ZHAW Zurich University of Applied Sciences

Institute for Applied Mathematics and Physics, School of Engineering

Lösungen PhIT Übung 8

Prof. Dr. R.M. Füchslin, Dr. R. Luchsinger

Diese Übungen dienen dazu, Sie mit einigen Konzepten und Rechenmethoden der Physik vertraut zu machen. Sie machen diese Übungen für sich. Das bedeutet:

- Sie müssen keine Übungen abgeben.
- Sie können gerne in Gruppen arbeiten. Wir empfehlen das sogar.
- Wir machen keine Korrekturen, stellen aber Musterlösungen zur Verfügung. Der/die ÜbungsbetreuerIn ist Ihr Coach. Diese(r) wird Ihnen nach bestem Wissen Ihre Fragen beantworten. Die Fragen stellen müssen Sie aber selber.

Aufgabe 0 Flüsse und Linienintegrale

In dieser Aufgabe geht es darum, Linien- und Flussintegrale zu üben. Wir, bzw. Sie, berechnen einige einfache Fälle. Es geht mir weniger um Formeln, als vielmehr um ein Verständnis dessen, was diese Integrale besagen.

Die Idee ist, dass Sie nicht allzuviel rechnen sondern die Resultate durch Nachdenken herausfinden.

Eine Kurve, z.B. ein Kreis, kann dargestellt werden in der Form:

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} \gamma_x(t) \\ \gamma_y(t) \\ \gamma_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos(t) \\ r\sin(t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Mit dem Vektor $\vec{V}$ bezeichnen wir die Geschwindigkeitsvektoren der Kurve γ, also die Tangentialvektoren an die Kurve:

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \frac{d\gamma_x}{dt} \\ \frac{d\gamma_y}{dt} \\ \frac{d\gamma_z}{dt} \end{pmatrix} \tag{2}$$

Auch wenn Sie es eigentlich wissen sollten (!): Gegeben sei ein Vektor $\vec{u} = (\cos(\alpha), \sin(\alpha), 0)$. Der Vektor liegt in der xy – Ebene. Der um die z – Achse im Gegenuhrzeigersinn um 90° gedrehte Vektor $\vec{w}$ hat die Koordinaten $\vec{w} = (-\sin(\alpha), \cos(\alpha), 0)$, s. Fig. 1.

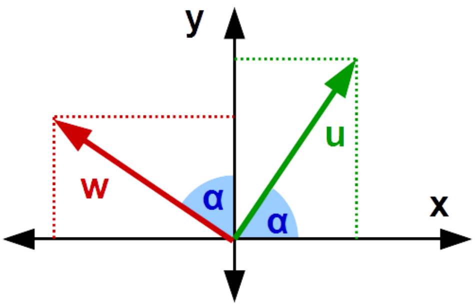


Fig. 1

Fall 1

Gegeben sei eine kreisförmige Kurve γ in der xy – Ebene, s. Fig. 2. Weiter haben wir ein Vektorfeld $\vec{u}(x,y,z) = (u_x(x,y,z), u_y(x,y,z), u_z(x,y,z)) = (u,0,0)$; dabei ist u eine Konstante (Das Vektorfeld ist also konstant und zeigt in x – Richtung.). Wie gross ist das Linienintegral:

$$\int_\gamma \vec{u}d\vec{\gamma} = ? \tag{3}$$

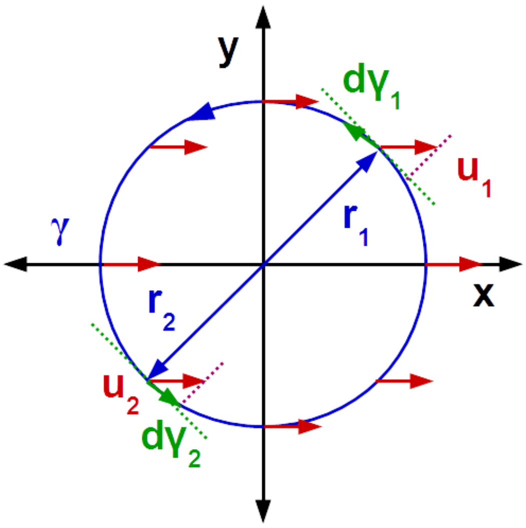


Fig. 2

Fall 2

Gegeben sei eine kreisförmige Kurve γ in der xy – Ebene, s.Fig. 3. Weiter haben wir ein Vektorfeld $\vec{u}(x,y,z) = (-\alpha\,y, \alpha\,x, 0)$; dabei ist α eine Konstante (Das Vektorfeld ist also parallel zu den Tangenten an den Kreis). Wie gross ist das Linienintegral:

$$\int_{\gamma} \vec{u} \cdot d\vec{\gamma} = ? \tag{4}$$

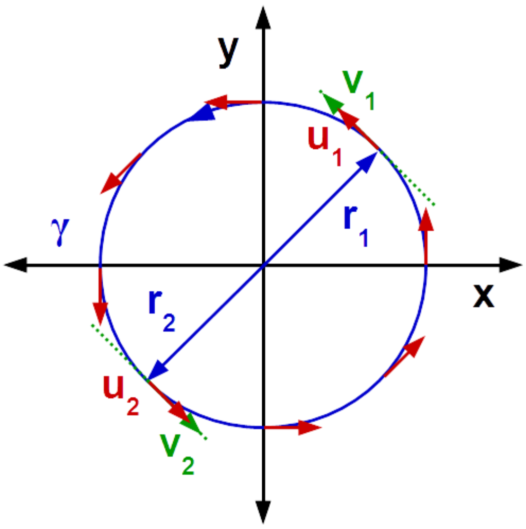


Fig. 3

Fall 3

Gegeben sei eine kreisförmige Kurve γ in der xy – Ebene, s.Fig. 4. Weiter haben wir ein Vektorfeld $\vec{u}(x,y,z) = (\alpha\,y, -\alpha\,x, 0)$; dabei ist α eine Konstante (Das Vektorfeld ist also antiparallel zu den Tangenten an den Kreis). Wie gross ist das Linienintegral:

$$\int_\gamma \vec{u} \cdot d\vec{\gamma} = ? \tag{5}$$

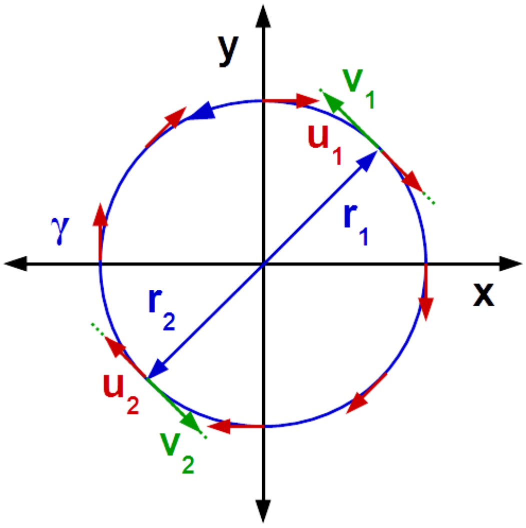


Fig. 4

Fall 4

Gegeben sei eine kreisförmige Kurve γ in der xy – Ebene, s.Fig. 5. Weiter haben wir ein Vektorfeld $\vec{u}(x,y,z) = (\alpha\,\mathrm{y}, \alpha\,\mathrm{x}, 0)$; dabei ist α eine Konstante (Das Vektorfeld ist also senkrecht zu den Tangenten an den Kreis). Wie gross ist das Linienintegral:

$$\int_\gamma \vec{u} \cdot d\vec{\gamma} = ? \tag{6}$$

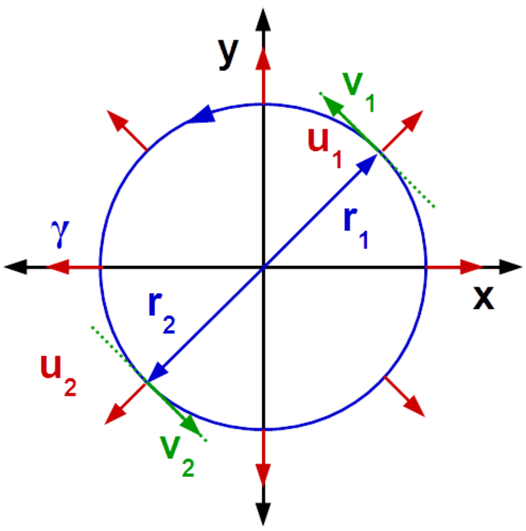


Fig. 5

Fall 5

Gegeben sei eine kreisförmige Kurve γ in der xy – Ebene, s.Fig. 6. Gemein wie wir sind, durchlaufen wir jetzt die Kurve aber im Uhrzeigersinn (Achten Sie auf den kleinen blauen

