

**Semesterendprüfung INCO FS 2017****Maximum: 62 Punkte****Zeit: 90 Minuten****Die Herleitung der Lösungen muss ersichtlich sein.**

Name:			Vorname:			Klasse:
1:	2:	3:	4:	5:	Punkte total:	Note:
6:	7:	8:				

**Erlaubte Hilfsmittel: INCO-Script, INCO-Übungen, eigene Zusammenfassung.  
Elektronischer Taschenrechner.**

**Nicht erlaubt: Elektronische Geräte wie GSM, Smartphones, etc. Einzige erlaubte Ausnahme ist ein Taschenrechner als Einzelgerät. Ebenfalls untersagt sind Bücher.**

**Für die Antworten sind sinnvollerweise separate Blätter zu nutzen.**

**1. Zahlensysteme und Codes****1 + 1 + 1 + 2 = 5 Punkte**

- a) Multiplikation im Zweiersystem (=Dualsystem = Binärsystem):  
Die beiden positiven Binärzahlen 1101 und 1001 sind im Binärsystem von Hand und schriftlich zu multiplizieren.
- b) Gesucht ist die von Hand und schriftlich berechnete Summe der beiden Hexadezimalzahlen 1F3B und 2A22.
- c) Die positive Binärzahl  $Z_2 = 01011001$  ist in BCD Notation darzustellen.
- d) Die Dezimalzahl -15.9375 ist ins Zweiersystem zu konvertieren.

**2. Digitaltechnik****2 + 2 + 2 + 2 = 8 Punkte**

Gegeben ist die folgende Wahrheitstabelle:

A	B	C	Q
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

- Geben Sie die Bool'sche Funktion Q der Wahrheitstabelle in der disjunktiven Normalform an.
- Vereinfachen Sie die Bool'sche Funktion Q mit Hilfe der folgenden Karnaugh-Tafel.

	B	B	$\overline{B}$	$\overline{B}$
A				
$\overline{A}$				
	$\overline{C}$	C	C	$\overline{C}$

- Zeichnen Sie die Bool'sche Funktion Q als Gatterschaltung.
- Entwerfen Sie eine Gatterschaltung, die nur aus NAND-Gattern besteht und die Bool'sche Funktion Q realisiert.

### 3. Information; Entropie

1 + 1 + 3 + 2 = 7 Punkte

Ein regelmässiger „Würfel“ mit dreieckigen Seiten (Tetraeder) hat vier Flächen und enthält die Augenzahlen 1 bis 4. Eine Quelle Q, die Zufallszahlen zwischen 1 und 16 liefert, wirft zwei derartige Würfel, einen roten und einen blauen und liefert das *Produkt* der Augenzahlen als Output.

- a) Wie gross ist der Informationsgehalt, wenn die Quelle Q die Zahl 4 ausgibt?
- b) Wie gross ist der Informationsgehalt, wenn die Quelle Q die Zahl 5 ausgibt?
- c) Wie gross ist die Entropie der Quelle Q?
- d) Wie gross ist die Redundanz, wenn die Summe der Augenzahlen mit 4 Bit dargestellt wird?

### 4. Huffman Codierung

3 + 4 + 3 = 10 Punkte

Ein Satellit macht im Orbit Strahlungsmessungen und prüft alle paar Sekunden, in welche Kategorie der Messwert fällt. Als Resultate der Messung kommen damit die Werte „low“, „mid“ und „high“ in Frage. Nach langem Beobachten stellt man fest, dass in 60 % der Fälle ein „low“, in 30 % ein „mid“ und in 10 % der Fälle ein „high“ auftritt.

- a) Entwickeln Sie einen Huffman Code mit einem Codewort pro Messresultat.  
Wie gross sind die Entropie, die mittlere Codewortlänge und die Redundanz?
- b) Es ist nun die Anforderung, einen anderen Code mit noch kleinerer Redundanz zu finden. Entwickeln Sie dazu einen neuen Huffman Code für die Messresultate, der die Anforderung erfüllt. Wie gross wird die Redundanz nun?
- c) Nun stellt man fest, dass die ursprüngliche Beobachtung nicht richtig war, denn die Auftretenswahrscheinlichkeiten von „mid“ und „low“ sind in Wahrheit vertauscht. Welchen Einfluss hat dies auf die folgenden Grössen, bei Verwendung des zuvor entwickelten Codes? Geben Sie bei jeder der drei Grössen an, ob sie gleich gross bleibt, oder grösser oder kleiner wird (Sie brauchen die neuen Werte **nicht** zu berechnen):
  - a) Entropie
  - b) Mittlere Codewortlänge
  - c) Redundanz



**5. Lempel-Ziv Codierung****3 + 3 + 2 = 8 Punkte**

Gegeben ist der folgende Text, bestehend aus 7-Bit ASCII Zeichen. Beachte: Der Text besteht nur aus Buchstaben ohne Leerzeichen.

