
PhIT Übung 11

Prof. Dr. R.M. Füchslin

Diese Übungen dienen dazu, Sie mit einigen Konzepten und Rechenmethoden der Physik vertraut zu machen. Sie machen diese Übungen für sich. Das bedeutet:

- Sie müssen keine Übungen abgeben.
- Sie können gerne in Gruppen arbeiten. Wir empfehlen das sogar.
- Wir machen keine Korrekturen, stellen aber Musterlösungen zur Verfügung. Der/die ÜbungsbetreuerIn ist Ihr Coach. Diese(r) wird Ihnen nach bestem Wissen Ihre Fragen beantworten. Die Fragen stellen müssen Sie aber selber.

Aufgaben 1 Optimale Last an einer Batterie

Nehmen Sie an, Sie hätten eine Batterie mit einer Strom – Spannungscharakteristik der Form: $U_{\text{Last}} = U_0 - IR_{\text{in}}$ (s. Fig. 1). Bei welchem Lastwiderstand haben Sie eine optimale Leistungsabgabe an der Last? Bemerkung: Der Lastwiderstand kann irgendein Gerät sein, welches Sie „mit Strom betreiben“; also z.B. eine Lampe, ein Mixer, ein Kühlschrank, etc.

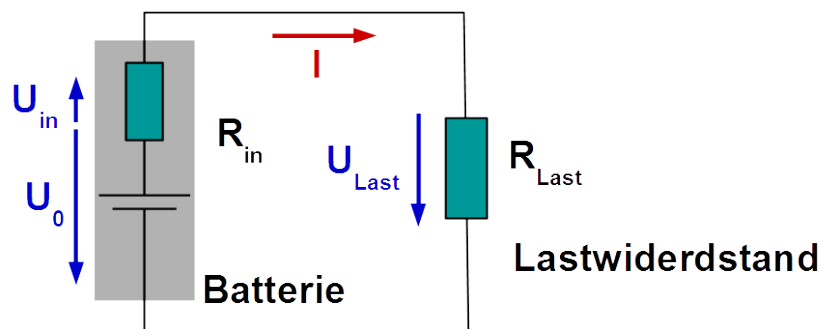


Fig. 1

Aufgabe 2

(MC – Typ 1, entnommen einer alten Prüfung) Eine Spannungsquelle mit konstanter Spannung U_s , eine Spule mit Induktivität L , ein Widerstand R und ein Schalter sind in Serie geschaltet (s. Fig. 2). Welches ist die korrekte Differentialgleichung für den Strom im Schaltkreis, falls der Schalter bei $t = 0$ geschlossen wird?

Differentialgleichung	Richtig?
$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{L}(U_s - IR), I(0) = 0$	
$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{L}(U_s - IR), Q(0) = 0$	
$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{L}(U_s - IR), I(0) = 0$	
$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{L}(U_s - IR), Q(0) = 0$	

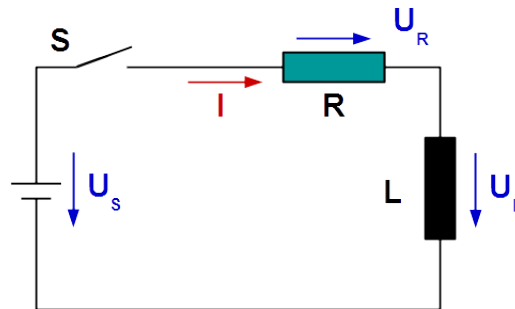


Fig. 2

Aufgabe 3: BM – Modell eines Schwingkreises

Gegeben sei eine Schaltung mit Widerstand, Kondensator und Spule, s. Fig. 3.