Pfeil!). Weiter haben wir ein Vektorfeld $\vec{u}(x,y,z)=(\alpha y,-\alpha x,0)$; dabei ist α eine Konstante (Das Vektorfeld ist also parallel zu den Tangenten an den Kreis). Wie gross ist das Linienintegral:

$$\int_\gamma \vec{u}\cdot d\vec{\gamma}=? \tag{7}$$

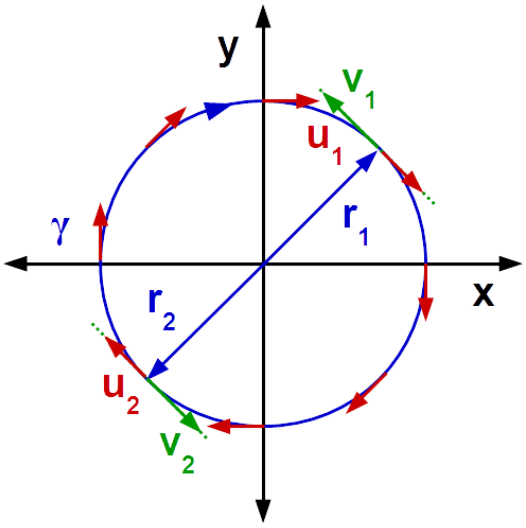


Fig. 6

Fall 6

Gegeben sei eine rechteckförmige Fläche Ω in der xy – Ebene welche durch eine Kurve γ berandet wird, s. Fig. 7. Weiter haben wir ein Vektorfeld $\vec{u}(x,y,z)=(0,0,u)$; dabei ist u eine Konstante (Das Vektorfeld steht also senkrecht auf Ω). Wie gross ist der Fluss von $\vec{u}$ durch Ω :

$$\Phi_{\vec{u}}=\int_\Omega \vec{u}\cdot d\vec{\sigma} \tag{8}$$

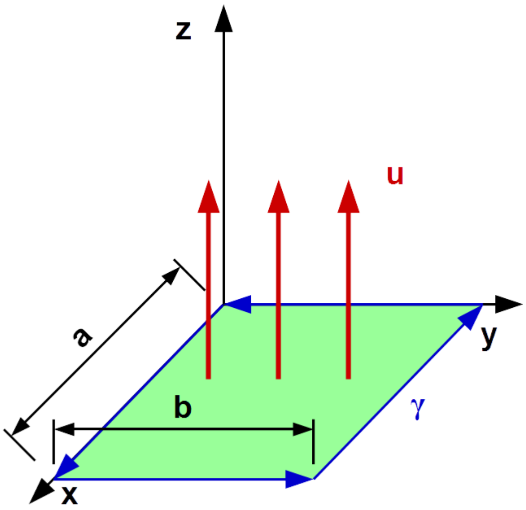


Fig. 7

Fall 7

Gegeben sei eine rechteckförmige Fläche Ω in der xy – Ebene welche durch eine Kurve γ berandet wird, s. Fig. 7. Die Orientierung der Fläche zeigt nach oben. Weiter haben wir ein Vektorfeld $\vec{u}(x,y,z)=(0,\frac{u}{\sqrt{2}},\frac{u}{\sqrt{2}})$; dabei ist u eine Konstante (Das Vektorfeld steht also schräg auf Ω). Wie gross ist der Fluss von $\vec{u}$ durch Ω :

