

### Aufgabe 1

Implementieren Sie in der Programmiersprache Ihrer Wahl die Addition von Vektoren und die Multiplikation mit Skalaren. Implementieren Sie dann den folgenden Algorithmus:

1. Wählen Sie drei Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  in der Ebene. Diese definieren ein Dreieck  $ABC$ .
2. Wählen Sie einen beliebigen Punkt  $p_0$  innerhalb von  $ABC$ .
3. Berechnen Sie  $p_{n+1}$  wie folgt
  - Wählen Sie per Zufallsgenerator einen der Eckpunkte  $A$ ,  $B$  oder  $C$ .
  - Ausgehend von  $p_n$ , bewegen Sie sich in Richtung der ausgewählten Ecke. Auf halber Strecke liegt der Punkt  $p_{n+1}$ .
4. Geben Sie die Punkte  $p_0..p_{50'000}$  grafisch aus.

**Lösung:** Siehe Olat im Ordner "Code".

### Aufgabe 2

Ein Lift (mit Fenster) bewege sich entlang der  $Z$ -Achse. Die Personen  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  gucken von folgenden Koordinaten aus den Fenstern ihrer Wohnungen:

$$p_1 : (11, 10, 4)$$

$$p_2 : (12, 7, 2)$$

$$p_3 : (13, 12, 3)$$

Auf welchem Stockwerk ( $Z$ -Achsenabschnitt, muss keine ganze Zahl sein) befinden Sie sich, wenn Ihnen die drei Personen  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  auf einer Linie erscheinen?

#### Wichtig:

Aus der Tatsache, dass einem die drei Personen auf der gleichen Linie erscheinen, können wir schlussfolgern, dass sie sich auf der gleichen Ebene befinden. Daraus folgt, dass sich auch der Beobachter (welcher sich mit dem Lift entlang der  $Z$ -Achse bewegt) auf der gleichen Ebene befinden muss.

Deswegen können wir zuerst die Ebene in Parameter-/Koordinatenform beschreiben und danach den Schnittpunkt mit der  $Z$ -Achse bestimmen, um den  $Z$ -Achsenabschnitt zu erhalten.

**Lösung:** Die Personen  $p_1, p_2, p_3$  erscheinen in einer Linie, wenn Sie sich auf einer Ebene mit dem Beobachter befinden. Wir bestimmen die Ebene  $E$ , die durch die Punkte  $p_1, p_2, p_3$  gegeben ist und berechnen dann deren Schnittpunkt mit der  $Z$ -Achse. Die Vektoren  $v_1 = p_1 - p_2$  und  $v_2 = p_1 - p_3$  sind parallel zur gesuchten Ebene, daher ist ein Normalenvektor von  $E$  durch

$$n = v_1 \times v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$$

gegeben. Daraus ergibt sich die gesuchte Ebenengleichung in Koordinatenform:

$$E : 7x - 3y + 8z = d$$

und wir erhalten  $d$  durch einsetzen eines der drei Punkte  $p_1, p_2, p_3$ :

$$d = 77 - 30 + 32 = 79.$$

Um den Schnittpunkt mit der  $Z$ -Achse zu bestimmen müssen wir bloss noch die  $X$  und  $Y$  Komponente des gesuchten Punktes durch 0 ersetzen und erhalten  $79 = 8z$  und somit  $z = \frac{79}{8}$ .