# Vorlesung Numerische Mathematik 1 Eine kurze Einführung in MATLAB Studiengang Informatik

#### 16. September 2016

Zürcher Hochschule für Angewandte Wissenschaften



## Vorbemerkung

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Verschiedene

Funktionen

Abbildunge

steuerung

n-Files

- Dies ist eine Einführung in MATLAB und als Zusatz zum Skript in Numerik 1 zu sehen. Es stützt sich hauptsächlich auf:
  - [12] Einführung in MATLAB, Peter Arbenz, Computer Science Department ETH Zürich (http://people.inf.ethz.ch/arbenz/MatlabKurs/)
  - [13] Tutorial 1 6, Edward Neuman, Department of Mathematics, Southern Illinois University at Carbondale
  - [14] MATLAB und Mathematik kompetent einsetzen, Stefan Adam, erschienen im Wiley - VCH Verlag
- Insbesondere wurden mehrere Textstellen und Beispiele direkt aus [12] kopiert.

# Gliederung

Numerik 1. Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim, Variablen

Vektoren

Matrizen

Werschiedenes

5 Funktionen

6 Abbildungen

Programmsteuerung

m-Files

#### Lernziele

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschieden

Funktionen

Abbildunge

Programm

m-Files

 Sie k\u00f6nnen die wichtigsten Funktionen von MATLAB auf konkrekte Aufgabenstellungen aus der numerischen Mathematik anwenden und diese damit l\u00f6sen.

- Sie können Ihre Resultate graphisch darstellen.
- Sie k\u00f6nnen einfache Programme (m-Files) bzw. Skripte schreiben.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegen-

der Datentyp

Eindim. Variablen

Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedenes

Funktion er

Abbildunge

Programm-

n-Files

# Was ist MATLAB?

gemäss [8]

Numerik 1, Anhang

### Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Verschie dene

Abbildunge

Abbildunge

steueru

n-Files

- MATLAB ist eine Hoch-Leistungs-Sprache für technisches Rechnen (Eigenwerbung).
- MATLAB integriert Berechnung, Visualisierung und Programmierung in einer leicht zu benützenden Umgebung (graphisches Benützer-Oberflächen, GUI).
- Probleme und Lösungen werden in bekannter mathematischer Notation ein- und ausgegeben.

Numerik 1, Anhang

### Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedenes

Abbildunge

Programn steuerung

n-Files

- Typische Verwendungen von MATLAB sind:
  - \* Technisch-wissenschaftliches Rechnen.
  - \* Entwicklung von Algorithmen.
  - \* Datenaquisition.
  - Modellierung, Simulation und Prototyping.
  - \* Datenanalyse und Visualisierung.
  - \* Graphische Darstellung von Daten aus Wissenschaft und Ingenieurwesen.
  - \* Entwicklung von Anwendungen, einschliesslich graphischer Benützer-Oberflächen.

Numerik 1, Anhang

#### Was ist MATLAB?

Erste Schritt

grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Verschiedenes

v el selliedelle:

Abbildunge

Programm steuerung

. Eila

- MATLAB steht für MATrizen-LABoratorium bzw. MATrix LABoratory.
- MATLAB ist ein interaktives System dessen grundlegender Datentyp das Array (oder Matrix) ist, das nicht dimensioniert werden muss.
- Es erlaubt viele technische Probleme (vor allem jene, die in Matrix- / Vektornotation beschrieben sind) in einem Bruchteil der Zeit zu lösen, die es brauchen würde, um dafür ein Program in C oder FORTRAN zu schreiben.

Numerik 1, Anhang

### Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschiedene

Abbildunge

Appliquige

steueru

m-Files

- MATLAB wurde ursprünglich als interaktives Programm (in FORTRAN) geschrieben, um bequemen Zugriff auf die bekannte Software für Matrixberechnungen aus den LINPACK- and EISPACK-Projekten zu haben.
- Heutzutage umfasste die MATLAB-Maschine die LAPACK und BLAS-Bibliotheken, welche den state of the art der Matrixberechungen sind.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedenes

Abbildunge

Programmsteuerung

steuerung m-Files  MATLAB hat sich aber sehr stark entwickelt. Es ist nicht mehr nur auf die Basis-Algorithmen der numerischen linearen Algebra beschränkt.

- Mit sogenannte Toolboxen kann MATLAB durch anwendungsspezifischen Lösungsverfahren erweitert werden.
- Toolboxen sind Sammlungen von MATLAB-Funktionen (M-Files). Gebiete für die es Toolboxen gibt sind z.B.
   Signalverarbeitung, Regelungstechnik, Neuronale
   Netzwerke, 'fuzzy logic', Wavelets, Simulation und viele andere.
- MATLAB ist in der Industrie eines der Standardprogramme für analytische Anwendungen.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Verschiedene

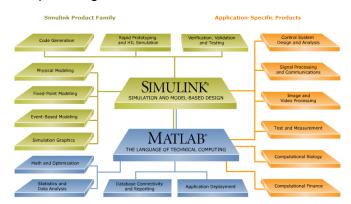
Abbildunge

Applidulige

Programn steuerung

n-Files

- Zusätzlich zu MATLAB gibt es das Zusatzprodukt Simulink zur Modellierung zeitabhängiger Systeme.
- Es ermöglicht die hierarchische Modellierung mit Hilfe grafischer Blöcke, der Datenfluss wird mittels gerichteter Graphen dargestellt.



