

Отчет по лабораторной работе 6

Деревья. Бинарные деревья поиска

Дата: 2025-10-10

Семестр: 3 курс 5 семестр

Группа: ПИЖ-б-о-23-2(1)

Дисциплина: Анализ сложности алгоритмов

Студент: Торубаров Максим Евгеньевич

Цель работы

Изучить древовидные структуры данных, их свойства и применение. Освоить основные операции с бинарными деревьями поиска (BST). Получить практические навыки реализации BST на основе узлов (pointer-based), рекурсивных алгоритмов обхода и анализа их эффективности.
Исследовать влияние сбалансированности дерева на производительность операций.

Практическая часть

Выполненные задачи

- Задача 1: Реализовать бинарное дерево поиска на основе узлов с основными операциями.
- Задача 2: Реализовать различные методы обхода дерева (рекурсивные и итеративные).
- Задача 3: Реализовать дополнительные методы для работы с BST.
- Задача 4: Провести анализ сложности операций для сбалансированного и вырожденного деревьев.
- Задача 5: Визуализировать структуру дерева.

Ключевые фрагменты кода

```
# binary_search_tree.py
from collections import deque

class TreeNode:
    """Класс узла BST"""

    def __init__(self, value):
        self.value = value
        self.left = None
        self.right = None

    def __str__(self):
        return f"TreeNode({self.value})"
```

```
class BinarySearchTree:
    """Класс BST"""

    def __init__(self):
        self.root = None

    def is_empty(self):
        """Проверка дерева на наличие узлов"""
        return self.root is None
        # Временная сложность: O(1)

    def insert(self, value):
        """Метод для вставки узла"""
        if self.is_empty():
            self.root = TreeNode(value)
        else:
            self.insert_recursive(self.root, value)
        # Временная сложность: O(log n) в среднем, O(n) в худшем

    def insert_recursive(self, node, value):
        """Вспомогательный рекурсивный метод вставки узла"""
        if value < node.value:
            if node.left is None:
                node.left = TreeNode(value)
            else:
                self.insert_recursive(node.left, value)
        elif value > node.value:
            if node.right is None:
                node.right = TreeNode(value)
            else:
                self.insert_recursive(node.right, value)
        # Временная сложность: O(log n) в среднем, O(n) в худшем

    def search(self, value):
        """Метод поиска узла в дереве"""
        if self.root is None:
            return "Элемент не найден, дерево пустое"
        else:
            return self.search_recursive(self.root, value)
        # Временная сложность: O(log n) в среднем, O(n) в худшем

    def search_recursive(self, node, value):
        """Вспомогательный рекурсивный метод для поиска узла"""
        if node.value == value:
            return node
        elif value < node.value:
            if node.left is None:
                return "Элемент не найден"
            else:
                return self.search_recursive(node.left, value)
```

```

else:
    if node.right is None:
        return "Элемент не найден"
    else:
        return self.search_recursive(node.right, value)
# Временная сложность: O(log n) в среднем, O(n) в худшем

def delete(self, value):
    """Метод удаления узла из дерева"""
    if self.root is None:
        return "Дерево пустое, нельзя произвести удаление узла"
    else:
        self.root = self.delete_recursive(self.root, value)
# Временная сложность: O(log n) в среднем, O(n) в худшем

def delete_recursive(self, node, value):
    """Вспомогательный рекурсивный метод для удаления узла"""
    if node is None:
        return node

    if value < node.value:
        node.left = self.delete_recursive(node.left, value)
    elif value > node.value:
        node.right = self.delete_recursive(node.right, value)
    else:
        if node.left is None:
            return node.right
        elif node.right is None:
            return node.left

        successor = self.find_min(node.right)
        node.value = successor.value
        node.right = self.delete_recursive(node.right, successor.value)

    return node
# Временная сложность: O(log n) в среднем, O(n) в худшем

def find_min(self, node):
    """Метод для поиска минимального узла в поддереве"""
    current = node
    while current and current.left:
        current = current.left
    return current
# Временная сложность: O(log n) в среднем, O(n) в худшем

def find_max(self, node):
    """Метод для поиска максимального узла в поддереве"""
    current = node
    while current and current.right:
        current = current.right
    return current

