

# Übungsblatt 8

## Berechenbarkeit

Abgabe: Kalenderwoche 20

### Aufgabe 1.

Geben Sie LOOP-Programme an, die folgende Funktionen berechnen (ohne Verwendung von Makros).

(a)  $f: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $f(a, b) = \max(a, b)$

(b)  $h: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $h(x, y) = |x - y|$

(c)  $i: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit

$$i(x, y) = \begin{cases} \max(x - y, 0) & \text{falls } x \text{ ungerade} \\ \max(y - x, 0) & \text{falls } x \text{ gerade} \end{cases}$$

**15 Punkte**

### Aufgabe 2.

Geben Sie WHILE-Programme an, die folgende Funktionen abbilden (ohne Verwendung von Makros).

(a)  $f(n) = \begin{cases} 0 & \text{falls } (2n)^2 > 0 \\ \uparrow & \text{sonst} \end{cases}, n \in \mathbb{N}$

(b)  $g(n) = \begin{cases} n + g(n - 1) & \text{falls } n > 0 \\ \uparrow & \text{sonst} \end{cases}, n \in \mathbb{N}$

(c)  $h(n) = n * (\log_2(4 * \max(4^n, \log_2(n + 1)))) - n - 2, n \in \mathbb{N}$

*Hinweis:* Versuchen Sie zuerst die Funktionen soweit wie möglich zu vereinfachen, bevor Sie mit der effektiven Implementierung beginnen.

**15 Punkte**

**Aufgabe 3.**

Seien  $A, B \subseteq \Sigma^*$  zwei beliebige Sprachen. Beweisen Sie folgende Aussagen.

- (a) Wenn  $A$  und  $B$  beide entscheidbar sind, dann ist auch  $A \cap B$  entscheidbar.
- (b) Wenn  $A$  entscheidbar ist, dann ist auch das Komplement  $\overline{A}$  entscheidbar.
- (c) Wenn  $A$  und  $B$  beide semi-entscheidbar sind, dann ist auch  $A \cup B$  semi-entscheidbar.

*Hinweis:* Sie können die Beweise mithilfe von Pseudocode und falls notwendig mit einer kleinen Beschreibung durchführen.

**15 Punkte**