#### Internet-Resourcen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Abbildunge

Programmsteuerung

n-Files

• Bücher: http://www.mathworks.com/support/books/

Tutorials:

- http://www.mathworks.ch/academia/student\_center/ tutorials/launchpad.html,
- unter anderem der User Guide "Getting Started with MATLAB":

http://www.mathworks.ch/help/pdf\_doc/matlab/getstart.pdf

 » MATLAB Tutorials « von Edward Neuman (Southern Illinois University). Fünf PDF Files. Ausführliche Beschreibung zum Programmieren, zur linearen Algebra und zu numerischer Analysis mit MATLAB. Leider ist der Link nicht mehr aktuell. Man findet aber die Einzelnen Kapitel z.T. zerstreut auf anderen Webseiten: http://www.math.siu.edu/matlab/tutorials.html

#### Alternativen zu MATLAB

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Abbildunge

Programmsteuerung

n-Files

- Alternativen zum teuren MATLAB sind Scilab, welches sich recht nahe an MATLAB anlehnt, und Octave, welches aber anscheinend nicht weiterentwickelt wird. Im Statistik-Bereich gibt es die Umgebung R:
  - SCILAB: http://www.scilab.org/
  - Octave: http://www.octave.org/
  - R: http://www.r-project.org
  - Freemat: http://freemat.sourceforge.net/
  - lpython: http://ipython.org/
- Diese Programme sind frei erhätlich und arbeiten ähnlich und (mit Ausnahme von R) mit ähnlicher Syntax wie MATLAB; m-Files sind teilweise auch in SCILAB oder Octave benützbar.
- Eine umfassende Gegenüberstellung von MATLAB und R findet man z.B. in der MATLAB / R Reference von David Hiebeler (http://www.math.umaine.edu/~hiebeler/comp/

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Eindim. Variablen

Verschieden

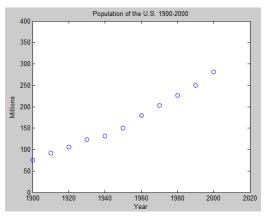
Funktioner

Abbildunge

Programm steuerung

n-File

#### • Beispiel: Fit und Extrapolation einer Zeitreihe



Bevölkerungszahl der USA im Zeitraum von 1900 - 2000 (in Millionen)



Numerik 1, Anhang

### Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Funktionen

Abbildunge

Programn steuerung

n-Files

- Wir möchten untersuchen, wie sich die Bevölkerung z.B. bis ins Jahr 2010 oder auch 2020 entwickelt hat.
- Dafür wollen wir diese Zeitreihe durch ein Polynom vom Grad n annähern, d.h. wir bestimmen die Koeffizienten  $a_0, a_1, ..., a_n$  der folgenden Funktion

$$p(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + a_{n-2} t^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

so dass p(t) möglichst gut durch die diskreten Beobachtungspunkte verläuft.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

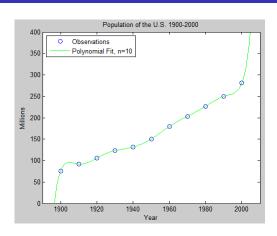
Verschieden

Funktionei

Abbildunger

st eu er un g

n-Files



 Der Fit mit einem Polynom vom Grad 10 geht zwar exakt durch alle Punkte, ist aber an den Rändern nicht brauchbar.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

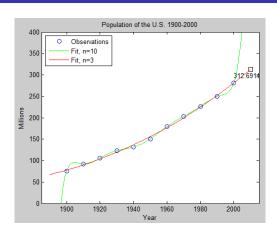
verschieden

Tullkuolleli

Abbildunge

Programn steuerung

n-Files



 Der Fit mit einem Polynom vom Grad 3 geht nicht mehr exakt durch alle Punkte, kann aber an den Rändern allenfalls für eine (grobe) Extrapolation benutzt werden

Numerik 1. Anhang

#### Was ist MATLAB?

- Häufig ist man daran interessiert, ob eine Zeitreihe ein periodisches Verhalten aufweist, da dies für allfällige Prognosen sehr nützlich sein kann.
- Eine solche Zeitreihe ist die Anzahl der Sonnenflecken auf der Oberfläche der Sonne als Funktion der Zeit, welche wir jetzt etwas genauer untersuchen wollen.
- Ein häufiges Verfahren für die Analyse von Zeitreihen ist die »Fast Fourier Transform« (FFT)

