

Aufgabe 1

Die Mengen $\{A_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ sind durch

$$A_n := \{k \in \mathbb{N} \mid k \geq n\}$$

gegeben.

- (a) Bestimmen Sie $A_3 \cap A_{111}$.
- (b) Bestimmen Sie $\bigcup_{i \in \{2,5,4\}} A_i$.
- (c) In welcher Beziehung müssen i, j und m stehen, damit

$$A_i \cup A_j = A_m$$

gilt.

- (d) In welcher Beziehung müssen i, j und m stehen, damit

$$A_i \cap A_j = A_m$$

gilt.

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie für beliebige Mengen A und B die Identität

$$\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B).$$

Aufgabe 3

Schreiben Sie in der Programmiersprache ihrer Wahl eine Funktion/Methode `pow`, die von einer gegebenen Menge die Potenzmenge berechnet.

Mengen können Sie zum Beispiel als Listen oder Arrays modellieren.

Test cases:

$$\text{pow}([1, 3]) = [[], [1], [3], [1, 3]]$$

$$\text{pow}([]) = [[]]$$

$$\text{pow}(\text{pow}([])) = [[], [[]]]$$

Aufgabe 4

Geben Sie folgende Mengen explizit an.

- (a) $\{1, 3\} \times \{0, 2\}$
- (b) $A \times \{1, A\}$ wobei $A = \{2\}$.
- (c) $\mathcal{P}(\emptyset \times \{\emptyset\})$
- (d) $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1\}))$
- (e) $\mathcal{P}(\{\emptyset\} \times \{a, b\})$

Aufgabe 5

Geben Sie paarweise disjunkte Mengen $\{A_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ an, mit

$$\bigcup_{i \text{ gerade}} A_i = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ ungerade}\}$$
$$\bigcup_{i \text{ ungerade}} A_i = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ gerade}\}$$

Aufgabe 6 (Bonusaufgabe)

Geben Sie eine Partition der ungeraden natürlichen Zahlen in unendlich viele unendliche Blöcke an.