

Dr. Jürg M. Stettbacher

Neugutstrasse 54
CH-8600 Dübendorf

Telefon: +41 43 299 57 23

Email: dsp@stettbacher.ch

Übung

Algorithmen

Im Roman *Sakrileg* des Schriftstellers Dan Brown wird eine geheime Botschaft übermittelt. Sie lautet:

1 1 2 3 5 8 13 21 LEONARDO DA VICNI THE MONA LISA

Wir wollen uns um die Zahlenfolge am Anfang der Botschaft kümmern. Die einzelnen Zahlen F seien nummeriert, beginnend bei null¹. Demnach ist:

$$\begin{aligned} F_0 &= 1 \\ F_1 &= 1 \\ F_2 &= 2 \\ F_3 &= 3 \\ F_4 &= 5 \\ F_5 &= 8 \\ &\dots \end{aligned}$$

1. Bestimmen Sie die drei Zahlen F_m ($m = 8 \dots 10$) der Folge.
2. Wie nennt man die Zahlenfolge?
3. Beschreiben Sie verbal das rekursive Bildungsgesetz für jede Zahl F_n mit $n \geq 0$.
Vergessen Sie die Anfangswerte nicht.
4. Beschreiben Sie mathematisch das rekursive Bildungsgesetz für jede Zahl F_n mit $n \geq 0$.
5. Notieren Sie, ausgehend von der mathematischen Beschreibung, einen rekursiven Algorithmus, der für einen gegebenen Index n die entsprechende Zahl F_n erzeugt.
6. Entwickeln Sie ein Computer-Programm, das den oben beschriebenen, rekursiven Algorithmus implementiert. Der Index n soll dabei als Parameter dem Programm übergeben werden. Anschliessend soll das Programm alle Zahlen F_k mit $k = 0 \dots n$ auflisten.
7. Zeigen Sie mit dem Programm alle Zahlen F_k von $k = 0 \dots 100$ an. Welches Problem tritt auf?
Versuchen Sie, den Verlauf des Programms in geeigneter Weise grafisch darzustellen und machen Sie eine Abschätzung für die Berechnungsdauer.
8. Implementieren Sie das Programm in einer alternativen Weise, so dass die Probleme nicht mehr auftreten.
9. Was passiert nun, wenn Sie die Zahlen F_k von $k = 0 \dots 500$ berechnen lassen?

¹ Ohne es speziell zu erwähnen setzen wir voraus, dass die Zahlen F natürliche Zahlen sind, also Elemente der Menge \mathbb{N} . Ebenso sind die Indices natürliche Zahlen aus der Menge \mathbb{N}_0 . Im Gegensatz zu \mathbb{N} schliesst die Menge \mathbb{N}_0 die Zahl Null mit ein.

Lösungen

1)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

2) Fibonacci-Folge

3) Die zwei ersten Zahlenwerte sind jeweils 1. Danach addiert man jeweils die beiden vorhergehenden Zahlen zusammen. Dieser Schritt wiederholt man so häufig, bis man die gewünschte Zahl ist. Es kann unendlich oft durchgeführt werden.

4) $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

5) $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

6) siehe Eclipse

7) Die Zahlen wachsen exponentiell an, dementsprechend wird es schnell der Wert von int überschritten

8) Unselbstig mit long / double

9) es stösst an seine Grenzen

Lösung zu 6)

```
public class Fibonacci {
    private int anzahlZahlen;
    private int ersteZahl = 1;
    private int zweiteZahl = 1;

    public Fibonacci(int anzahlZahlen) {
        this.anzahlZahlen = anzahlZahlen;
    }

    public int durchfuehren() {
        System.out.println("Indexwert: 1" + " Zahlenwert " + ersteZahl);
        System.out.println("Indexwert: 2" + " Zahlenwert " + zweiteZahl);
        for(int i = 3; i <= anzahlZahlen; i++) {
            int neueZahl = ersteZahl + zweiteZahl;
            System.out.println("Indexwert: " + i + " Zahlenwert " + neueZahl);
            zweiteZahl = ersteZahl;
            ersteZahl = neueZahl;
        }
        return zweiteZahl;
    }

    public static void main(String[] args) {
        (new Fibonacci(100)).durchfuehren();
    }
}
```