$$\Phi_{\vec{u}}=\int_{\Omega}\vec{u}\cdot d\vec{\sigma} \qquad (9)$$

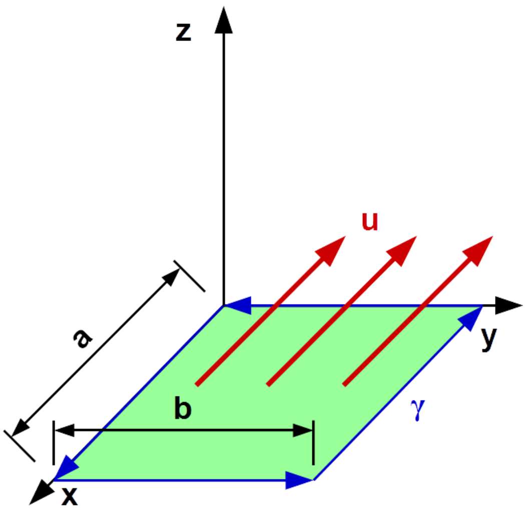


Fig. 8

Fall 8

Gegeben sei eine rechteckförmige Fläche Ω in der xy – Ebene welche durch eine Kurve γ berandet wird, s. Fig. 7, wobei wir die Orientierung gedreht haben. Weiter haben wir ein

Vektorfeld $\vec{u}(x,y,z) = (0, \frac{u}{\sqrt{2}}, \frac{u}{\sqrt{2}})$; dabei ist u eine Konstante (Das Vektorfeld steht also schräg auf Ω). Wie gross ist der Fluss von $\vec{u}$ durch Ω :

$$\Phi_{\vec{u}} = \int_{\Omega} \vec{u} \cdot d\vec{\sigma} \tag{10}$$

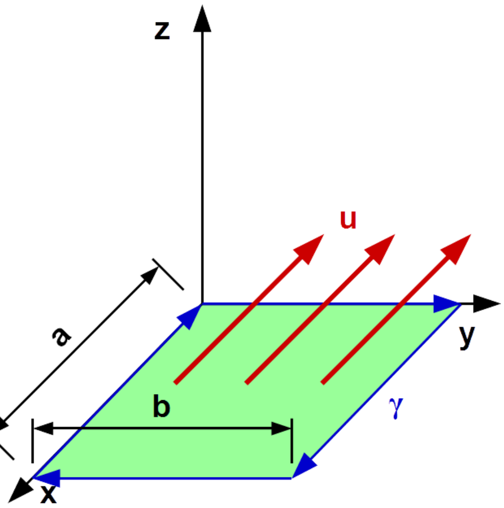


Fig. 9

Aufgabe 1 Elektrische Felder auf geladenen Leitern

Zeichnen Sie die elektrischen Felder für die zwei geladenen Leiter ein. Der Leiter auf der linken Bildseite ist positiv geladen, der Leiter auf der rechten Bildhälfte negativ. Die Leiter und ihre Felder beeinflussen sich nicht, die beiden Bildhälften sind völlig unabhängig voneinander.

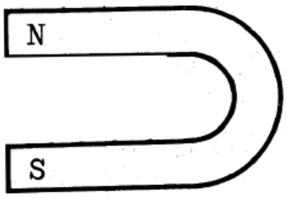
Aufgabe 2 (Wiederholung) Kraft auf eine bewegte Ladung

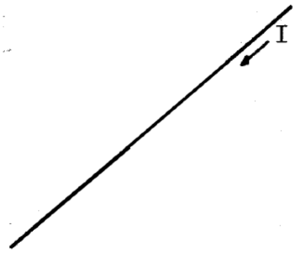
Welche Kraft wirkt auf ein Teilchen mit Ladung $q = 2C$ (Einheit der Ladung ist Coulomb) und Geschwindigkeit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$ in einem Magnetfeld $\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} Tesla$?