Numerik 1, Anhang

### Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim Variablen Vektoren

Verschiedene

Abbildunge

Abbildunge

steuerur

n-Files

- Sonnenflecken wurden bereits von Galileo Galilei im frühen 17. Jahrhundert beschrieben und von ihm detailliert gezeichnet.
- Wie der Name sagt, erscheinen diese Objekte als dunkle Flecken auf der hellen Sonnenoberfläche.
- Die Anzahl und Grösse dieser Sonnenflecken variiert beträchtlich, sie können durchaus ein Mehrfaches der Oberfläche der Erde abdecken

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen al grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen

Variablen Vektoren Matrizen

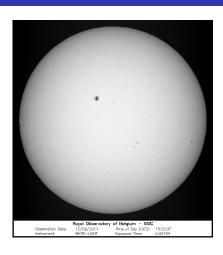
verschieden

runktione

Abbildunge

steuerung

n-Files



Beispiel einiger Sonnenflecken auf der Oberfläche der Sonne am 12. September 2011 (Royal Observatory of Belgium).



Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen al grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

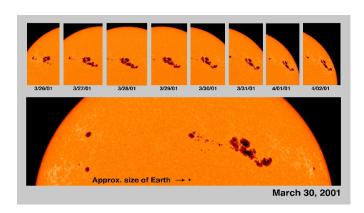
Verschieden

runktione

Abbildunge

Programm

m-File



Beispiel einer Gruppe von Sonnenflecken (http://sohowww.nascom.nasa.gov/ gallery/ bestofsoho.html).

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

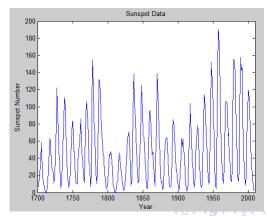
Abbildunge

Programm

st eu er un g

n-Files

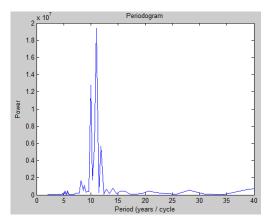
 Von 1749 bis 1980 wurde die Zahl der Sonnenflecken in Zürich auf täglicher Basis gemessen, unterdessen werden die Messungen unter anderem vom Royal Observatory of Belgium weitergeführt:



Numerik 1. Anhang

Was ist MATLAB?

 Die Analyse der Zeitreihe mit der Fourier-Transformation führt im sogenannten Periodogramm zu einem ausgeprägten Peak bei einer Periode von ca. 11 Jahren:



Numerik 1, Anhang

### Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Verschiedenes

Abbildunge

n nonlindinge

Programm steuerung

n-File

- Heute weiss man, dass Sonnenflecken Regionen starker Magnetfelder sind, die zu Erruptionen in der Sonnenatmosphäre führen können mit weitreichenden Folgen auch für die Erde:
- Auf der folgenden Slide sehen wir eine Aufnahme der Sonne vom 22. September 2010 im Emissionsspektrum von hoch-ionisierten Eisenatomen. Gut zu sehen sind die magnetischen Feldlinien über den aktiven Gebieten, sichtbar gemacht durch das darin eingeschlossene Plasma (http://sdo.gsfc.nasa.gov/).

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen al grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen

Variablen Vektoren Matrizen

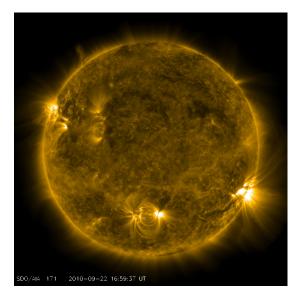
Verschiedene

Funktione

Appliquing

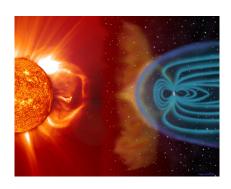
Programm-

m Eiles



Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?



Darstellung einer sogenannten 'Coronal Mass Ejection', wie sie auf das Magnetfeld der Erde trift (http://sohowww.nascom.nasa.gov/gallery/images/ sunearth01.html).

Numerik 1. Anhang

#### Was ist MATLAB?

- Fast alle elektronischen Daten liegen in der einen oder anderen Form als Matrix (Array) vor bzw. müssen in eine Matrix eingelesen werden, damit sie verarbeitet werden können.
- Deshalb ist die Matrix als grundlegender Datentyp so wichtig.

Numerik 1, Anhang

### Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedenes

Abbildunge

Programm

n-File:

- Auch Bilder sind nichts anderes als Arrays bzw. Matrizen.
- Wenn wir bei einem Bild von einer Auflösung von z.B.
   1200 ×1600 Pixel reden, so stellt dies eine Matrix mit
   1200 Zeilen und 1600 Spalten dar, mit insgesamt
   1200 · 1600 = 1.92 Mio. Elementen bzw. 1.92 Megapixel.
- Der Begriff Pixel setzt sich deshalb auch zusammen aus der Abkürzung für 'Picture' (pic bzw. pix) und Element.
- Jedes dieser Matrix-Elemente kann entweder eine einzige Zahl oder ein Vektor sein (welcher dann wieder mehrere Elemente enthält).

