

Aufgabe 1 (30 Minuten):

- a) Nähern Sie die Funktion  $f(x) = e^x$  in der Umgebung von  $x_0 = 0$  mittels des Satzes von Taylor durch ein Polynom  $p(x)$  vom Grad 7 an (ohne Restglied).
- b) Wie gross ist der absolute Fehler dieser Näherung bei  $x = 1$  (auf vier Nachkommastellen genau)?
- c) Wie kann man die Eulerische Zahl  $e$  als eine unendliche Summe rationaler Zahlen (also Brüche) schreiben?

$$a) \quad f(x_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x-x_0)^n$$

$$\Rightarrow \quad g(x) \approx 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 + \frac{1}{120}x^5 + \frac{1}{720}x^6 + \frac{1}{5040}x^7$$

$$b) \quad |f(1) - g(1)| = 0,0000\dots$$

$$c) \quad 2 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!}$$