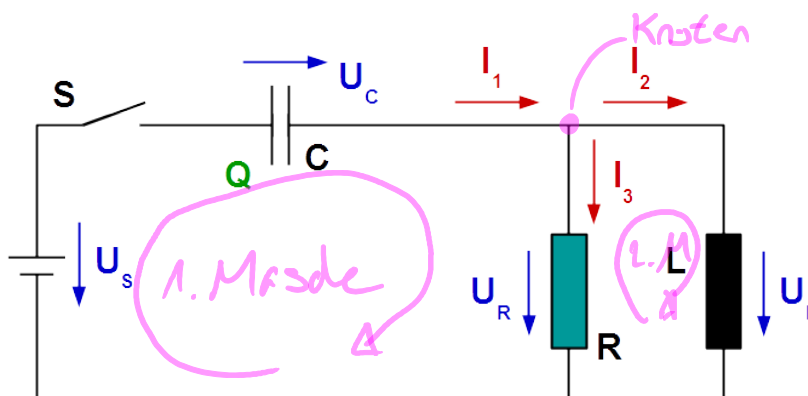


Fig. 3

Setzen Sie $U_s(t) = 3 \sin(3t) + 5 \sin(5t + 1)[V]$. Sie schliessen den Schalter bei $t = 0$, dabei gilt $Q(0) = 0$. Benützen Sie BM, und stellen Sie die Spannungen U_s, U_R, U_C, U_L als Funktion der Zeit dar. Dabei gilt $R = 2\Omega, C = 1 \text{ Farad}, L = 1 \text{ Henry}$.

1. Masche:

$$U_C + U_R - U_S = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{C} + IR - U_S = 0$$

2. Masche:

$$U_C - U_L - U_R = 0$$

(2)

~~$$\Rightarrow \frac{Q}{C} - L \frac{dI}{dt} - IR = 0$$~~

$$-U_R + U_L = 0$$

1. Knoten

(3)

$$I_n - I_L - I_3 = 0$$

$$(2) \Rightarrow L \cdot \frac{dI_L}{dt} = U_R$$

$$(1) \Rightarrow L \cdot \frac{dI_L}{dt} = U_S - U_C \Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = \frac{U_S - U_C}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{dI_L}{dt} = \frac{U_S - \frac{Q}{C}}{L}$$

$$\frac{dQ}{dt} = I_n$$

$$\frac{dQ}{dt} = I_n$$

$$L \cdot \frac{dI_L}{dt} = RI_n - RI_L$$

$$I_n = I_L + \frac{1}{R} \left(U_S - \frac{Q}{C} \right)$$

$$\text{Masche 1: } -U_s + \underline{U_c} + \underline{U_R} = 0$$

$$\text{Masche 2: } -U_R + \underline{U_L} = 0$$

$$\text{Knoten: } \underline{I_1} - \underline{I_2} - \underline{I_3} = 0$$

$$\text{Def: } I_1 = \frac{dQ}{dt}$$

$$\text{Def: } U_c = \frac{Q}{C}$$

$$\text{Def: } U_L = L \cdot \frac{dI_2}{dt}$$

$$\text{Def: } U_R = R \cdot I_3$$

7 Unbekannte

7 Gleichungen

$$\Rightarrow I_1 = I_2 + \frac{U_R}{R}$$

6 Unbekannte
6 Gleichungen

BM-Modell

Aufgabe 4

Gegeben sei eine Schaltung wie in Fig. 4. Q bezeichnet die Ladung des Kondensators, C dessen Kapazität. R_1, R_2 steht für Ohmsche Widerstände und L für die Induktivität der Spule. Alle Schaltungselemente sind als ideal anzunehmen. U_S steht für die Spannung einer Spannungsquelle.

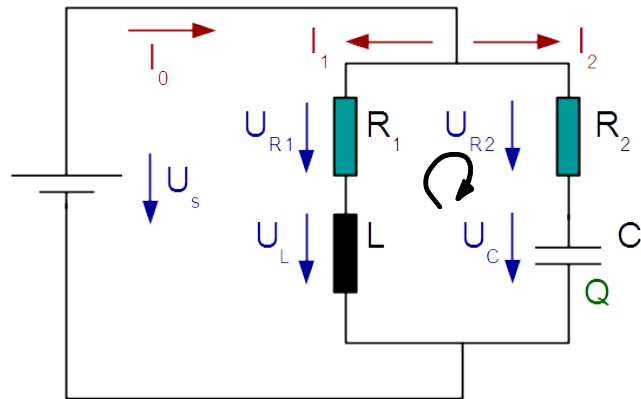


Fig. 4

$$\begin{aligned}
 I_0 - I_1 - I_2 &= 0 \\
 I_0 &= I_1 + I_2 \\
 U_{R2} + U_C - U_L - U_{R1} &= 0 \\
 -U_S + U_{R1} + U_L &= 0 \\
 -U_S + U_{R1} + U_C &= 0
 \end{aligned}$$

- a) (MC Typ 2) (1P) Welche Kombinationen von Knoten- und Maschensätzen beschreiben die Schaltung in Fig. 5?

