Übungsserie 2

1. a) $x_0 = 118'559.999$ Basis $= 12$ $(0-B)$ $n = 7$

Von Basis 10 $\rightarrow$ Basis 12

			Rest	
$118'559$	$: 12$	$= 9879$	$11 = B$	
9879	$: 12$	$= 823$	3	
823	$: 12$	$= 68$	7	$= 5873B$
68	$: 12$	$= 5$	8	
5	$: 12$	$= 0$	5	

			Zahl	
0.999	$\cdot 12$	$= 11.988$	$11 = B$	$= BBA\ldots$
0.988	$\cdot 12$	$= 11.856$	$11 = B$	
0.856	$\cdot 12$	$= 10.272$	$10 = A$	

Abgeschnitten

$$\tilde{x}_0 = 0.5873BBB \cdot 12^5$$
$$= 5 \cdot 12^4 + 8 \cdot 12^3 + 7 \cdot 12^2 + 3 \cdot 12^1 + 11 \cdot 12^0 + 11 \cdot 12^{-1} + 11 \cdot 12^{-2}$$
$$\approx 118559{,}9930555\ldots$$

Absoluter Fehler

$$|118'559{,}9930555 - 118'559.999| = 0.0059445$$

Relativer Fehler

$$\left|\frac{118'559{,}9930555 - 118'559.999}{118'559.999}\right| = 5{,}0139 \cdot 10^{-8}$$

Gerundet

$$\tilde{x}_0 = 0.5874000 \cdot 12^5$$
$$= 5 \cdot 12^4 + 8 \cdot 12^3 + 7 \cdot 12^2 + 4 \cdot 12^1$$
$$\approx 118560$$

Absoluter Fehler

$$|118'560 - 118'559.999| = 0.001$$

Relativer Fehler

$$\left|\frac{118'560 - 118'559.999}{118'559.999}\right| = 8{,}4345 \cdot 10^{-9}$$

1. b) $f(x) = x^3 - 1.6665 \cdot 10^{15}$

$f(x_0) = 118'559.999^3 - 1.6665 \cdot 10^{15}$
$= 3546784657.95567999$

Abgeschnitten

$f(\tilde{x}_0) = 118'559{,}9930555^3 - 1.666.5 \cdot 10^{15}$
$= 3521717047 4.407451888$

Relativer Fehler

$$\left| \frac{35217170474.407451888 - 3546784657 9.55567999 9}{3546784657 9.55567999 9} \right|$$

$= 0.00706770016572 48$

Gerundet

$f(\tilde{x}_0) = 118560^3 - 1.666.5 \cdot 10^{15}$
$= 35510016000$

Relativer Fehler

$$\left| \frac{35510016000 - 3546784657 9.55567999 9}{3546784657 9.55567999 9} \right|$$

$= 0.00118894786436$

c) $K(x) = \dfrac{|3x^2| \cdot |x|}{|x^3 - 1.6665 \cdot 10^{15}|}$

Abgeschnitten

$K(\tilde{x}_0) = 1.4196 \cdot 10^5$

$$\frac{0.0070677001657248}{5{,}0139 \cdot 10^{-8}} = 1.4096 \cdot 10^5$$

Ja es war eine realistische Abschätzung. Die Zahlen sind sehr ähnlich.
Die Differenz kommt sicher von den Rundungsfehlern der Zwischenresultate.