

Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого

Физико-механический институт  
Высшая школа прикладной математики и физики

**Отчёт**  
**по лабораторным работам №1**  
**по дисциплине**  
**«Интервальный анализ»**

Выполнила студентка:  
Зинякова Екатерина  
Группа: 5030102/00201  
Проверил:  
к.ф.-м.н., доцент  
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2023

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Теория</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Реализация</b>	<b>2</b>
3.1	Алгоритм . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Результат</b>	<b>3</b>

# 1 Постановка задачи

Пусть дана матрица из вещественных чисел:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (1)$$

и дано неотрицательное число:

$$\Delta \in [0, \min(a_{ij})], j = 1, 2 \quad (2)$$

Построим интервальную матрицу следующего вида:

$$A = \begin{pmatrix} [a_{11} - \Delta, a_{11} + \Delta] & [a_{12} - \Delta, a_{12} + \Delta] \\ [a_{21} - \Delta, a_{21} + \Delta] & [a_{22} - \Delta, a_{22} + \Delta] \end{pmatrix} \quad (3)$$

Необходимо найти:  $\min\{\Delta | 0 \in \det A\}$

Для проверки решения будем использовать следующую матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} [1.05 - \Delta, 1.05 + \Delta] & [1.0 - \Delta, 1.0 + \Delta] \\ [1.0 - \Delta, 1.0 + \Delta] & [0.95 - \Delta, 0.95 + \Delta] \end{pmatrix} \quad (4)$$

# 2 Теория

Основные арифметические операции для интервалов:

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d] \quad (5)$$

$$[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c] \quad (6)$$

$$[a, b] * [c, d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)] \quad (7)$$

$$\frac{[a, b]}{[c, d]} = [\min(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}), \max(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d})] \quad (8)$$

$$mid[a, b] = \frac{1}{2}(a + b) \quad (9)$$

$$wid[a, b] = (b - a) \quad (10)$$

$$rad[a, b] = \frac{1}{2}(b - a) \quad (11)$$

# 3 Реализация

Решения задачи было написано на языке Python.

### 3.1 Алгоритм

1. Проверим вхождение нуля в интервал  $\det A$  при максимально допустимом значении.
2. Если  $0 \notin \det A$ , то данная задача не имеет решения. Иначе переходим к шагу 3.
3. Если  $\det A$  является симметричным интервалом, то минимальное значение  $\Delta$  равно 0, так как  $0 = \text{mid}[a, b]$ .
4. Рассмотрим весь допустимый интервал возможных значений  $\Delta$ . Методом половинного деления будем сужать его до тех пор, пока не достигнем точности  $\epsilon = 10^{-14}$ .

## 4 Результат

Действуя согласно описанному алгоритму, мы получаем  $\min \Delta \approx 0.00063$ . В таком случае мы получаем  $\det A = [0.005, 0.0]$ .