	Richtig	Falsch
$I_0 = I_1 + I_2$ $\frac{dQ}{dt} = I_2$ $U_{R1} + U_L = U_S$ $U_{R2} + U_C = U_S$		
$I_0 = I_1 + I_2$ $\frac{dQ}{dt} = I_2$ $U_{R1} + U_L + U_S = 0$ $U_{R2} + U_C + U_S = 0$		
$I_0 = I_1 + I_2$ $\frac{dQ}{dt} = I_0$ $U_{R1} + U_L = U_S$ $U_{R2} + U_C = U_{R1} + U_L$		
$I_0 + I_1 + I_2 = 0$ $\frac{dQ}{dt} = I_1$ $U_{R1} + U_L = U_S$ $U_{R2} + U_C = U_{R1} + U_L$		

- b) (1P) Benützen Sie die Ersetzungsregeln für die Spannungen, um aus einer von Ihnen in der Aufgabe a) als richtig identifizierten Kombination von Maschensätzen Ausdrücke mit den physikalischen Grössen $L, R_1, R_2, Q, C, U_s, I_0, I_1, I_2$ zu gewinnen.
- c) (MC Typ 1) (1.5P) Welches der folgenden Gleichungssysteme beschreibt die Bilanzgleichungen für die Schaltung in Fig. 5 („Bilanzgleichung“ bedeutet: ein System von Differentialgleichungen, welche die Dynamik der Schaltung beschreiben und in einem Programm wie Berkeley Madonna als Simulation realisiert werden können) ?
Ihre Antwort muss durch eine Rechnung nachvollziehbar begründet sein! Führen Sie diese Rechnung auf der folgenden Seite durch und verlangen/gebrauchen Sie Extrablätter, falls eine Seite nicht ausreicht.

Richtig?		
Gls.	$\frac{dI_1}{dt} = \frac{1}{L}(U_s + I_1 R_1)$ $\frac{dI_2}{dt} = \frac{1}{R_2}\left(U_s - \frac{Q}{C}\right)$	$\frac{dI_1}{dt} = \frac{1}{L}(U_s - I_1 R_1)$ $\frac{dQ}{dt} = \left(U_s - \frac{Q}{R_2 C}\right)$
Richtig?		
Gls	$\frac{dI_1}{dt} = \frac{1}{L}(U_s - I_1 R_1)$ $\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{R_2}\left(U_s - \frac{Q}{C}\right)$	$\frac{dI_1}{dt} = \frac{1}{L}(U_s - I_1 R_1)$ $\frac{dI_2}{dt} = \frac{1}{R_2}\left(U_s - \frac{Q}{C}\right)$

- d) (1.5P) Nehmen Sie an, $U_s = \text{const.}$ Nehmen Sie an, dass sich nach sehr langer Zeit ein stationärer Zustand einstellt (Alle Ströme und die Ladung im Kondensator nehmen konstante Werte an). Berechnen Sie $I_1(t \rightarrow \infty), I_2(t \rightarrow \infty), Q(t \rightarrow \infty)$. **Ihre Antwort muss durch eine Rechnung nachvollziehbar begründet sein! Führen Sie diese Rechnung auf der folgenden Seite durch und verlangen/gebrauchen Sie Extrablätter, falls eine Seite nicht ausreicht.**

Aufgabe 5 Autobatterie

Sie bringen Ihr Auto zum Garagisten. Leider hat dieser in der Physik nicht aufgepasst. Normalerweise sind in einem Auto die Scheinwerfer und der Anlasser parallel geschaltet und an eine Batterie mit Spannung $U_B = 12V$ angeschlossen.