```

```

# Временная сложность: O(log n) в среднем, O(n) в худшем

def is_valid(self):
    """Проверяет, является ли дерево валидным BST"""
    if self.root is None:
        return True # Пустое дерево считается валидным BST

    return self._is_valid_recursive(self.root, float("-inf"), float("inf"))
    # Временная сложность: O(n) - нужно проверить все узлы

def _is_valid_recursive(self, node, min_val, max_val):
    """
    Вспомогательный рекурсивный метод проверки валидности BST
    min_val и max_val задают допустимый диапазон значений для узла
    """
    if node is None:
        return True

    # Проверяем, что значение узла находится в допустимом диапазоне
    if not (min_val < node.value < max_val):
        return False

    # Рекурсивно проверяем левое и правое поддеревья
    return self._is_valid_recursive(
        node.left, min_val, node.value
    ) and self._is_valid_recursive(node.right, node.value, max_val)
    # Временная сложность: O(n)

def height(self, node=None):
    """Получение высоты дерева/поддерева"""
    if node is None:
        node = self.root

    if node is None:
        return -1

    queue = deque([(node, 0)])
    max_height = 0

    while queue:
        current, level = queue.popleft()
        max_height = max(max_height, level)

        if current.left:
            queue.append((current.left, level + 1))
        if current.right:
            queue.append((current.right, level + 1))

    return max_height

```

```

# tree_traversal.py
def in_order_recursive(node):

```

```

"""
Рекурсивный in-order обход (левый-корень-правый)
Выводит элементы в отсортированном порядке
"""

if node:
    in_order_recursive(node.left) # Рекурсивно обойти левое поддерево
    print(node.value, end=" ") # Посетить корень
    in_order_recursive(node.right) # Рекурсивно обойти правое поддерево


def pre_order_recursive(node):
"""
Рекурсивный pre-order обход (корень-левый-правый)
Полезен для копирования структуры дерева
"""

if node:
    print(node.value, end=" ") # Посетить корень
    pre_order_recursive(node.left) # Рекурсивно обойти левое поддерево
    pre_order_recursive(node.right) # Рекурсивно обойти правое поддерево


def post_order_recursive(node):
"""
Рекурсивный post-order обход (левый-правый-корень)
Полезен для удаления дерева
"""

if node:
    post_order_recursive(node.left) # Рекурсивно обойти левое поддерево
    post_order_recursive(node.right) # Рекурсивно обойти правое поддерево
    print(node.value, end=" ") # Посетить корень


def in_order_iterative(root):
"""
Итеративный in-order обход с использованием стека
Выводит элементы в отсортированном порядке
"""

stack = []
current = root

while True:
    # Дойти до самого левого узла текущего поддерева
    if current is not None:
        stack.append(current) # Добавить узел в стек
        current = current.left # Перейти к левому потомку

    # Возвращение из пустого поддерева
    elif stack:
        current = stack.pop() # Взять узел из стека
        print(current.value, end=" ") # Обработать узел
        current = current.right # Перейти к правому поддереву