Numerik 1, Anhang

#### Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

\_ . . .

Tunktionen

Abbildunge

Programm

n-Files

 Wenn wir also ein Bild anschauen, dann betrachten wir im Prinzip eine Matrix, bei der jedes Element einem Bildpunkt entspricht, und dem eine entsprechenden Grau-Stufe bzw. Farbe zugeordnet ist.

 Wir veranschaulichen die Manipulation von Bildern an einem leicht abgeänderten Beispiel aus MATLAB (auch verfügbar als Demo).

Numerik 1, Anhang

### Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim.

Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Funktioner

Abbil dunger

Programm

m-Files

#### Original 1



**Brighter Colors** 



#### Original 2



**Duller Colors** 



Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritt

Matrizen al grundlegender

Datentyp Eindim.

Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Funktione

Abbildunger

Programm

m Files

#### Added Pictures



Numerik 1, Anhang

#### Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen al grundlegender

Datentyp Eindim

Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene:

Funktione

Abbildunger

Programm steuerung

m-Files

#### Subtracted Pictures



Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schrittel

Matrizen al grundlegen-

der Datentyp

Eindim. Variablen

Verschiedene:

unktione

Abbildunge

Programm-

n-Files

# **Erste Schritte**

#### Starten von MATLAB

Numerik 1. Anhang

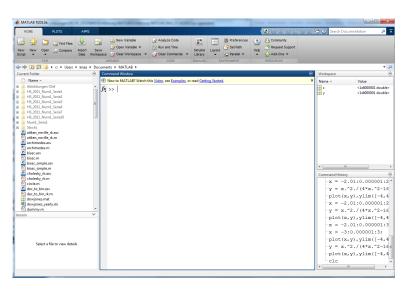
Frste Schritte

- Durch Anklicken des entsprechenden Icons in Windows oder durch Eintippen des Befehls matlab in einem Konsolenfenster (shell) wird MATLAB gestartet.
- Das Eingabe- oder Befehlsfenster von MATLAB öffnet sich, wie auf der nächsten Slide gezeigt:

#### Starten von MATLAB

Numerik 1. Anhang

Frste Schritte



#### Starten von MATLAB

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

Verschiedenes

Abbildunge

Programmsteuerung

n-Files

 Nun können sämtliche Befehle interaktiv eingegeben werden, die Resultate werden ebenfalls numerisch im gleichen Fenster angezeigt. Um eine einfache Berechung vorzunehmen, kann z.B.

$$>> s = 21 + 38$$

eingetippt werden. Als Ausgabe erscheint dann

- Eine ausführliche Hilfestellung erhält man durch das Anklicken des blau umrandeten Fragezeichens in der Symbolleiste.
- Alternativ kann im Befehlsfenster für jede in MATLAB existierende Funktion, z.B. rref, durch Eingabe von help Funktionsname bzw. doc Funktionsname eine ausführliche Beschreibung aufgerufen werden.

#### Starten von MATLAB

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

Verschiedene

Funktionen

Abbildunge

Programm

m-Files

- Der Inhalt des Befehlsfensters (nicht des Arbeitsspeichers)
   wird durch den Befehl c1c gelöscht.
- Sollte beim Durchlauf eines Programms oder einer Schleife das Befehlsfenster bzw. MATLAB 'einfrieren', können die laufenden Berechnungen durch die Tastenkombination
   CTRL c unterbrochen werden.

# Speichern Ihrer Arbeit

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Abbildunge

Programm steuerung

n-Filles

- Alle Variablen der MATLAB Session werden im Arbeitsspeicher gespeichert und im 'Workspace' angezeigt.
- Durch den Befehl whos werden sie auch auf dem Befehlsfenster ausgegeben.
- Um den Inhalt des Arbeitsspeichers zu sichern, können Sie über das Home-Menü die Option 'Save Workspace' auswählen. Wählen Sie einen Namen für Ihre Datei, z.B. filename und klicken Sie auf Save.
- Alternativ können Sie auch die folgenden Befehel verwenden:
  - save ('filename') oder save filename
  - save ('filename', 's') bzw. save filename s speichert nur die Variable s.
- Um eine Datei wieder zu laden, wird load ('filename') eingegeben.



# Speichern Ihrer Arbeit

Numerik 1. Anhang

Erste Schritte

• Durch Eingabe von diary filename.txt im Befehlsfenster werden sämtliche Ein- und Ausgaben des Befehlsfensters in eine Textdatei geschrieben. Mit diary off wird die Datei geschlossen.

#### Löschen von Variablen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim

Datentyp Eindim Variablen Vektoren Matrizen

v ci scille delle

Abbildunge

Programm steuerung

o-Files

• Einzelne Variablen des Arbeitsspeichers, z.B. die Variable s, lassen sich mit dem Befehl

>> clear s gezielt wieder löschen. Der gesamte Arbeitsspeicher wird mit

>> clear all gelöscht (Vorsicht insbesondere, wenn einzelene Variablen durch zeitaufwändige Rechnungen erzeugt wurden).