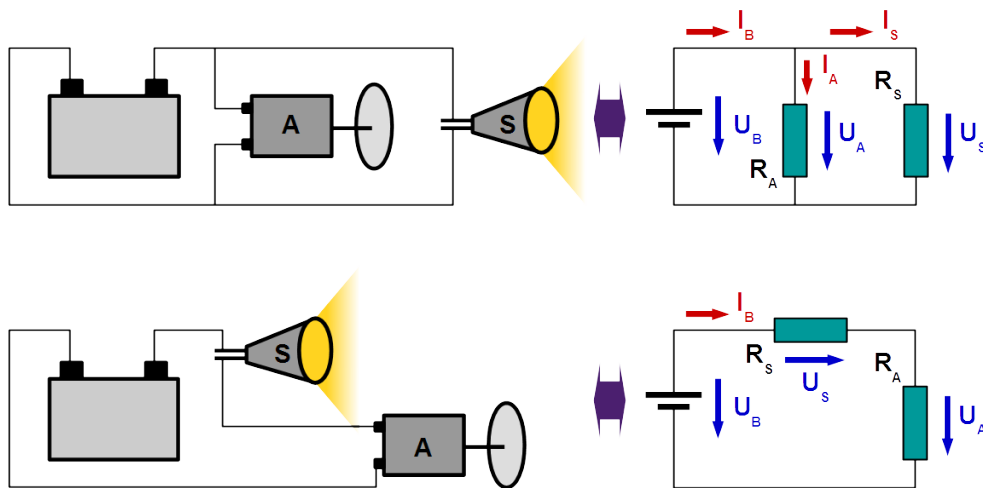


Fig. 5: Parallel- und Serieschaltung von Anlasser und Scheinwerfer.

In der Parallelschaltung beträgt die Leistung des Scheinwerfers $P_S = 30W$ und diejenige des Anlassers $P_A = 2000W$. Nun allerdings verbindet Ihr Garagist Scheinwerfer und Anlasser seriell, da er Draht sparen möchte. Das Auto springt nun aber nicht mehr an, und der verzweifelte Garagist weiss nicht mehr ein und aus. Plötzlich hat er eine Idee: Die Reihenfolge des Anlassers und des Scheinwerfers sind verkehrt! Der Anlasser bekommt nur Strom, der durch den Scheinwerfer geflossen und damit bereits angebraucht wurde (sogenannter „Spannungsabfall“)! Sofort will er die Reihenfolge von Anlasser und Scheinwerfer ändern.

- Bringt das etwas?
- Wo könnte das Problem sonst noch liegen? Hinweis: In Fig. 5 sehen Sie die beiden Schaltungen für den Anlasser und den Scheinwerfer. Beachten Sie, dass beide Geräte elektrisch gesehen Lastwiderstände sind (R_A, R_S). Sie wissen, welche Leistungen Anlasser und Scheinwerfer in der Parallelschaltung abgeben sollten; damit können Sie die Widerstände R_A, R_S ermitteln. Berechnen Sie nun die Leistungen des Anlassers und des Scheinwerfers, welche in der Serieschaltung abgegeben werden.

Aufgabe 6 Hochspannungsleitungen

Je nach Leistung und Distanz wird elektrische Energie mit verschiedenen Spannungen transportiert. Das Kraftwerk hat eine Gesamtleistung von $P_{tot} = 100kW$. Die Leistung soll durch ein elektrisches Kabel mit einem Widerstand von $R_C = 1.2\Omega$ zum Verbraucher gebracht werden (Das ist ein realistischer Wert für etwa 10km Leitung). Das heisst also, dass ein Teil der Leistung P_{loss} im Kabel verlorenggeht. Die Situation ist illustriert in Fig. 6.

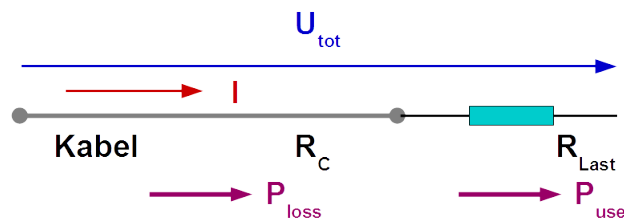


Fig. 6

- Wie gross ist der Verlust im Kabel, wenn die Übertragungsspannung (Der Spannungsabfall über Kabel und Last) 30 kV beträgt?
- Wie gross ist der Verlust im Kabel, wenn die Übertragungsspannung 400 V beträgt?
- Basierend auf den Resultaten von Aufgabe a) und b): Wieso baut man Hochspannungsleitungen (bei uns z.B. mit Spannung 110kV)?

Aufgabe 7: Optimale Leistungsabgabe eines Solarpanels

(In dieser Aufgabe müssen Sie wenig rechnen. Es geht mehr darum, Diagramme zu interpretieren. Die Aufgabe ist im Wesentlichen von Prof. H. U. Fuchs entwickelt worden.)