```

```
        else:
            break # Обход завершен

# tests.py
import unittest
from Modules.binary_search_tree import TreeNode, BinarySearchTree

from Modules.tree_traversal import (
    in_order_recursive,
    pre_order_recursive,
    post_order_recursive,
    in_order_iterative,
)

class TestBinarySearchTree(unittest.TestCase):

    def setUp(self):
        """Настройка тестового окружения перед каждым тестом"""
        self.bst = BinarySearchTree()

    def test_initial_state(self):
        """Тест начального состояния дерева"""
        self.assertTrue(self.bst.is_empty())
        self.assertIsNone(self.bst.root)

    def test_insert_into_empty_tree(self):
        """Тест вставки в пустое дерево"""
        self.bst.insert(10)
        self.assertFalse(self.bst.is_empty())
        self.assertEqual(self.bst.root.value, 10)
        self.assertIsNone(self.bst.root.left)
        self.assertIsNone(self.bst.root.right)

    def test_insert_multiple_values(self):
        """Тест вставки нескольких значений"""
        values = [8, 3, 10, 1, 6, 14, 4, 7, 13]
        for value in values:
            self.bst.insert(value)

        # Проверка структуры дерева
        self.assertEqual(self.bst.root.value, 8)
        self.assertEqual(self.bst.root.left.value, 3)
        self.assertEqual(self.bst.root.right.value, 10)
        self.assertEqual(self.bst.root.left.left.value, 1)
        self.assertEqual(self.bst.root.left.right.value, 6)

    def test_bst_property_after_insert(self):
        """Тест свойства BST после вставки"""
        values = [5, 3, 7, 2, 4, 6, 8]
        for value in values:
            self.bst.insert(value)
```

```
# Дерево должно оставаться валидным BST
self.assertTrue(self.bst.is_valid())


def test_search_existing_elements(self):
    """Тест поиска существующих элементов"""
    values = [5, 3, 7, 2, 4, 6, 8]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

    for value in values:
        result = self.bst.search(value)
        self.assertIsInstance(result, TreeNode)
        self.assertEqual(result.value, value)


def test_search_non_existing_elements(self):
    """Тест поиска несуществующих элементов"""
    values = [5, 3, 7]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

    result = self.bst.search(10)
    self.assertEqual(result, "Элемент не найден")

    result = self.bst.search(1)
    self.assertEqual(result, "Элемент не найден")


def test_search_in_empty_tree(self):
    """Тест поиска в пустом дереве"""
    result = self.bst.search(5)
    self.assertEqual(result, "Элемент не найден, дерево пустое")


def test_delete_leaf_node(self):
    """Тест удаления листового узла"""
    values = [5, 3, 7, 2, 4]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

    # Удаляем лист 2
    self.bst.delete(2)
    self.assertTrue(self.bst.is_valid())
    self.assertEqual(self.bst.search(2), "Элемент не найден")

    # Проверяем, что родительский узел обновился
    self.assertIsNone(self.bst.root.left.left)


def test_delete_node_with_one_child(self):
    """Тест удаления узла с одним потомком"""
    values = [5, 3, 7, 2, 6]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)
```

```
# Удаляем узел 7 (имеет левого потомка 6)
self.bst.delete(7)
self.assertTrue(self.bst.is_valid())
self.assertEqual(self.bst.search(7), "Элемент не найден")

# Проверяем, что правый потомок корня теперь 6
self.assertEqual(self.bst.root.right.value, 6)

def test_delete_node_with_two_children(self):
    """Тест удаления узла с двумя потомками"""
    values = [5, 3, 8, 2, 4, 7, 9, 6]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

    # Удаляем узел 8 (имеет двух потомков)
    self.bst.delete(8)
    self.assertTrue(self.bst.is_valid())
    self.assertEqual(self.bst.search(8), "Элемент не найден")

    # Преемником должен быть 9 (наименьший в правом поддереве)
    self.assertEqual(self.bst.root.right.value, 9)

def test_delete_root_node(self):
    """Тест удаления корневого узла"""
    values = [5, 3, 7, 2, 4, 6, 8]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

    # Удаляем корень
    self.bst.delete(5)
    self.assertTrue(self.bst.is_valid())
    self.assertEqual(self.bst.search(5), "Элемент не найден")

    # Новый корень должен быть преемником (6)
    self.assertEqual(self.bst.root.value, 6)

def test_delete_from_empty_tree(self):
    """Тест удаления из пустого дерева"""
    result = self.bst.delete(5)
    self.assertEqual(result, "Дерево пустое, нельзя произвести удаление
узла")

def test_delete_non_existing_element(self):
    """Тест удаления несуществующего элемента"""
    values = [5, 3, 7]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

    # Удаление не должно сломать дерево
    self.bst.delete(10)
    self.assertTrue(self.bst.is_valid())
```

```

# Все существующие элементы должны остаться
for value in values:
    result = self.bst.search(value)
    self.assertEqual(result.value, value)

def test_find_min_max(self):
    """Тест поиска минимального и максимального элементов"""
    values = [8, 3, 10, 1, 6, 14, 4, 7, 13]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

    min_node = self.bst.find_min(self.bst.root)
    max_node = self.bst.find_max(self.bst.root)

    self.assertEqual(min_node.value, 1)
    self.assertEqual(max_node.value, 14)

def test_tree_height(self):
    """Тест вычисления высоты дерева"""
    # Пустое дерево
    self.assertEqual(self.bst.height(), -1)

    # Дерево с одним узлом
    self.bst.insert(5)
    self.assertEqual(self.bst.height(), 0)

    # Сбалансированное дерево
    values = [5, 3, 7, 2, 4, 6, 8]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)
    self.assertEqual(self.bst.height(), 2)

def test_in_order_traversal(self):
    """Тест in-order обхода"""
    values = [5, 3, 7, 2, 4, 6, 8]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

    # In-order должен вернуть отсортированную последовательность
    expected = [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]

    # Проверяем рекурсивную версию
    import io
    import sys

    captured_output = io.StringIO()
    sys.stdout = captured_output
    in_order_recursive(self.bst.root)
    sys.stdout = sys.__stdout__

    result = list(map(int, captured_output.getvalue().strip().split()))
    self.assertEqual(result, expected)