 Variablen können auch im Home-Menü mit der Option 'Clear Workspace' gelöscht werden.

#### Demos

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

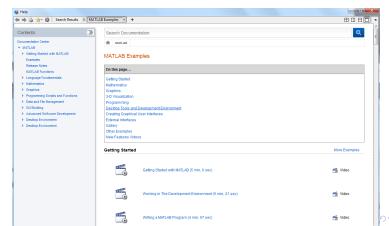
Verschiedenes

Abbildunge

Programm steuerung

n-Files

MATLAB bietet unter 'Help' einige Demo-Videos (in Englisch) und Beispiele zu grundlegenden Problemen an, unter www.mathworks.com findet man die meisten Demos auch auf Deutsch.



Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp

Variablen Vektoren

Verschiedene

Funktioner

Abbildunge

Programm-

n-Files

# Matrizen als grundlegender Datentyp

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschieden

Tullktione

Abbildunge

steuerung

n-File

 In seiner einfachsten Form kann man MATLAB als Taschenrechner benutzen. Geben sie hierzu z.B. die folgenden Befehle ein, jeweils gefolgt von der Enter-Taste:

• MATLAB gibt das entsprechende Resultat aus mit 'ans = ...', was für 'answer' steht. Der zuletzt verwendete Operator  $\hat{}$  wird für Potenzen verwendet  $(5^2 = 5^2)$ .

Numerik 1. Anhang

Eindim

 Nun kann man natürlich auch Variablen einen Wert zuweisen und dann mit den Variablen weiterrechnen. Das Grundkonstrukt dazu lautet

Variable = Ausdruck.

- Dabei ist zu beachten, dass MATLAB alle Daten als Matrix oder mehrdimensionalen Array abspeichert und die Variablen (bzw. ihre Dimensionen) nicht eigens deklariert werden müssen.
- Auch eine einzige Zahl wird als  $1 \times 1$  Matrix angesehen. Geben Sie hierzu die folgenden Befehle ein:

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Eindim. Variablen Vektoren

verschieden

Eunktionen

Abbildunge

Programm steuerung

n-File

```
>> a = 20
                   die Variable a wird angelegt und mit 22 initialisiert
>> b = 20
>> c=a + b:
                   der Semikolon am Ende unterdrückt die Ausgabe am Bildschirm
>> d=c^2
                   einige Konstanten, wie zum Beispiel \pi, sind schon gespeichert
>> pi
>> sin(2*pi)
                   überlegen Sie sich, wieso das Resultat nicht exakt Null ergibt?
                   erhöht die Anzahl der angezeigten Nachkommastellen von 4 auf 15
>> format long
>> pi
>> format short
                   zeigt die belegten Variablen an
>> whos
                   löscht die Variablen a und b
>> clear a h
>> whos
>> 1minus = -1
                   Fehler in der Namensgebung
                   korrekte Namensgebung
>> minus1 = -1
                   löscht alle Variablen
>> clear
```

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschieden

Abbildunge

Abbildunge

steuerui

n-Files

Bezüglich der Namensgebung von Variablen (und auch Funktionen, siehe unten) ist zu beachten, dass in MATLAB an erster Stelle immer ein Buchstabe stehen muss, gefolgt von einer beliebigen Anzahl Buchstaben, Zahlen oder Unterstrichen (\_). Andere Sonderzeichen sind nicht erlaubt. MATLAB untescheidet zudem zwischen Gross- und Kleinschreibung!

# Vektoren: Zeilen und Spalten

Numerik 1, Anhang

Vektoren

 Der nächste Schritt ist die Definition von Vektoren. (mehrdimensionale Variablen).

- Diese können eine beliebige Anzahl von Elementen aufweisen (die Anzahl der Elemente muss nicht wie in den meisten Programmiersprachen explizit deklariert werden).
- Hat ein Vektor  $\vec{y}$  n reelle Elemente, schreiben wir auch  $\vec{y} \in \mathbb{R}^n$ . Aus der linearen Algebra kennen wir die Unterscheidung in Zeilenvektoren und Spaltenvektoren, z.B.

$$\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$$
 bzw.  $\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$ .

# Vektoren: Transponieren

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschieden

Funktioner

Abbildunge

Programm

n-Files

 Ein Zeilenvektor kann durch Transponieren (symbolisiert durch ein hochgestelltes T) in einen Spaltenvektor überführt werden und umgekehrt, also

$$\vec{x}^T = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$
 bzw.  $\vec{y}^T = (y_1, y_2, ..., y_n)$ .

#### Vektoren: Addition und Subtraktion

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

. ........

