

S8/Aufg. 2

$$Ax = b$$

$$LRx = b$$

$$Ly = Pb ; Rx = y$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.8 & 2.2 & 3.6 \\ 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 1.2 & 2.0 & 5.8 \end{pmatrix}$$

A

$$b = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 1.0 \\ 4.0 \end{pmatrix}$$

1. Größtes Element in Diag. (1. & 2.)

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 0.8 & 2.2 & 3.6 \\ 1.2 & 2.0 & 5.8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{I - (\frac{0.8}{2.0})I \\ II - (\frac{1.2}{2.0})I}} P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ ? & 1 & 0 \\ ? & ? & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{noch} \\ \text{(kein Einfluss)} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 0 & 1.0 & 2.0 \\ 0 & 0.2 & 3.4 \end{pmatrix} \xrightarrow{II - (\frac{0.2}{1.0})II}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0 \\ 0.6 & 0.2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 0 & 1.0 & 2.0 \\ 0 & 0 & 3.0 \end{pmatrix} = R$$

Überprüfung: $LR = PA$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0 \\ 0.6 & 0.2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 0 & 1.0 & 2.0 \\ 0 & 0 & 3.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 0.8 & 2.2 & 3.6 \\ 1.2 & 2.0 & 5.8 \end{pmatrix}$$

~~$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0.8 & 2.2 & 3.6 \\ 1.2 & 2.0 & 5.8 \end{pmatrix} =$$~~

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.8 & 2.2 & 3.6 \\ 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 1.2 & 2.0 & 5.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 0.8 & 2.2 & 3.6 \\ 1.2 & 2.0 & 5.8 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

$$b) \text{ I) } L y = P b$$

$$(P = 1. \ 2. \ 2.)$$

$$\text{II) } R x = x$$

$$\text{I) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.4 & 1 & 0 \\ 0.6 & 0.2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2.4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ 0.4y_1 + y_2 \\ 0.6y_1 + 0.2y_2 + y_3 \end{pmatrix}$$

$$y_1 = 1$$

$$y_2 = 2$$

$$y_3 = 2.3$$

$$\text{II) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ x_2 + 2x_3 \\ 3x_3 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{1}{16} - 1.5$$

$$x_2 = \frac{15}{16} \quad 0$$

$$x_3 = \frac{1}{16} \quad 1$$

c) Matlab zeigt die selben Ergebnisse für L, R und P, wie manuell berechnet, sprich man kann sich den manuellen-Weg sparen.