Déterminant

1 Définition du déterminant de deux vecteurs

Dans ce cours, on considère toujours un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Définition 1: Déterminant

Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ deux vecteurs et leurs coordonnées. Alors, on définit le *déterminant* de ces deux vecteurs par :

$$\boxed{\det(\vec{u}; \vec{v}) = ad - bc}$$

2 Utilisation du déterminant

2.1 Pour savoir si deux vecteurs sont colinéaires

Proposition 1

Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

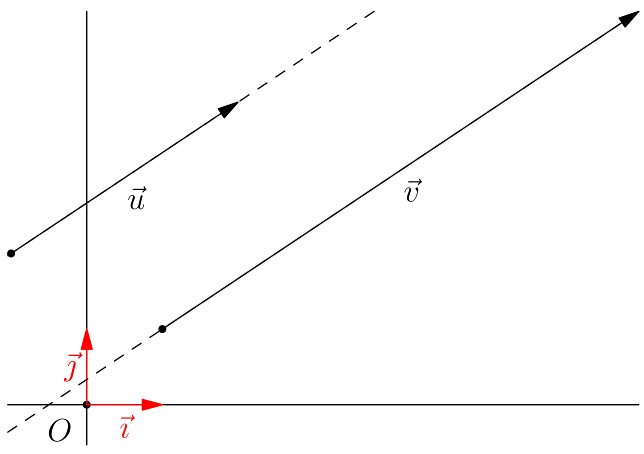

Figure 1 – Que peut-on dire du déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$?

2.2 Pour calculer l'aire d'un parallélogramme

Proposition 2

Le déterminant de deux vecteurs correspond, **au signe près**, à l'aire du parallélogramme engendré par ces deux vecteurs.

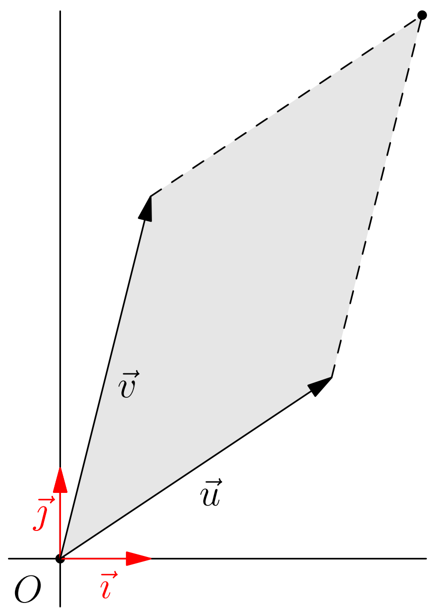

Figure 2 – Parallélogramme engendré par les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

Exemple 1

Si on considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dont les coordonnées sont :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Alors on peut en déduire que l'aire du parallélogramme engendré est :