Funktionen

Abbildunge

steu er ung

 Die Operationen Subtraktion und Addition sind nur zwischen zwei Vektoren der gleichen Art definiert, also entweder zwischen zwei Spaltenvektoren oder zwei Zeilenvektoren mit der gleichen Anzahl Elemente:

$$\vec{x} \pm \vec{y}^{T} = (x_{1}, x_{2}, ..., x_{n}) \pm (y_{1}, y_{2}, ..., y_{n})$$

$$= (x_{1} \pm y_{1}, x_{2} \pm y_{2}, ..., x_{n} \pm y_{n})$$

$$\vec{x}^{T} \pm \vec{y} = \begin{pmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ \vdots \\ x_{n} \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} y_{1} \\ y_{2} \\ \vdots \\ y_{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{1} \pm y_{1} \\ x_{2} \pm y_{2} \\ \vdots \\ x_{n} \pm y_{n} \end{pmatrix}$$

# Vektoren: Multiplikation

Numerik 1, Anhang

Was ist

Erste Schritt

grundlegender Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

verschieden

Abbildunge

Abbildulige

st eu er ur

n-Files

- Das Produkt zweier Vektoren ist hingegen nur definiert zwischen einem Zeilenvektor und einem Spaltenvektor (Skalarprodukt) mit der gleichen Anzahl Elemente oder analog einem Spaltenvektor und einem Zeilenvektor (dyadisches Produkt).
- Beim Skalarprodukt (auch inneres Produkt genannt), erhält man eine Zahl (also einen Skalar), beim dyadischen Produkt (auch äusseres Produkt) eine Matrix.

# Vektoren: Multiplikation

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschieden

Funktione

Abbildunge

Programm

n-Files

Skalarprodukt (inneres Produkt):

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = (x_1, x_2, ..., x_n) \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + ... + x_n \cdot y_n$$

# Vektoren: Multiplikation

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Eindim. Variablen

Vektoren Matrizen

Verschiedene

runktione

Abbildunge

Programn steuerung

m-File

Dyadisches Produkt (äusseres Produkt):

$$\vec{y} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \cdot (x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$= \begin{pmatrix} y_1 \cdot x_1 & y_1 \cdot x_2 & \cdots & y_1 \cdot x_n \\ y_2 \cdot x_1 & y_2 \cdot x_2 & \cdots & y_2 \cdot x_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_n \cdot x_1 & y_n \cdot x_2 & \cdots & y_n \cdot x_n \end{pmatrix}$$

#### Vektoren: Indizes

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

Verschiedene

Abbildunger

Programm-

steuerung

- In MATLAB werden die Elemente eines Vektors (oder Matrix, siehe unten) immer innerhalb von eckigen Klammern [...] definiert.
- Die einzelnen Vektorelemente k\u00f6nnen dann mit der Angabe der Indexnummer in runden Klammern (...) wieder ausgelesen werden.

Indizes von Vektoren- und Matrixelementen haben wie in FORT-RAN immer die Werte  $1, 2, \ldots$  Das erste Element eines Vektors x ist somit x(1). Das Element einer Matrix y 'links oben' ist y(1,1), bzw. in der m-ten Zeile und n-ten Spalte ist es y(m,n).

# Vektoren: Beispiele

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Eindim. Variablen Vektoren

Verschieden

Funktionen

Abbildunge

steu er ung

n-File:

>> x=[1, 2, 3, 4]	erzeugt den Zeilenvektor $\vec{x} = (1, 2, 3, 4)$
>> x=[1 2 3 4]	Leerzeichen haben die gleiche Bedeutung wie Kommas
>> y=[5; 6; 7; 8]	mit Semikolons wird der Spaltenvektor $ec{y} = \left(egin{array}{c} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array} ight)$ erzeugt
>> y_transp = y'	der Apostroph $$ transponiert den Spaltenvektor $\overrightarrow{y}$
	in einen Zeilenvektor $ec{y}^T$
>> x + x	addiert $ec{x}$ mit sich selbst (Zeilenvektor $+$ Zeilenvektor)
>> x + y	Fehler weshalb?
>> x + y'	addiert $\vec{x}$ mit dem Transponierten $\vec{y}^T$ (Zeilenvek.+Zeilenvek.)
>> x' + y	addiert $ec{x}^T$ mit $ec{y}$ (Spaltenvektor $+$ Spaltenvektor)
>> x * y	berechnet das Skalaprodukt
>> y * x	berechnet das dyadische Produkt
>> x * x	Fehler weshalb?
>> x * x'	berechnet das Skalarprodukt von $\vec{x}$ mit sich selbst
>> y(2)	gibt das 2. Element von $ec{y}$ aus, also 6
>> y(2:4)	gibt das 2., 3. und 4. Element von $\overrightarrow{V}$



#### Matrizen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

**Matrizen** Verschiedene

Funktionen

Abbildunge

Programi

m-Files

 In MATLAB können Matrizen auf verschiedene Arten eingegeben werden.

- Wir konzentrieren uns vorläufig auf
  - (i) die explizite Eingabe der Matrixelemente und auf
  - (ii) den Aufruf einer Matrix generierenden Funktion. Zuerst aber nochmals etwas Repetition.

