

Aufgabe 1

Implementieren Sie in der Programmiersprache Ihrer Wahl die symmetrischen Gruppen. Ihre Implementation soll folgendes erfüllen:

- Modellieren Sie Permutationen (z.B. als Arrays)
- Implementieren Sie eine Funktion `inv`, die eine gegebene Permutation invertiert (ihr Inverses zurückgibt).
- Implementieren Sie die Verknüpfung \circ als zweistellige Funktion, die von zwei gegebenen Permutationen deren Komposition berechnet.
- Implementieren sie zwei Funktionen `print` und `printCyclic`, die eine gegebene Permutation als String ausgeben (in der zyklischen Schreibweise bei `printCyclic`).

Aufgabe 2

Geben Sie alle Verknüpfungen an, die zusammen mit der Menge $\{a, b\}$ eine Gruppe bilden. Skizzieren Sie die Verknüpfungstabellen.

Aufgabe 3

Es seien die folgenden Gruppenstrukturen auf den Menge $\{a, b, c\}$ wie folgt durch Verknüpfungstabellen gegeben:

\star	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

\bullet	a	b	c
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

Geben Sie einen bijektive Gruppenhomomorphismus von $(\{a, b, c\}, \star)$ nach $(\{a, b, c\}, \bullet)$ an.

Aufgabe 4

Es sei $f : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}/12, +)$ mit $f(x) = [x]_{12}$ gegeben. Bestimmen Sie $\ker(f)$.

Aufgabe 5

Zeigen Sie, Wenn (G, \star) eine Gruppe ist in der jedes Element sein eigenes Inverses ist, dann ist (G, \star) eine kommutative Gruppe.

Aufgaben

② Aufgabe 2 Geben Sie alle Verknüpfungen an, die zusammen mit der Menge $\{a, b\}$ eine Gruppe bilden. Skizzieren Sie die Verknüpfungstabellen.

Gruppe: assoziativ, neutrales Element, inverses Element

$*$	a	b
a	a	b
b	b	a

↙ auf jeder spalte/zeile kommt mind. 1x das neutrale Element vor

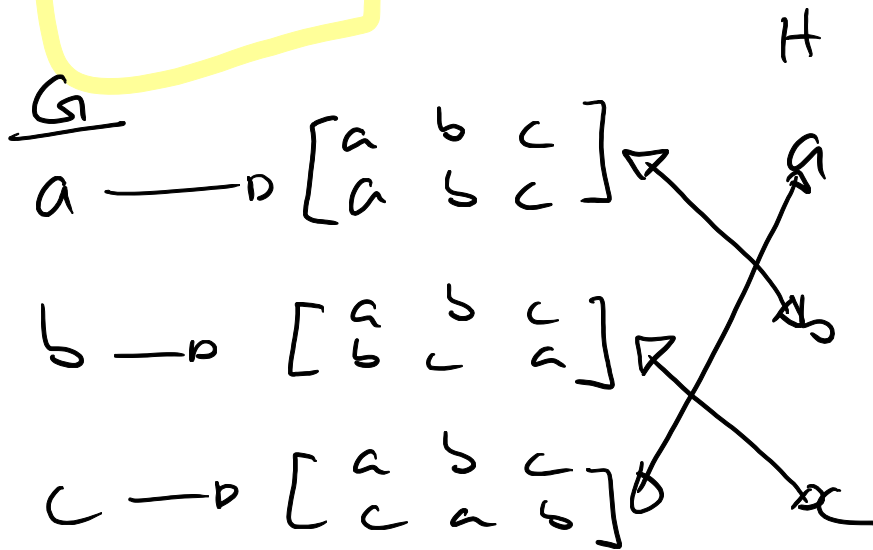
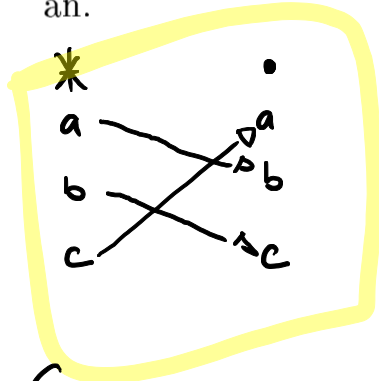
Aufgabe 3

Es seien die folgenden Gruppenstrukturen auf der Menge $\{a, b, c\}$ wie folgt durch Verknüpfungstabellen gegeben:

\star	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

\bullet	a	b	c
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

Geben Sie einen bijektiven Gruppenhomomorphismus von $(\{a, b, c\}, \star)$ nach $(\{a, b, c\}, \bullet)$ an.



$$\begin{aligned} f(a) &= b \\ f(b) &= c \\ f(c) &= a \end{aligned}$$