Spannungsquellen, wie z.B. Batterien oder Solarpanels erzeugen eine Spannung und liefern, je nach Lastwiderstand, Strom. Dies gemäss der bekannten Relation $U_{\text{Last}} = R_{\text{Last}} I$. Nun hört man oft, eine Batterie oder ein Solarpanel habe „eine Spannung von X Volt“. Dies muss man eigentlich präzisieren: „Für sehr grosse Lastwiderstände, d.h. für sehr kleine Ströme misst man über dem Lastwiderstand eine Spannung von X Volt“. Für grössere Ströme beginnt die Spannung irgendwann abzufallen: Es ergibt sich eine Strom-Spannungscharakteristik, wie Sie sie in Fig. 7 für ein Solarpanel sehen. Dass die Spannung irgendwann sinkt, ist auch einsichtig; wäre es nicht so, ergäbe sich für immer kleinere Widerstände ein immer grösserer Strom.

Das Ziel (speziell bei einer Solaranlage welche eine variable Inputleistung und damit eine variable Ausgangsspannung hat) ist es, den Lastwiderstand so zu regeln, dass Sie eine maximale Leistung am Lastwiderstand beziehen können.

Im Folgenden geht es nicht immer nur darum, etwas exakt auszurechnen; Sie müssen Daten manchmal direkt aus dem Diagramm in Fig. 7 ablesen. Hinweis: Uns interessiert nicht, ob ein Strom 127.56743 oder 127.56744 mA beträgt. Beim Datenablesen geht es um Abschätzungen, die Sie mit Bleistiftlinien und den am Rande des Diagramms angegebenen Skalen erhalten.

- Wie gross ist die elektrische Leistung über dem Lastwiderstand wenn die Spannung über R_{Last} 4.0 V beträgt und eine Leistung von 200W eingestrahlt wird?
- Bei welcher Spannung ziehen Sie für die rote Kurve in Fig. 7 die maximale Leistung aus dem Panel? Wie gross ist der zugehörige Lastwiderstand?

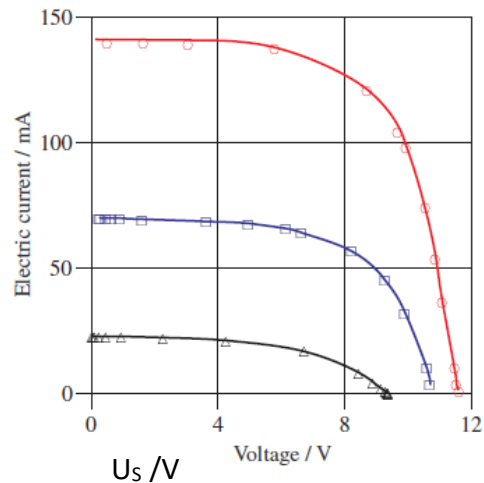


Fig. 7: Untersucht wird ein Solarpanel aus 21 Zellen zu jeweils 15 cm^2 . Gemessen wird Spannung der Strom als Funktion der Spannung über dem Lastwiderstand für verschiedene eingestrahlte Leistungen (60 W / m^2 (schwarz), 200 W / m^2 (blau), 400 W / m^2 (rot)). Die bezogene Leistung ist natürlich kleiner als die eingestrahlte Leistung.

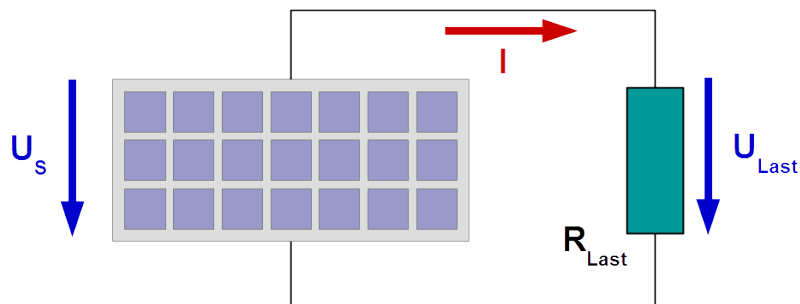


Fig. 8: Solarpanel lädt Kondensator.

Aufgabe 8 Drei Kondensatoren

Analysieren Sie die Schaltung in Fig. 9. Sie haben drei ungeladene Kondensatoren, alle mit Kapazität C und drei Widerstände, alle von derselben Grösse R . Bei $t = 0$ schliessen Sie den Schalter S .

- Stellen Sie die Bilanzgleichungen des Systems so auf, dass ausser C und R nur noch die Grössen die Sie bilanzieren in den Gleichungen vorkommen.
- Wie gross ist I_4 direkt nach dem Einschalten (und wie kommen Sie darauf?)
- Berkeley – Madonnisieren! $C = 0.01 \text{ F}$, $R = 1000 \text{ Ohm}$, $U_0 = 5 \text{ V}$.
- In Fig. 10 haben Sie Messwerte für die Ladungen in den Kondensatoren als Funktion der Zeit. Wie gross ist I_4 nach 25 Sekunden ($C = 0.01 \text{ F}$, $R = 1000 \text{ Ohm}$, $U_0 = 5 \text{ V}$)?

