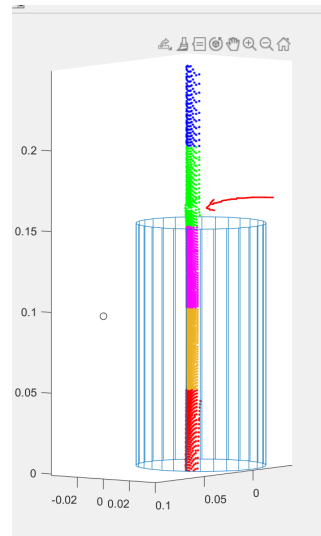
simulation 4

Nous remarquons donc que quand l'indice de réfraction de l'eau est forcé à 1, l'exécution du code nous donne une image de la paille droite, car les rayons ne sont pas déviés comme lorsque l'indice de réfraction est égal à 1.333. Le même test peut se faire exécuter en faisant

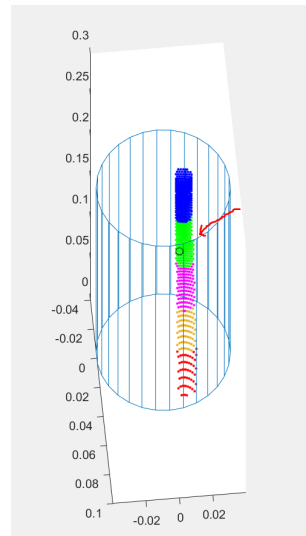
varier l'indice de réfraction très peu (en posant par exemple,  $n_{eau} = 1.05$ ) les images obtenus sont les suivantes:



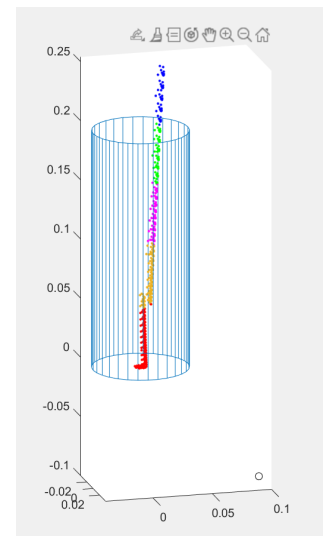
simulation 1



simulation 2



simulation 3



simulation 4

Nous observons donc qu'en faisant varier un tout petit peu l'indice de réfraction, les images sont créées, et l'effet de cet indice est beaucoup moins important que lors des simulation avec l'indice de réfraction réel de l'eau.

## IV) Conclusion

Pour conclure, nous avons eu à appliquer des notions d'optique afin de calculer tous les points qui composent l'image d'une paille, immergée dans un récipient d'eau, du point de vue d'un observateur en faisant varier sa position et la position de la paille.

Nous avons rencontré quelques problèmes lors de la réalisation de ce lab. Premièrement, nous avons eu quelques soucis au moment de vérifier la légitimité de nos résultats. En effet, bien que les images obtenues aient du sens, il est très difficile de les valider pour vérifier si les données de la simulation étaient bonnes. Pour faire cela, nous avons fait varier l'indice de réfraction pour observer le comportement du logiciel. Nous avons également eu de la difficulté à déterminer les équations à utiliser pour trouver l'intersection entre le cylindre et les rayons lumineux. Nous avons donc fouillé les ressources disponibles sur moodle ainsi qu'internet. Finalement, le TP était relativement difficile à déboguer, nous avons passé énormément de temps à trouver des bogues simples.

## V) Références

- 1) Simon Vézina. (2021) Chapitre 6.2c – L'intersection de géométrie complexe dans le ray tracer. [En ligne]. Disponible :  
[https://physique.cmaisonneuve.qc.ca/svezina/nyc/note\\_nyc/NYC\\_XXI\\_Chap%206.2c.pdf](https://physique.cmaisonneuve.qc.ca/svezina/nyc/note_nyc/NYC_XXI_Chap%206.2c.pdf)
- 2) Simon Vézina. (2021) Chapitre 6.2a – L'intersection dans le ray tracer. [En ligne]. Disponible :  
[https://physique.cmaisonneuve.qc.ca/svezina/nyc/note\\_nyc/NYC\\_XXI\\_Chap%206.2a.pdf](https://physique.cmaisonneuve.qc.ca/svezina/nyc/note_nyc/NYC_XXI_Chap%206.2a.pdf)