```

```
# Проверяем итеративную версию
captured_output = io.StringIO()
sys.stdout = captured_output
in_order_iterative(self.bst.root)
sys.stdout = sys.__stdout__

result = list(map(int, captured_output.getvalue().strip().split()))
self.assertEqual(result, expected)

def test_pre_order_traversal(self):
    """Тест pre-order обхода"""
    values = [5, 3, 7, 2, 4, 6, 8]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

expected = [5, 3, 2, 4, 7, 6, 8]

import io
import sys

captured_output = io.StringIO()
sys.stdout = captured_output
pre_order_recursive(self.bst.root)
sys.stdout = sys.__stdout__

result = list(map(int, captured_output.getvalue().strip().split()))
self.assertEqual(result, expected)

def test_post_order_traversal(self):
    """Тест post-order обхода"""
    values = [5, 3, 7, 2, 4, 6, 8]
    for value in values:
        self.bst.insert(value)

expected = [2, 4, 3, 6, 8, 7, 5]

import io
import sys

captured_output = io.StringIO()
sys.stdout = captured_output
post_order_recursive(self.bst.root)
sys.stdout = sys.__stdout__

result = list(map(int, captured_output.getvalue().strip().split()))
self.assertEqual(result, expected)

def test_bst_property_after_complex_operations(self):
    """Тест свойства BST после сложных операций"""
    # Вставляем значения в разном порядке
    insert_sequence = [50, 30, 70, 20, 40, 60, 80, 10, 25, 35, 45]
```

```
delete_sequence = [20, 70, 30]

for value in insert_sequence:
    self.bst.insert(value)
    self.assertTrue(
        self.bst.is_valid(), f"Tree invalid after inserting {value}")
)

for value in delete_sequence:
    self.bst.delete(value)
    self.assertTrue(self.bst.is_valid(), f"Tree invalid after deleting
{value}")

def test_duplicate_insertion(self):
    """Тест вставки дубликатов"""
    self.bst.insert(5)
    self.bst.insert(5) # Дубликат

    # Дерево должно остаться валидным
    self.assertTrue(self.bst.is_valid())

    # В дереве должен быть только один узел со значением 5
    count = 0

    def count_nodes(node, target):
        nonlocal count
        if node:
            if node.value == target:
                count += 1
            count_nodes(node.left, target)
            count_nodes(node.right, target)

    count_nodes(self.bst.root, 5)
    self.assertEqual(count, 1)

def test_invalid_bst_detection(self):
    """Тест обнаружения невалидного BST"""
    # Создаем невалидное BST вручную
    root = TreeNode(5)
    root.left = TreeNode(6) # Нарушение: 6 > 5 в левом поддереве
    root.right = TreeNode(7)

    invalid_bst = BinarySearchTree()
    invalid_bst.root = root

    self.assertFalse(invalid_bst.is_valid())

if __name__ == "__main__":
    # Запуск тестов с детальным выводом
    unittest.main(verbosity=2)
```

```

#analysys.py
import timeit
import matplotlib.pyplot as plt
import random
from Modules.binary_search_tree import BinarySearchTree


def build_balanced_tree(size):
    """Построение сбалансированного дерева (случайный порядок вставки)"""
    bst = BinarySearchTree()
    numbers = list(range(size))
    random.shuffle(numbers) # Перемешиваем для балансировки
    for num in numbers:
        bst.insert(num)
    return bst


def build_degenerate_tree(size):
    """Построение вырожденного дерева (отсортированный порядок вставки)"""
    bst = BinarySearchTree()
    for num in range(size):
        bst.insert(num) # Вставка в отсортированном порядке
    return bst


def measure_search_time(tree, search_operations=1000):
    """Измерение времени выполнения операций поиска"""

    def search_wrapper():
        # Выполняем search_operations случайных поисков
        for _ in range(search_operations):
            target = random.randint(0, tree.find_max(tree.root).value - 1)
            tree.search(target)

        # Используем timeit для точного измерения
        timer = timeit.Timer(search_wrapper)
        return timer.timeit(number=1) # Выполняем один раз и возвращаем время

    return search_wrapper


def visualize_tree_simple(tree, node=None, level=0, prefix="Root: "):
    """Простая текстовая визуализация дерева"""
    if node is None:
        node = tree.root

    if node is None:
        return "Empty tree"

    result = ""
    if level == 0:
        result += f"{prefix}{node.value}\n"
    else:
        result += f"  {prefix}{node.value}\n"
        for child in node.children:
            result += visualize_tree_simple(tree, child, level + 1, "    ")
    return result