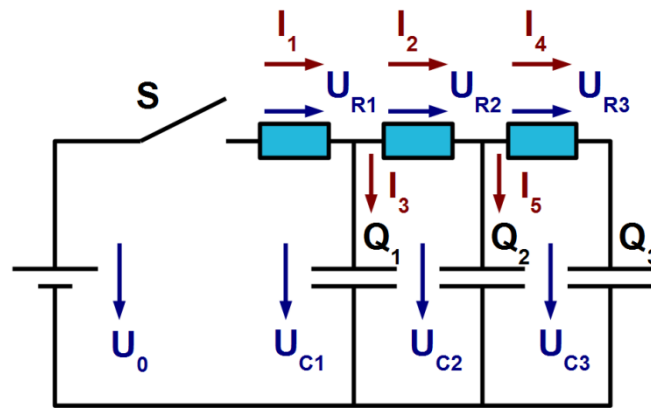


Fig. 9: Drei Kondensatoren

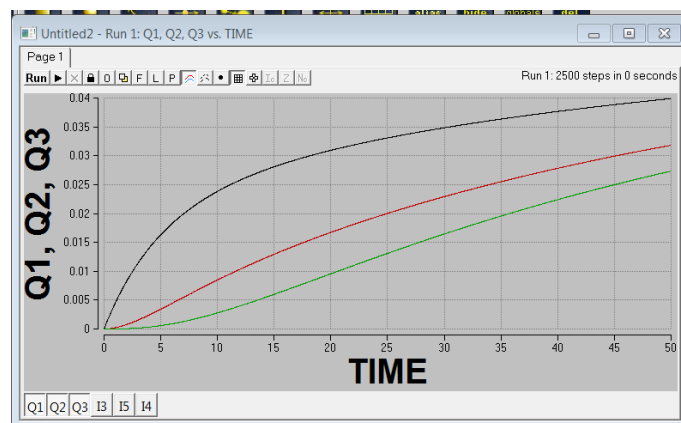


Fig. 10: Ladungen in den Kondensatoren.

Aufgabe 9 Widerstandsketten

(Die folgende Aufgabe ist schwierig. Die Rechnung erfordert wenige Linien, aber die Idee ist Grundlage sehr fortgeschrittener Verfahren in der Physik. Wir werden definitiv keine derartigen Probleme in der Prüfung stellen. Um diese Aufgabe lösen zu können, müssen Sie die Ersetzungsregeln für Widerstände in Parallelschaltungen kennen. Sie sollten das aus der BMS können.)

Berechnen Sie den Gesamtwiderstand R_∞ der Schaltung in Fig. 11. Es handelt sich um eine Kombination unendlich vieler Widerstände, die Schaltung wird beliebig lange nach rechts fortgesetzt (Technisch sind „Widerstandsleitern“ aus vielen Widerständen wichtig für die Konstruktion von ADCs, Analog-to-digital-converters).

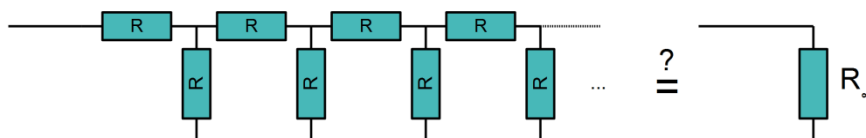


Fig. 11

Wir geben Ihnen einen Hinweis. Wie gross ist der Widerstand des gelb unterlegten Teils der Widerstandsleiter (Fig. 12) im Vergleich zur zu demjenigen der gesamten Widerstandsleiter?

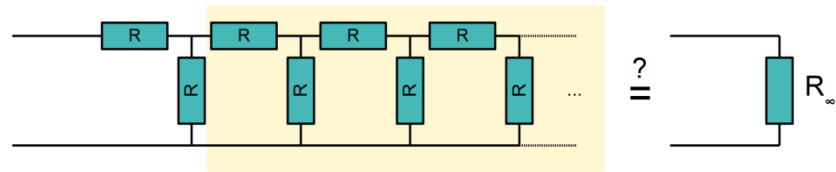


Fig. 12