Theoretische Informatik
D. Flumini, L. Keller, O. Stern

Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

Übungsblatt 2

Reguläre Ausdrücke

Abgabe: Kalenderwoche 10

Aufgabe 1.
Konstruieren Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$.

(a) $\{0, 1\}^*$

(b) Sprache der Wörter, in denen jeder 1 mindestens zwei 0en folgen

(c) Sprache aller Binärzahlen, die grösser als 1 sind

(d) Sprache aller durch zwei teilbaren Binärzahlen

Hinweis: Positive Binärzahlen beginnen mit einer 1. **10 Punkte**

Aufgabe 2.
Geben Sie jeweils einen regulären Ausdruck an, der die entsprechende Sprache L beschreibt.

(a) $L = \{w \in \{u, v\}^* \mid |w|_u \text{ ist gerade}\}$

(b) $L = \{w \in \{0, 1, ...8, 9\}^* \mid w \text{ ist eine Zahl im Dezimalsystem und kann durch 5 geteilt werden}\}$

(c) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a + |w|_b = 3\}$

(d) Die Sprache der Namenskürzel der ZHAW. Ein Namenskürzel hat mindestens die Länge 4, wobei in diesen ersten 4 Zeichen ausschliesslich Kleinbuchstaben vorkommen können. Die beliebig vielen nachfolgenden Zeichen können sowohl aus Kleinbuchstaben als auch aus Zahlen bestehen.

Hinweis: Positive Zahlen im Dezimalsystem beginnen nie mit einer 0. **10 Punkte**

Aufgabe 3.
Entscheiden Sie für folgende Paare von regulären Ausdrücke über $\{x, b\}$, ob die beiden regulären Ausdrücke jeweils äquivalent sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $((U|V)T)$ und $(U|(VT))$, wobei $U, V, T \in RA_{\{x,b\}}$ beliebige reguläre Ausdrücke sind.

(b) $(b((x^*)^*(b^*)^*)^*)^*$ und $\varepsilon|(b(x|b)^*)$

Hinweis: Zwei reguläre Ausdrücke A und B sind äquivalent, falls $L(A) = L(B)$ gilt. **10 Punkte**

Aufgabe 4.
Bestimmen Sie für die regulären Ausdrücke R_1 bis R_4, welche der Wörter $w_1 = \varepsilon, w_2 = 101, w_3 = 1729, w_4 = 101 \times 0x101$ und $w_5 = 2 + -2 \times 2 \div -10$ sie jeweils akzeptieren.

(a) $R_1 = (0|(-|\varepsilon|0x)(1|...|9)(0|...|9)^*)$

(b) $R_2 = R_1((+| - | \times |\div)R_1)^*$

(c) $R_3 = \emptyset$

(d) $R_4 = 1(0^*|(0|1)^+)$

10 Punkte

Zusatzaufgabe 1.
Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Sprache der durch 3 teilbaren Binärzahlen beschreibt (führende Nullen erlaubt). **Optional**

Aufgabe 1.
Konstruieren Sie reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$.

(a) $\{0, 1\}^*$

(b) Sprache der Wörter, in denen jeder 1 mindestens zwei 0en folgen

(c) Sprache aller Binärzahlen, die grösser als 1 sind

(d) Sprache aller durch zwei teilbaren Binärzahlen

Hinweis: Positive Binärzahlen beginnen mit einer 1. **10 Punkte**

a) $(0|1)^*$

b) $(0|100)^*$

c) $(1(0|1)^+)^*$

d) $((0|1)^*0)$

Aufgabe 2.

Geben Sie jeweils einen regulären Ausdruck an, der die entsprechende Sprache L beschreibt.

(a) $L = \{w \in \{u, v\}^* \mid |w|_u \text{ ist gerade}\}$

(b) $L = \{w \in \{0, 1, ...8, 9\}^* \mid w \text{ ist eine Zahl im Dezimalsystem und kann durch 5 geteilt werden}\}$

(c) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a + |w|_b = 3\}$

(d) Die Sprache der Namenskürzel der ZHAW. Ein Namenskürzel hat mindestens die Länge 4, wobei in diesen ersten 4 Zeichen ausschliesslich Kleinbuchstaben vorkommen können. Die beliebig vielen nachfolgenden Zeichen können sowohl aus Kleinbuchstaben als auch aus Zahlen bestehen.

Hinweis: Positive Zahlen im Dezimalsystem beginnen nie mit einer 0. **10 Punkte**

a) $((uv^*u) \mid (uu|v))^*$

b) $(0|1|2|3|4|5|6|7|8|9)^*(0|5)$

c) $(a|b)(a|b)(a|b)$

d) $(x(x(x(x(x\ z)^*))))$ $\quad x \in \{a, b, c, \dots z\} \wedge z \in \{0, 1, 2, \dots 9\}$

Aufgabe 3.
Entscheiden Sie für folgende Paare von regulären Ausdrücke über $\{x, b\}$, ob die beiden regulären Ausdrücke jeweils äquivalent sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $((U|V)T)$ und $(U|(VT))$, wobei $U, V, T \in RA_{\{x,b\}}$ beliebige reguläre Ausdrücke sind.

(b) $(b((x^*)^*(b^*)^*)^*)^*$ und $\varepsilon|(b(x|b)^*)$

Hinweis: Zwei reguläre Ausdrücke A und B sind äquivalent, falls $L(A) = L(B)$ gilt. **10 Punkte**

a) $L((U|V)T) = L(U) \cup L(V)L(T)$
$L(U|(VT)) = L(U) \cup L(VT) = L(U) \cup L(V)L(T)$ $\Big\}$ $\underline{\underline{((U|V)T) = (U|(VT))}}$

b) $(b((x^*)^*(b^*)^*)^*)^* = b(x)^*(b^*) = b(x|b)^*$
$\varepsilon|b(x|b)^*)$ $\Big\}$ $(b((x^*)^*(b^*)^*)^*)^* = \varepsilon|(b(x|b)^*)$

$\Rightarrow$ Da das leere Wort in jedem Alphabet ist und jeweils ein Prä- oder Suffix von jedem Teilwort sein kann

Aufgabe 4.

Bestimmen Sie für die regulären Ausdrücke R_1 bis R_4, welche der Wörter $w_1 = \varepsilon, w_2 = 101, w_3 = 1729, w_4 = 101 \times 0x101$ und $w_5 = 2 + -2 \times 2 \div -10$ sie jeweils akzeptieren.

akzeptiert = ✓
nicht akzeptiert = ✗

(a) $R_1 = (0|(-|\varepsilon|0x)(1|...|9)(0|...|9)^*)$

(b) $R_2 = R_1((+|-|\times|\div)R_1)^*$

(c) $R_3 = \emptyset$

(d) $R_4 = 1(0^*|(0|1)^+)$

10 Punkte

a) w_1 ✗
w_2 ✓
w_3 ✓
w_4 ✗
w_5 ✗

b) w_1 ✗
w_2 ✗
w_3 ✗
w_4 ✗
w_5 ✓

c) w_1 ✗
w_2 ✗
w_3 ✗
w_4 ✗
w_5 ✗

d) w_1 ✗
w_2 ✓
w_3 ✗
w_4 ✗
w_5 ✗