**Theoretische Informatik**
D. Flumini, L. Keller, O. Stern

Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

# Übungsblatt 4

## Endliche Automaten

Abgabe: Kalenderwoche 11

**Aufgabe 1.**
In der Vorlesung haben wir mit Hilfe von regulären Ausdrücken bewiesen, dass reguläre Sprachen bezüglich der Konkatenation abgeschlossen sind. Die Konkatenation beinhaltet nur aneinandergehände Wörter der beiden Sprachen, die sich in dem zusammengehängten Wort nicht überschneiden (sei *kalt* $\in L_a$ und *alter* $\in L_b$, dann ist *kaltalter* ein Element der Konkatenation der Sprachen $L_a$ und $L_b$, jedoch nicht *kalter*). Also gilt für zwei reguläre Sprachen $L_1$ $L_2$ über $\Sigma$, dass auch

$$L_1, L_2 = \{w \mid w \text{ beginnt mit einem Wort aus } L_1 \text{ und endet mit einem Wort aus } L_2.\}$$

regulär ist.

Zeigen Sie nun die gleiche Behauptung noch einmal mit Hilfe von $\varepsilon$-NEAs. **10 Punkte**

**Aufgabe 2.**
Zeigen Sie mit einem Widerspruchsbeweis, dass jeder deterministische endliche Automat für die Sprache:

$$L = \{\, w \in \{\, b, c \,\}^* \mid w \text{ hat den Suffix bc } \}$$

mindestens 3 Zustände braucht. **10 Punkte**

**Aufgabe 3.**
Geben Sie für die nachfolgenden Sprachen jeweils an, ob sie regülar sind oder nicht. Begründen Sie Ihre Antwort jeweils, wobei eine informelle Begründung hinreichend ist.

(a) $L_0 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n 1^n, n \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

(b) $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n, n \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

(c) $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^a 1^b, a + b = 10, a, b \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

(d) $L_3 = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$

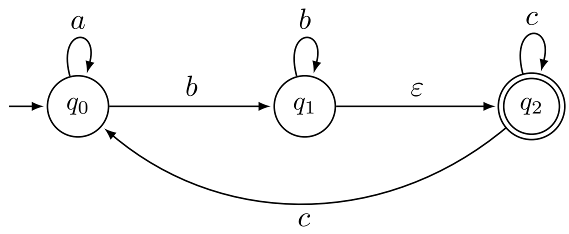
(e) $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n 1^m, n, m \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

(f) $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n 1 0^{n+1}, n \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

**12 Punkte**

**Zusatzaufgabe 1.**
Wandeln Sie den nachfolgenden $\varepsilon$-NEA mittels nachvollziehbarer Teilmengenkonstruktion in einen DEA um.

*Hinweis:* Die Teilmengenkonstruktion kann direkt ausgeführt werden, es ist jedoch auch möglich den Automaten zuerst von einem $\varepsilon$-NEA in einen NEA umzuwandeln und dann die Teilmengenkonstruktion durchzuführen.




**Optional**

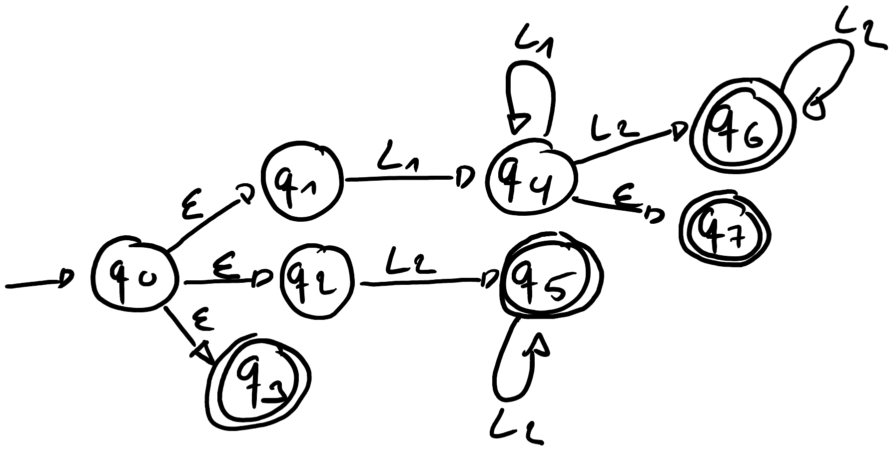
**Aufgabe 1.**

In der Vorlesung haben wir mit Hilfe von regulären Ausdrücken bewiesen, dass reguläre Sprachen bezüglich der Konkatenation abgeschlossen sind. Die Konkatenation beinhaltet nur aneinandergehände Wörter der beiden Sprachen, die sich in dem zusammengehängten Wort nicht überschneiden (sei *kalt* $\in L_a$ und *alter* $\in L_b$, dann ist *kaltalter* ein Element der Konkatenation der Sprachen $L_a$ und $L_b$, jedoch nicht *kalter*). Also gilt für zwei reguläre Sprachen $L_1$ $L_2$ über $\Sigma$, dass auch

$$L_1, L_2 = \{w \mid w \text{ beginnt mit einem Wort aus } L_1 \text{ und endet mit einem Wort aus } L_2.\}$$

regulär ist.

Zeigen Sie nun die gleiche Behauptung noch einmal mit Hilfe von $\varepsilon$-NEAs. **10 Punkte**



**Aufgabe 2.**
Zeigen Sie mit einem Widerspruchsbeweis, dass jeder deterministische endliche Automat für die Sprache:

$$L = \{ w \in \{ b, c \}^* \mid w \text{ hat den Suffix bc } \}$$

mindestens 3 Zustände braucht. **10 Punkte**

**Behauptung:** Jeder EA, der die Sprache $\{001\}$ akzeptiert, muss zwischen den Präfixen $x = 0$ und $y = 00$ unterscheiden können.

**Beweis durch Widerspruch:** Annahme $x, y \in$ Klasse$[p]$.
Dann gilt für $z = 1$: $xz = 01 \notin \{001\}$, aber $yz = 001 \in \{001\}$.
Das steht im Widerspruch zu (*), also können $x$ und $y$ nicht zur gleichen Wortklasse gehören.

**Aufgabe 3.**
Geben Sie für die nachfolgenden Sprachen jeweils an, ob sie regülar sind oder nicht. Begründen Sie Ihre Antwort jeweils, wobei eine informelle Begründung hinreichend ist.

(a) $L_0 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n 1^n, n \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

(b) $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n, n \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

(c) $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^a 1^b, a + b = 10, a, b \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

(d) $L_3 = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$

(e) $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n 1^m, n, m \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

(f) $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = 0^n 1 0^{n+1}, n \in \mathbb{N}_{\geq 0}\}$

**12 Punkte**

a) nicht regulär, die Anzahl 0 kann nicht mit der Anzahl 1 verglichen werden kann

b) regulär, Anzahl 0 kann gezählt werden

c) nicht regulär, es müssen zwei Zustände gespeichert werden

d) nicht regulär, Anzahl 0 kann nicht mit der Anzahl 1 verglichen werden

e) nicht regulär, analog d

f) nicht regulär, es können nicht zwei Zustände (n & n+1) miteinander verglichen werden