```

```

        result += "    " * (level - 1) + f"└ {node.value}\n"

if node.left:
    result += visualize_tree_simple(tree, node.left, level + 1, "L: ")
if node.right:
    result += visualize_tree_simple(tree, node.right, level + 1, "R: ")

return result


def run_experiment():
    """Запуск полного эксперимента"""
    print("== ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ BST ===")

    # Размеры деревьев для тестирования
    sizes = [100, 500, 1000, 2000, 5000]
    search_operations = 1000

    balanced_times = []
    degenerate_times = []

    print(f"\nИзмерение времени {search_operations} операций поиска:")
    print("Размер | Сбалансированное | Вырожденное")
    print("-" * 45)

    for size in sizes:
        print(f"{size:6} | ", end="")

        # Сбалансированное дерево
        balanced_tree = build_balanced_tree(size)
        balanced_time = measure_search_time(balanced_tree, search_operations)
        balanced_times.append(balanced_time)
        print(f" {balanced_time:.4f} сек | ", end="")

        # Вырожденное дерево
        degenerate_tree = build_degenerate_tree(size)
        degenerate_time = measure_search_time(degenerate_tree,
                                              search_operations)
        degenerate_times.append(degenerate_time)
        print(f" {degenerate_time:.4f} сек")

    return sizes, balanced_times, degenerate_times


def plot_results(sizes, balanced_times, degenerate_times):
    """Построение графиков результатов"""
    plt.figure(figsize=(12, 5))

    # График 1: Время выполнения
    plt.subplot(1, 2, 1)
    plt.plot(sizes, balanced_times, "o-", label="Сбалансированное дерево",
             linewidth=2)

```

```

plt.plot(sizes, degenerate_times, "s-", label="Вырожденное дерево",
         linewidth=2)
plt.xlabel("Количество элементов в дереве")
plt.ylabel("Время выполнения (сек)")
plt.title("Время 1000 операций поиска")
plt.legend()
plt.grid(True, alpha=0.3)

# График 2: Отношение времен
plt.subplot(1, 2, 2)
ratios = [deg / bal for bal, deg in zip(balanced_times, degenerate_times)]
plt.plot(sizes, ratios, "o-", color="red", linewidth=2)
plt.xlabel("Количество элементов в дереве")
plt.ylabel("Отношение времен (вырожденное/сбалансированное)")
plt.title("Эффективность сбалансированного дерева")
plt.grid(True, alpha=0.3)

plt.tight_layout()
plt.savefig("bst_performance_comparison.png", dpi=300, bbox_inches="tight")
plt.show()

# Вывод статистики
print(f"\n==== СТАТИСТИКА ====")
print(f"Максимальное ускорение: {max(ratios):.2f}x")
print(f"Минимальное ускорение: {min(ratios):.2f}x")
print(f"Среднее ускорение: {sum(ratios)/len(ratios):.2f}x")

def demo_visualization():
    """Демонстрация визуализации деревьев"""
    print("\n==== ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДЕРЕВЬЕВ ====")

    # Сбалансированное дерево (маленькое для наглядности)
    print("Сбалансированное дерево (10 элементов):")
    balanced_small = build_balanced_tree(10)
    print("Текстовая визуализация:")
    print(visualize_tree_simple(balanced_small))

    print("\n" + "=" * 50 + "\n")

    # Вырожденное дерево (маленькое для наглядности)
    print("Вырожденное дерево (10 элементов):")
    degenerate_small = build_degenerate_tree(10)
    print("Текстовая визуализация:")
    print(visualize_tree_simple(degenerate_small))

