

Gruppe10_IT17tb_S3_Aufg1

Mittwoch, 2. Oktober 2019 17:01

Aufgabe 1 (45 Minuten):

Wie gross ist die Schrittweite h bzw. die Anzahl benötigter Subintervalle n , um das Integral

$$I = \int_1^2 \ln(x^2) dx$$

auf einen Fehler von maximal 10^{-5} genau berechnen zu können für die summierten Rechtecksregel, die summierte Trapezregel und die summierte Simpsonregel?

Gesucht h , sodass Fehler $\leq 10^{-5}$

Rechteckregel:

$$|I - Rf(h)| \leq \frac{h^2}{24} \cdot (b-a) \cdot \max |f''(x)| \leq 10^{-5}$$

$$f''(\ln(x^2)) = -\frac{2}{x^2} \rightarrow \max |f''(x)| = -2; -\frac{1}{2}$$

$$1 - 2 = -1$$

$$\Rightarrow h^2 \cdot (b-a) \cdot 2 \leq 24 \cdot 10^{-5}$$

$$h^2 \cdot 2 \leq 24 \cdot 10^{-5}$$

$$h \leq \sqrt{\frac{24 \cdot 10^{-5}}{2}} = \underline{\underline{0,01095}}$$

$$h = \frac{(b-a)}{n} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{h} = \underline{\underline{92}}$$

Trapezregel

$$|I - Tf(h)| \leq \frac{h^2}{12} (b-a) \cdot \max |f''(x)| \leq 10^{-5}$$

$$h \leq \sqrt{\frac{12 \cdot 10^{-5}}{2}} = \underline{\underline{0,00775}}, n = \underline{\underline{130}}$$

Simpsonregel

$$|I - Sf(h)| \leq \frac{h^4}{2880} (b-a) \cdot \max |f^{(4)}(x)| \leq 10^{-5}$$

$$h \leq \sqrt[4]{\frac{2880 \cdot 10^{-5}}{12}} = \underline{\underline{0,2213}}, \underline{\underline{n=5}}$$