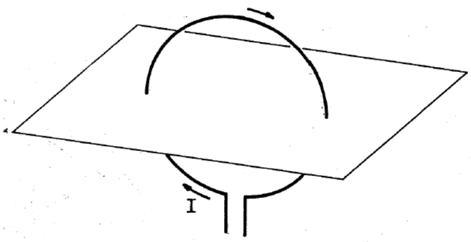
Aufgabe 3 Magnetfelder

In dieser Aufgabe geht es darum, qualitative Aspekte von Magnetfeldern zu beschreiben.

a) Zeichnen Sie bei den unten angegebenen Permanentmagneten und stromdurchflossenen Leitern qualitativ das Magnetfeld ein.







b) Erklären Sie Ihren Banknachbarn oder Banknachbarin, wie das Magnetfeld der unten angegebenen Spule zustande kommt. Gehen Sie davon aus dass eine Spule aus vielen einzelnen Schleifen besteht. Die Aufgabe ihres/r GesprächspartnerIn besteht darin, ihre Erklärung möglichst auseinanderzunehmen. D. h., versuchen Sie Lücken in der Argumentation zu finden und decken Sie logische Schwächen in der Erklärung auf.

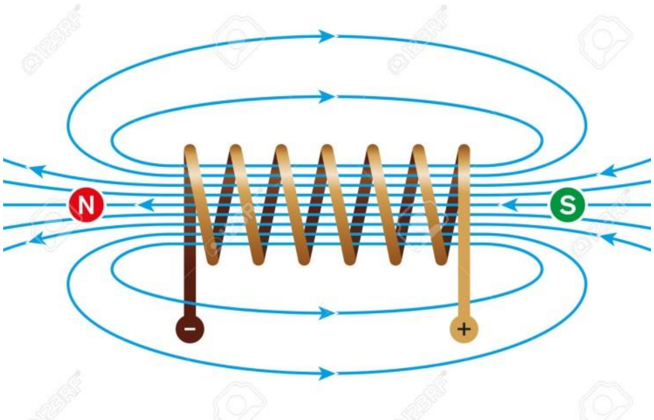


Fig. 10

Aufgabe 4 Elektrisches Feld eines Zylinders

Bestimmen Sie mithilfe des Gauss‘schen Gesetzes das elektrische Feld einer unendlich langen, geladenen geraden Stange. Die „Längenladungsdichte“ (Ladung pro Meter) sei λ. Bestimmen Sie den Betrag und die Richtung des elektrischen Feldes falls $\lambda > 0$ als Funktion r (Abstand von der Stange).

Anleitung: Legen Sie einen Zylinder mit Radius r und Länge L um die Stange und berechnen Sie den Fluss des elektrischen Feldes durch den Zylinder.

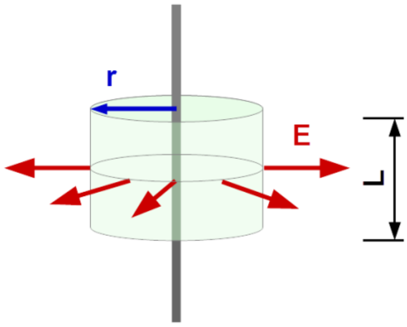


Fig. 11

Aufgabe 5 Induktion in einer Schlaufe

Gegeben seien zwei Leiter (orange) mit Abstand L wie in Fig. 12. Auf den beiden Leitern liegt ein Metallstange (grau). Die Leiter und die Stange bilden eine Fläche S. Senkrecht zu der Fläche S (in der zy – Ebene), steht ein Magnetfeld $\vec{B}$ mit Betrag B. Die Stange wird mit konstanter Geschwindigkeit v in y – Richtung gezogen. Zum Zeitpunkt t = 0 liegt die Stange ganz auf der linken Seite der Leiter (der Flächeninhalt S ist zum Zeitpunkt t = 0 gleich null).

Frage: Welche Spannung herrscht zwischen den Punkten A und B? Hinweis: Der Leiter und die Stange bilden eine Fläche S, welche vom magnetischen Feld $\vec{B}$ durchflossen werden. Wenn sich die Stange bewegt, dann ändert sich der Flächeninhalt von S und damit auch der Fluss durch S.

