Supponendo che 1 operazione atomica impieghi $1\,ns = 1 \cdot 10^{-9}\,s$

	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000
N	1 µs	10 µs	100 µs	1 ms	10 ms
20N	20 µs	200 µs	2 ms	20 ms	200 ms
N Log N	9.96 µs	132 µs	1.66 ms	19.9 ms	232 ms
20N Log N	199 µs	2.7 ms	33 ms	398 ms	4.6 sec
N^2	1 ms	100 ms	10 sec	17 min	1.2 giorni
$20N^2$	20 ms	2 sec	3.3 min	5.6 ore	23 giorni
N^3	1 sec	17 min	12 gior.	32 anni	32 millenni

LIMITE SUPERIORE ASINTOTICO

$g(n)$ è limite superiore asintotico per $f(n)$ se:

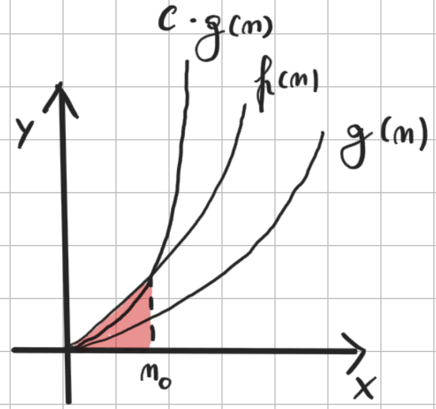
$$f(n) = O(g(n)) \iff \exists c>0 \ \exists n_0>0 \mid \forall n \geq n_0 \quad f(n) \leq c\, g(n)$$

Esiste un valore c tale che per tutti i valori maggiori di un n_0 la funzione $g(n)$ tende a infinito più velocemente di $f(n)$

Es.

$$f(n) = \frac{11}{2} n^2 + \frac{3}{2} n + 1$$

$$g(n) = \frac{3}{2} n^2 + \frac{13}{2} n + 5$$



LIMITE INFERIORE ASINTOTICO

$g(n)$ è limite inferiore asintotico per $f(n)$ se:

$$f(n) = \Omega(g(n)) \iff \exists c>0 \ \exists n_0>0 \ | \ \forall n \geq n_0 \quad c \cdot g(n) \leq f(n)$$

OSS

Un algoritmo con tempo di esecuzione $f(n)$ è MIGLIORE di uno $g(n)$ se $f(n)$ NON è limite SUP. asintotico di $g(n)$

Un algoritmo con tempo di esecuzione $f(n)$ è MIGLIORE di uno $g(n)$ se $f(n)$ è limite INF. asintotico di $g(n)$

EQUIVALENZA ASINTOTICA

$$f(n) = \Theta(g(n)) \iff \exists c_1 > 0 \ \exists c_2 > 0 \ \forall n \geq n_0 \ | \ c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

OSS

$$f(n) = O(g(n)) \Rightarrow g(n) = \Omega(f(n))$$

DIMOSTRAZIONE

Per ipotesi $\exists c > 0 \ \exists n_0 > 0 \ | \ \forall n \geq n_0 \quad f(n) \leq c \cdot g(n)$

$f(n) \leq c \cdot g(n) \Rightarrow \frac{1}{c} f(n) \leq g(n)$ per $c > 0$ anche $\frac{1}{c} > 0$

Allora $\exists c' > 0 \ \exists n_0 > 0 \mid \forall n \geq n_0 \ c' f(n) \leq g(n)$

Che è proprio la definizioni di $g(n) = \Omega(f(n))$

Es.

① date $f(n) = \frac{11}{2} n^2$ $g(n) = \frac{3}{2} n^2$ dimostrare che $f(n) = \Theta(g(n))$

- Dimostriamo che $f(n) = O(g(n))$

Prendiamo $c = 4$ e $n_0 = 1$

$\forall n \geq 1 \quad \frac{11}{2} \cancel{n^2} \leq 4 \cdot \frac{3}{2} \cancel{n^2} \rightarrow \frac{11}{2} \leq \frac{12}{2}$ ✓

- Dimostriamo che $f(n) = \Omega(g(n))$

Prendiamo $c = 1$ e $n_0 = 1$

$\forall n \geq 1 \quad \frac{3}{2} \cancel{n^2} \leq \frac{11}{2} \cancel{n^2}$ ✓

Abbiamo verificato che $f(n) = \Theta(g(n))$

② $f(n) = 6n \qquad g(n) = \frac{3}{2} n^2$

- $f(n) = O(g(n))$

$c = 1 \qquad f(4) = 24 \qquad 1 g(4) = 24$ ✓

$n_0 = 4 \qquad \forall n \geq 4 \qquad 6n \geq \frac{3}{2} n^2$

- $f(n) = \Omega(g(n))$?

Per definizione $\exists c > 0 \ \exists n_0 > 0 \mid \forall n \geq n_0 \quad c \frac{3}{2} n^{\cancel{2}} \leq 6 \cancel{n} \rightarrow c \cdot n \leq \frac{12}{3}$

Abbiamo bisogno di $c \leq \frac{12}{3n}$ ASSURDO! per $n \to \infty$ c dev' essere minore di 0, contro l'ipotesi