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschieden

Funktionen

Abbildunge

Programr steuerung

m Eilar

- Bei einer Matrix A mit m Zeilen und n Spalten spricht man von einer  $m \times n$  Matrix.
- Falls alle Elemente  $a_{ij}$  (mit den Indizes i und j, wobei  $1 \leq i \leq m$  gibt die Zeile des Elements,  $1 \leq j \leq n$  gibt die Spalte) der Matrix reell sind, schreibt man auch  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

#### Matrizen: Addition und Subtraktion

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

v ei schliedelle

Abbildunge

Programn steuerung

m-Files

 Addition und Subtraktion zweier Matrizen A und B sind nur definiert, wenn beide die gleiche Anzahl Zeilen (also gleiches m) und die gleiche Anzahl Spalten haben (also gleiches n):

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ & & & & \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} & \cdots & a_{1n} \pm b_{1n} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} & \cdots & a_{2n} \pm b_{2n} \\ & & & & \\ a_{m1} \pm b_{m1} & a_{m2} \pm b_{m2} & \cdots & a_{mn} \pm b_{mn} \end{pmatrix}$$

## Matrizen: Addition und Subtraktion

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

\_ . . .

Programm-

steuerung

m-Fil∈

#### Beispiel:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 9 \\ 5 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 1+3 & 2+5 & 2+9 \\ 3+5 & 5+7 & 7+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \\ 8 & 12 & 15 \end{pmatrix}$$

$$A-B = \begin{pmatrix} 1-3 & 2-5 & 2-9 \\ 3-5 & 5-7 & 7-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -7 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedenes

Abbildunge

Abbildungen

Programm steuerung

n-File

- Die Multiplikation zweier Matrizen C und D ist etwas schwieriger.
- Bedingung hier ist, dass die Zahl der Spalten der Matrix C gleich der Zahl der Zeilen der Matrix D ist.
- Sei also  $C \in \mathbb{R}^{m \times p}$  und  $D \in \mathbb{R}^{p \times n}$ , dann ist das Produkt der beiden Matrizen eine  $m \times n$  Matrix, also  $C \cdot D = E \in \mathbb{R}^{m \times n}$ .
- Die Elemente e<sub>ij</sub> von E berechnen sich durch die Multiplikation der i-ten Zeile von C mit der j-ten Spalte von D.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

grundlegender

Datentyp Findim

Vektoren Matrizen

Verschieden

Funktionen

Abbildunger

st eu er un g

n-Files

Sei also

$$C = \left(\begin{array}{cccc} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1p} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mp} \end{array}\right), D = \left(\begin{array}{cccc} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{p1} & d_{p2} & \cdots & d_{pn} \end{array}\right)$$

dann ist das Produkt definiert als  $C \cdot D = E$  mit

$$C \cdot D = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{ip} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mp} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1j} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & \cdots & d_{2j} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{p1} & \cdots & d_{pj} & \cdots & d_{pn} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} e_{11} & \cdots & \cdots & e_{1n} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \cdots & \cdots$$

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Abbildunger

Programm steuerung

n-Files

 Dabei sind die Elemente eij wie erwähnt das Produkt der i-ten Zeile von C mit der j-ten Spalte von D ist:

$$e_{ij} = (c_{i1} c_{i2} \cdots c_{ip}) \cdot \begin{pmatrix} d_{1j} \\ d_{2j} \\ \vdots \\ d_{pj} \end{pmatrix} = c_{i1} d_{1j} + c_{i2} d_{2j} + \dots + c_{ip} d_{pj}$$

$$= \sum_{k=1}^{p} c_{ik} d_{kj}$$

Das Produkt zweier Matrizen C und D existiert nur, wenn die Zahl der Spalten der Matrix C gleich der Zahl der Zeilen der Matrix D ist. Das Produkt zweier Matrizen ist nicht kommutativ, d.h. die Produkte  $C \cdot D$  und  $D \cdot C$  sind im allgemeinen nicht gleich.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim Variablen Vektoren Matrizen

v ei scille dell

Tullkuollei

Abbildunger

Programm steuerung

m-File

Beispiel:

$$C = D\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 7 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$C \cdot D = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 9 & 1 \cdot 5 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 8 \\ 3 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 9 & 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 7 \cdot 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 & 35 \\ 97 & 106 \end{pmatrix}$$

$$D \cdot C = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 + 5 \cdot 3 & 3 \cdot 2 + 5 \cdot 5 & 3 \cdot 2 + 5 \cdot 7 \\ 5 \cdot 1 + 7 \cdot 3 & 5 \cdot 2 + 7 \cdot 5 & 5 \cdot 2 + 7 \cdot 7 \\ 9 \cdot 1 + 8 \cdot 3 & 9 \cdot 2 + 8 \cdot 5 & 9 \cdot 2 + 8 \cdot 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 31 & 41 \\ 26 & 45 & 59 \\ 33 & 58 & 74 \end{pmatrix}$$

# Matrizen: Transponierte

Numerik 1, Anhang

Matrizen

 Transponieren bei einer Matrix bedeut, die Zeilen werden zu Spalten und die Spalten zu Zeilen, symbolisiert durch ein hochgestelltes T, also

