Übungsserie 5

1.) $f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$

a) $F(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 9 = 0$

$$230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 9 = 221x$$

$$\frac{230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 9}{221} = x$$

$$x_{n+1} = F(x_n)$$

Einsetzen:

Startwerte

-1	0	1
$0.959...$	$-0.407...$	1.122
$0.949...$	$-0.406...$	1.776
$0.913...$	$\vdots$	10.898
$0.406...$		$\vdots$
$-0.279 \cdot 10^{-5}$		
$-0.0407...$		
$-0.0406...$		
$\vdots$		

$$F'(x) = \frac{2x}{221} \cdot (460x^2 + 27x + 9)$$

$F'(-1) = -4 \longrightarrow < 1$ anziehender Fixpunkt

$F'(1) \approx 4.49 \longrightarrow > 1$ abstossender Fixpunkt

$\underline{\overline{x_1} \approx -0.0407}$ $\quad x_2$ ist anhand der Fixpunktiteration nicht bistimmbar.

b) mit Randwerte Testen. $[-0.5, 0.5]$

$F(-0{,}5) = 0{,}024$

$F(0{,}5) = 0{,}044$

Beide mit Intervall $[-0.5, 0.5]$ ✓

$\alpha = \max(F'(x)) \Rightarrow F'(0.5) = 0.6222$

c) $|x_n - \bar{x}| \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha} |x_1 - x_0| \leq 10^{-9}$

$$\Rightarrow \alpha^n \geq \frac{10^{-9}}{|x_1 - x_0|} \cdot (1-\alpha)$$

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{-9} \cdot (1-\alpha)}{x_1 - x_0}\right)}{\log(\alpha)} \approx 38.976$$

Man muss also 39 mal iterieren.
Dies ist eher unrealistisch. In der vorherigen Aufgabe haben wir zwischen 2 und 7 interationen gebraucht.

Entspricht nicht der Realität.

2.) c) $F(x) = aK(1-K) = K$

$$aK = \frac{K}{(1-K)}$$

$$\underline{\underline{a = \frac{1}{1-K}}}$$