Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

Theoretische Informatik
D. Flumini, L. Keller, O. Stern

Übungsblatt 5

Kontextfreie Grammatiken

Abgabe: Kalenderwoche 13

Aufgabe 1.

nichtterm. term. Prod. start

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G_{SA} = (\{U, X, W\}, \{a, b, c\}, P, U)$ mit

$$P = \{U \rightarrow a, U \rightarrow b, U \rightarrow c, U \rightarrow aUa, U \rightarrow XUX, U \rightarrow WUW, W \rightarrow c, X \rightarrow b\}$$

$U \rightarrow a|b|c|aUa|XUX|WUW \quad W \rightarrow c \quad X \rightarrow b$

.

(a) Nennen Sie 3 unterschiedliche Beispielwörter dieser Sprache.

(b) Welche Sprache wird von der Grammatik G_{SA} beschrieben?

(c) Geben Sie die Ableitungen der Wörter $w_0 = a$ und $w_1 = cbabc$ an.

(d) Ist diese Grammatik eindeutig oder mehrdeutig? Eine intuitive Antwort genügt, es ist daher kein formeller Beweis notwendig.

(e) Diese Sprache lässt sich auch mit dem Verwenden von nur einem Nichtterminal beschreiben. Geben Sie die entsprechende Grammatik an.

(f) Jede reguläre Sprache kann durch eine kontextfreie Grammatik beschrieben werden. Umgekehrt gilt jedoch nicht, dass jede von einer kontextfreien Grammatik beschrieben Sprache regulär ist. Beschreibt die gegebene kontextfreie Grammatik G_{SA} eine reguläre Sprache? Begründen Sie ihre Antwort. Es genügt eine informelle Antwort.

12 Punkte

Aufgabe 1

a) $w_1 = a$

$w_2 = b$

$w_3 = c$

b) $L = \dots$ David

c) $w_0 = U$

$w_1 =$ z.B.: $WXUXW$

d) sie ist mehrdeutig, da z.B. b entweder durch die Ableitung U oder X entstehen kann

e) $G_{SA} = (\{U\}, \{a, b, c\}, P, U)$ unsicher

f) Es ist eine reguläre Sprache, denn alle Wörter sind mit dem Startsymbol ableitbar.

Aufgabe 2.
Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G_{AR} = (\{A, B, C\}, \{\alpha, +, \times, (,)\}, P, A)$ für arithmetische Ausdrücke mit den nachfolgenden Regeln / Produktionen, die in P enthalten sind.

$$\begin{array}{ll} A \to A + B & A \to B \\ B \to B \times C & B \to C \\ C \to (A) & C \to \alpha \end{array}$$

Geben Sie jeweils eine Ableitung und den Ableitungsbaum für folgende Wörter an.

(a) $(\alpha + \alpha) + \alpha$

(b) $\alpha \times (\alpha + \alpha)$

(c) $\alpha + \alpha \times \alpha$

(d) (α)

8 Punkte

Aufgabe 3.
Erstellen Sie kontextfreie Grammatiken für die folgenden Sprachen. Das Alphabet ist jeweils $\Sigma = \{0, 1, +, -\}$.

(a) $L_0 = \{\, w \mid w$ ist eine **Binärzahl** ≥ 0 und durch 2 teilbar $\}$

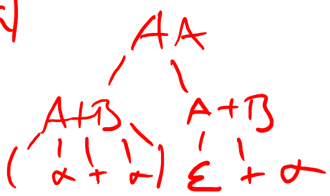
(b) $L_1 = \{\, w \mid w$ ist eine beliebige negative **Binärzahl**. $\}$

(c) $L_2 = \{\, w \mid$ w ist ein gültiger mathematischer Ausdruck, bestehend aus **Binärzahlen** > 0 und den Operatoren $+$ und $-$. $\}$

Hinweis: Die hier beschriebenen Operatoren haben immer zwei Argumente. Das heisst $1 + 0$ ist eine gültige Operation, jedoch nicht -1 oder $+2$. **9 Punkte**

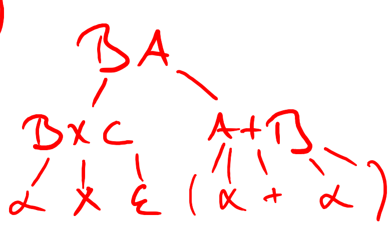
Aufgabe 2 → consider

a)



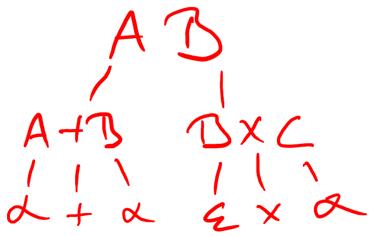
Ableitung: AA

b)



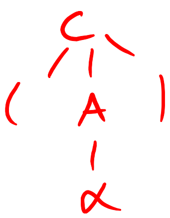
Ableitung: BA

c)



Ableitung: AB

d)



Ableitung: C

Aufgabe 3

a) $G_a = (\{A, N\}, \{0, 1, +, -\}, P, A)$

$P = \{A \rightarrow 1N0 \mid 0, N \rightarrow \varepsilon \mid N1 \mid N0\}$

b) $G_b = (\{B, N\}, \{0, 1, +, -\}, P, B)$

$P = \{B \rightarrow -1N, N \rightarrow \varepsilon \mid N1 \mid N0\}$

c) $G_c = (\{C, N\}, \{0, 1, +, -\}, P, C)$

$P = \{C \rightarrow -1N \mid 1N, N \rightarrow \varepsilon \mid N1 \mid N0 \mid +N \mid -N\}$