**A A B B A A A B B B A A A A B B B B ...**

Gesucht:

- a) LZ77-Codierung des Textes, wenn der Search-Buffer 15 Zeichen und der Preview-Buffer 7 Zeichen umfasst. Token, die am Textende nicht vollständig bestimmbar sind, dürfen ignoriert werden.
- b) LZ78-Codierung, wenn ein Wörterbuch für 255 Einträge verwendet wird. Token, die am Textende nicht vollständig bestimmbar sind, dürfen ignoriert werden.
- c) Wie gross sind die Kompressionsraten  $R_a$  und  $R_b$  für die Teilaufgaben (a) und (b)? Welches Verfahren erzielt eine Kompression?

**6. Kanalmodell, Kanalcodierungstheorem****4 + 3 = 7 Punkte**

Gegeben ist ein Binary Symmetric Channel (BSC) mit einer Bitfehlerrate  $\varepsilon = 0.005$ .

Gesucht sind:

- a) Zur Übertragung auf diesem Kanal wird aus jeweils  $K$  Informationsbits (zum Beispiel  $K = 250$ ) ein Codewort aus  $N$  Bits gebildet. Wie gross muss  $N$ , die Anzahl der Bits pro Codewort, mindestens gewählt werden, dass die Fehlerwahrscheinlichkeit bei der Übertragung beliebig klein gemacht werden kann?
- b) Es wird nun ein  $(23, 17)$  Code verwendet, der  $t = 2$  Fehler korrigieren kann. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Codewort (inkl. Fehlerkorrektur) beim Empfänger korrekt decodiert wird? Geben Sie das Resultat mit 4 Stellen nach dem Komma an.

## 7. Block Codes

1 + 1 + 1 + 2 + 4 = 9 Punkte

Ein Repetition-Code  $R^5$  macht aus jedem Eingangsbit eine Fünfergruppe von identischen Bits.

Gesucht:

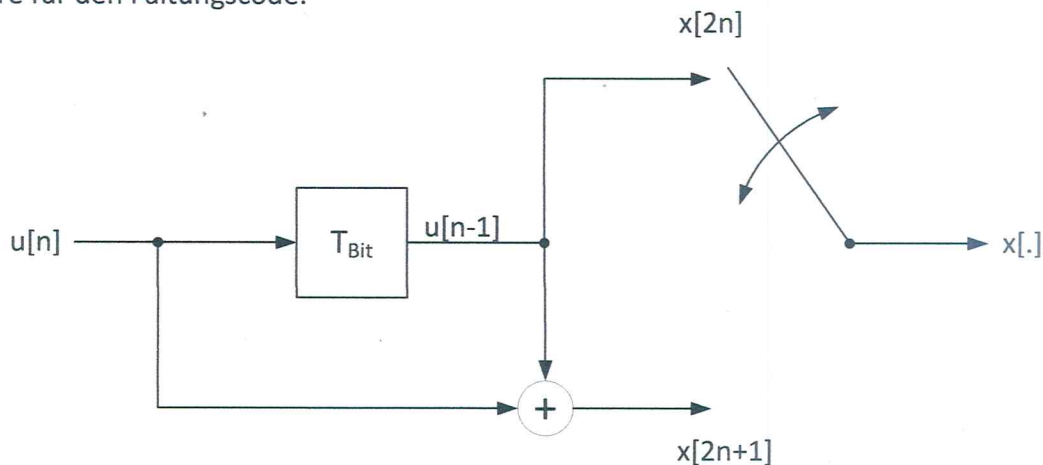
- Wie gross sind  $K$  und  $N$ ? Ist der  $R^5$  Code linear, systematisch, zyklisch?
- Wie viele Fehler kann der  $R^5$  Code sicher erkennen und korrigieren?
- Schreiben Sie die Generatormatrix  $G$  zum Repetition-Code  $R^5$  auf.
- Schreiben Sie die Parity-Check Matrix  $H$  zum  $R^5$  Code auf.
- Stellen Sie die vollständige Syndromtabelle für die Fehlerkorrektur auf.

## 8. Faltungscodierung

2 + 3 + 1 + 2 = 8 Punkte

Gegeben ist die nachstehende

Hardware für den Faltungscodierung:



6 Bits = 7 "Kästli"

Gesucht:

- Zustandsdiagramm
- Trellisdiagramm für die Länge einer Infosequenz von 6 Bits (inklusive ein Tail-Bit)
- Wie gross ist die freie Distanz  $d_{\text{free}}$ ? Bitte begründen.
- Für das Infowort  $u[n] = 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0$  bestimme man das Codewort. Die Anfangsbedingung ist:  $u[n-1] = 0$ .