```

```

# main.py
from Modules.analisy import (
    demo_visualization,
    run_experiment,
    plot_results
)
import sys

sys.setrecursionlimit(10000)

if __name__ == "__main__":
    # Характеристики ПК
    pc_info = """
Характеристики ПК для тестирования:
- Процессор: Intel Core i3-1220P @ 1.5GHz
- Оперативная память: 8 GB DDR4
- ОС: Windows 11
- Python: 3.12.10
"""
    print(pc_info)

    # Демонстрация визуализации
    demo_visualization()

    # Основной эксперимент
    sizes, balanced_times, degenerate_times = run_experiment()

    # Построение графиков
    plot_results(sizes, balanced_times, degenerate_times)

    print("\n==== ЭКСПЕРИМЕНТ ЗАВЕРШЕН ===")

```

Результаты тестов

```

test_bst_property_after_complex_operations
(__main__.TestBinarySearchTree.test_bst_property_after_complex_operations)
Тест свойства BST после сложных операций ... ok
test_bst_property_after_insert
(__main__.TestBinarySearchTree.test_bst_property_after_insert)
Тест свойства BST после вставки ... ok
test_delete_from_empty_tree
(__main__.TestBinarySearchTree.test_delete_from_empty_tree)
Тест удаления из пустого дерева ... ok
test_delete_leaf_node (__main__.TestBinarySearchTree.test_delete_leaf_node)
Тест удаления листового узла ... ok
test_delete_node_with_one_child
(__main__.TestBinarySearchTree.test_delete_node_with_one_child)
Тест удаления узла с одним потомком ... ok
test_delete_node_with_two_children
(__main__.TestBinarySearchTree.test_delete_node_with_two_children)

```

```
Тест удаления узла с двумя потомками ... ok
test_delete_non_existing_element
(__main__.TestBinarySearchTree.test_delete_non_existing_element)
Тест удаления несуществующего элемента ... ok
test_delete_root_node (__main__.TestBinarySearchTree.test_delete_root_node)
Тест удаления корневого узла ... ok
test_duplicate_insertion
(__main__.TestBinarySearchTree.test_duplicate_insertion)
Тест вставки дубликатов ... ok
test_find_min_max (__main__.TestBinarySearchTree.test_find_min_max)
Тест поиска минимального и максимального элементов ... ok
test_in_order_traversal (__main__.TestBinarySearchTree.test_in_order_traversal)
Тест in-order обхода ... ok
test_initial_state (__main__.TestBinarySearchTree.test_initial_state)
Тест начального состояния дерева ... ok
test_insert_into_empty_tree
(__main__.TestBinarySearchTree.test_insert_into_empty_tree)
Тест вставки в пустое дерево ... ok
test_insert_multiple_values
(__main__.TestBinarySearchTree.test_insert_multiple_values)
Тест вставки нескольких значений ... ok
test_invalid_bst_detection
(__main__.TestBinarySearchTree.test_invalid_bst_detection)
Тест обнаружения невалидного BST ... ok
test_post_order_traversal
(__main__.TestBinarySearchTree.test_post_order_traversal)
Тест post-order обхода ... ok
test_pre_order_traversal
(__main__.TestBinarySearchTree.test_pre_order_traversal)
Тест pre-order обхода ... ok
test_search_existing_elements
(__main__.TestBinarySearchTree.test_search_existing_elements)
Тест поиска существующих элементов ... ok
test_search_in_empty_tree
(__main__.TestBinarySearchTree.test_search_in_empty_tree)
Тест поиска в пустом дереве ... ok
test_search_non_existing_elements
(__main__.TestBinarySearchTree.test_search_non_existing_elements)
Тест поиска несуществующих элементов ... ok
test_tree_height (__main__.TestBinarySearchTree.test_tree_height)
Тест вычисления высоты дерева ... ok
```

```
Ran 21 tests in 0.007s
```

```
OK
```

Результаты анализа

Характеристики ПК для тестирования:

- Процессор: Intel Core i3-1220P @ 1.5GHz
- Оперативная память: 8 GB DDR4
- ОС: Windows 11
- Python: 3.12.10

==== ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДЕРЕВЬЕВ ===

Сбалансированное дерево (10 элементов):

Текстовая визуализация:

Root: 7

```
└── 6
    ├── 2
    │   ├── 0
    │   │   └── 1
    │   └── 5
    │       └── 4
    │           └── 3
    └── 9
        └── 8
```

==== Вырожденное дерево (10 элементов):

Текстовая визуализация:

Root: 0

```
└── 1
    ├── 2
    │   └── 3
    │       └── 4
    │           └── 5
    │               └── 6
    │                   └── 7
    │                       └── 8
    └── 9
```

==== ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ BST ===

Измерение времени 1000 операций поиска:

Размер | Сбалансированное | Вырожденное

100	0.0010 сек	0.0055 сек
500	0.0012 сек	0.0490 сек
1000	0.0013 сек	0.0842 сек
2000	0.0019 сек	0.1759 сек
5000	0.0020 сек	0.4379 сек

==== ЭКСПЕРИМЕНТ ЗАВЕРШЕН ===



Сравнение практической и теоретической сложности операций

Операция	Теоретическая сложность (средний случай)	Худший случай (вырожденное дерево)	Практическое поведение
Вставка	$O(\log n)$	$O(n)$	Обычно близка к $O(\log n)$, если дерево сбалансировано или данные случайны
Поиск	$O(\log n)$	$O(n)$	В большинстве случаев быстрее, чем линейный поиск, но сильно зависит от формы дерева
Удаление	$O(\log n)$	$O(n)$	Зависит от реализации балансировки и структуры узлов
Обход дерева	$O(n)$	$O(n)$	Всегда линейный, так как каждый узел посещается ровно один раз

Вывод:

Структура дерева напрямую влияет на производительность. Если дерево сбалансировано — операции выполняются за $O(\log n)$. Если дерево вырождено (похоже на список) — операции деградируют до $O(n)$.

Ответы на контрольные вопросы

1. Основное свойство бинарного дерева поиска (BST)

Для любого узла дерева:

- Все значения в **левом поддереве** меньше значения узла.
- Все значения в **правом поддереве** больше значения узла.
- Оба поддерева также являются бинарными деревьями поиска.

2. Алгоритм вставки нового элемента в BST

Пошагово:

1. Начать с корня дерева.
2. Если значение меньше значения текущего узла — перейти в левое поддерево.
3. Если больше — перейти в правое поддерево.
4. Когда достигнут `None` (пустое место), вставить новый узел туда.
5. Рекурсивно вернуть обновлённое поддерево.

Сложность:

- В **сбалансированном дереве**: $O(\log n)$
- В **вырожденном дереве** (например, при вставке отсортированных данных): $O(n)$

3. Обход дерева в глубину (DFS) и в ширину (BFS)

DFS (Depth-First Search) — обход в глубину:

- Использует **стек** (рекурсия или структура данных).
- Обходит одну ветвь до конца, затем возвращается.
- Варианты:
 - **Pre-order** (корень → левое → правое) — используется для копирования дерева.
 - **In-order** (левое → корень → правое) — выдаёт значения в порядке возрастания.
 - **Post-order** (левое → правое → корень) — полезен при удалении дерева.

BFS (Breadth-First Search) — обход в ширину:

- Использует **очередь**.
 - Обходит дерево **по уровням** (от корня к нижним узлам).
 - Полезен для поиска кратчайшего пути или визуализации структуры дерева.
-

4. Почему в вырожденном BST сложность $O(n)$

Если элементы вставляются **в отсортированном порядке**, дерево превращается в **цепочку узлов**, где каждый элемент имеет только одного потомка.

В результате глубина дерева равна n , и любая операция (вставка, поиск, удаление) требует обхода всех узлов.

5. Сбалансированное дерево и решение проблемы вырождения

Сбалансированное дерево — это BST, в котором разница высот левого и правого поддерева каждого узла **не превышает 1**.

Пример: AVL-дерево

- После каждой вставки или удаления выполняются **повороты**, чтобы восстановить баланс.
- Гарантирует высоту дерева $O(\log n)$.
- Благодаря этому, операции **вставки, удаления и поиска** всегда выполняются за $O(\log n)$, предотвращая вырождение структуры.