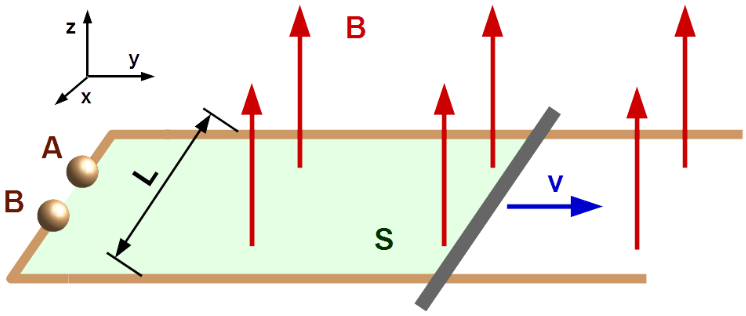


Fig. 12

Aufgabe 6 Magnetisches Feld am Kopf einer Spule

Gegeben ist eine Spule mit einem Kern mit Radius $r = 2cm$. Die Spule wird von einem Strom $I = 0.02A$ durchflossen. Die Länge des Drahtes S entlang der Wicklung um die Spule beträgt etwa 50m. Die Länge der Spule beträgt $L = 10cm$. Die Stärke des magnetischen Feldes am Kopfende des Kerns beträgt etwa $|\vec{B}| = B = 0.8T$. Aus welchem Material ist der Kern gemacht (Sie werden die Tabelle über Permeabilitätszahlen in Vorlesung 7 gebrauchen)?

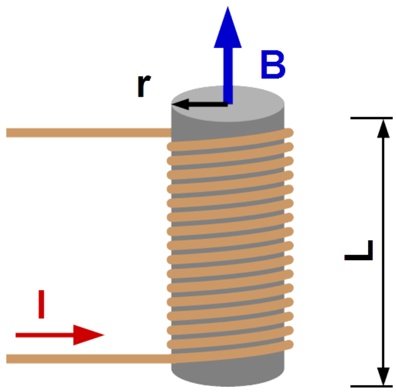


Fig. 13

Aufgabe 7 Teilchen im Magnetfeld

Wir betrachten ein Teilchen in einem Magnetfeld. Das Magnetfeld steht vertikal (parallel zur z - Achse) $\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} Tesla$, die Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens verläuft in Richtung der y-Achse $\vec{v}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$. Bestimmen Sie mit Berkeley Madonna den Verlauf der Bewegung des Teilchens. Die Masse des Teilchens sei $m = 0.001kg$ und seine Ladung $q = 0.01C$.

Achtung: es geht in dieser Aufgabe nicht darum, die Ergebnisse zum Zyklotronradius aus der Vorlesung abzuschreiben. Vielmehr sollen sie mithilfe der Lorentzkraft die Bewegungsgleichungen des Teilchens aufschreiben und diese mit Berkeley Madonna lösen.

Aufgabe 8 Fragen und Antworten

Behauptung	Richtig	Falsch
Ein ruhender Magnet kann eine ruhende Ladung durch magnetische Wechselwirkung in Bewegung versetzen.		
Ein Elektron bewegt sich im Innern einer als sehr lang angenommenen Spule parallel zu den Feldlinien des Magnetfeldes (wir nehmen an, die Spule sei Strom durchflossen). Aussage: das Elektron wird durch die Lorentzkraft aus seiner Bahn abgelenkt.		
Magnetfelder wirken auf Ströme und Ströme erzeugen Magnetfelder.		
Elektrische Ströme können erzeugt werden, indem man einen Leiter in einem Magnetfeld bewegt, oder indem man den magnetischen Fluss durch eine leitende Schlaufe ändert.		
Eine drehbare elektrisch leitende Schlaufe befindet sich in einem konstanten magnetischen Feld. Strom fliesst durch die Schlaufe. Aussage: damit die Schlaufe eine Drehung vollendet, muss sich die Stromrichtung nach einer halben Drehung ändern.		

Aufgabe 9 Transformatoren

Eine Wechselspannung von 220 V und der Frequenz 50 Hz soll auf eine Wechselspannung von 12 kV transformiert werden. Die Primärspule habe 600 Windungen und die Spulenlänge beträgt 10 cm. Der Transformator hat einen Eisenkern mit einer Permeabilität von $\mu_r = 400$ und eine Querschnittsfläche von $A = 10^{-3} m^2$.

a.) Welche Windungszahl muss die Sekundärspule haben?
b.) Welche Windungszahl müssen Primär- und Sekundärspule haben, wenn eine Stromstärke von 1.5 A auf der Primärspule nicht überschritten werden soll