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{p1} & d_{p2} & \cdots & d_{pn} \end{pmatrix} \Longrightarrow D^{T} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{21} & \cdots & d_{p1} \\ d_{12} & d_{22} & \cdots & d_{p2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{1n} & d_{2n} & \cdots & d_{pn} \end{pmatrix}$$

# Matrizen: Multiplikatin mit Vektoren

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschieden

Funktioner

Abbildunger

Programr steuerung

m-Files

• Analog verläuft die Multiplikation einer  $m \times n$  Matrix mit einem  $n \times 1$  Spaltenvektor (selbst eine Matrix), also

$$F \cdot \vec{z} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{m1} & f_{m2} & \cdots & f_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} f_{11}z_1 + f_{12}z_2 + \dots + f_{1n}z_n \\ f_{21}z_1 + f_{22}z_2 + \dots + f_{2n}z_n \\ \vdots & \vdots \\ f_{m1}z_1 + f_{m2}z_2 + \dots + f_{mn}z_n \end{pmatrix}$$

# Matrizen: Beispiele

Numerik 1. Anhang

Matrizen

- Wir vollziehen die obigen Operationen nun in MATLAB. Die Grundregeln bei der Eingabe von Matrixelementen sind:
  - Elemente einer Zeile werden durch Leerzeichen oder Kommas getrennt.
  - Das Ende einer Zeile wird durch einen Semikolon (;) angegeben.
  - Die ganze Liste von Zahlen wird in eckigen Klammern [] eingeschlossen.

# Matrizen: Beispiele

Numerik 1. Anhang

Matrizen

>> A=[1 2 2; 2 5 7]  $\Rightarrow$  B=[3 5 9; 5 7 8] >> A + B>> A - B >> C = A>> D = B'>> C \* D >> D \* C >> z = [3; -2; 6]>> F = [-1 8 2; 5 3 1; 7 4 3]>> size(F) >> F \* z >> clear

erzeugt die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ erzeugt die Matrix B Matrixaddition Matrixsubtraktion erzeugt die Matrix C D ist die Transponierte von B Matrixmultiplikation Matrixmultiplikation erzeugt den Spaltenvektor  $\vec{z}$ erzeugt die Matrix F gibt die Dimensionen von F

Multiplikation von Matrix mit Vektor

# Matrizen: Aufgabe

Numerik 1, Anhang

#### Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

#### Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschieden

Tullktioner

Abbildunge

steuerun

m-Files

Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 12 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, sofern definiert, die folgenden Matrixprodukte:

$$AB, BA, Ax, AA, BB, BB^{T}, y^{T}x, yx, xy^{T}, B^{T}y, y^{T}B,$$

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschiedene

Abbildunge

Programn steuerung

n-Files

- Kann eine Matrix G durch eine andere Matrix H dividiert werden?
- Das Dividieren als solches ist nicht als Matrizenoperation definiert. Stattdessen definiert man die Division indirekt als Multiplikation von G mit der Inversen  $H^{-1}$ :

$$G/H:=G\cdot H^{-1}.$$

• Für die Inverse  $H^{-1}$  von H gilt

$$H \cdot H^{-1} = H^{-1} \cdot H = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

wobei I die Einheitsmatrix ist (mit lauter Einsen auf der Diagonalen und Nullen sonst).



Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

v ei schlieden

Funktioner

Abbildunge

Programm steuerung

n-File

- Aus der Linearen Algebra wissen wir, dass die Inverse  $H^{-1}$  existiert (bzw. H invertierbar ist), wenn die Determinante von H nicht verschwindet (ungleich Null ist). Zudem sind nur Matrixen mit der gleichen Anzahl Zeilen wie Spalten (also m=n) invertierbar.
- Für eine 2 × 2 Matrix ist die Determinante folgendermassen definiert:

$$J = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{pmatrix} \Longrightarrow det(J) = j_{11}j_{22} - j_{12}j_{21}$$

und für die Inverse  $J^{-1}$ erhält man

$$J^{-1} = \frac{1}{\det(J)} \begin{pmatrix} j_{22} & -j_{12} \\ -j_{21} & j_{11} \end{pmatrix}$$

Numerik 1, Anhang

Was ist

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen

Variablen Vektoren Matrizen

Verschieden

runktione

Abbildunge

Programm

m-Files

• Beispiel:

$$J = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \Longrightarrow det(J) = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$$

$$J^{-1} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$JJ^{-1} = J^{-1}J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschiedene

Abbildunge

Programm steuerung

n-Files

Versuchen Sie dazu die folgenden Befehle:

```
>> G=[-1\ 8\ 2;\ 5\ 3\ 1;\ 7\ 4\ 3] erzeugt die 3\times3 Matrix G
>> G^{-}(-1) erzeugt die invertierte Matrix G^{-1}
>> inv(G) erzeugt ebenfalls G^{-1}
>> G*G^{-}(-1) ergibt die Einheitsmatrix
>> G^{-}(-1)*G ebenfalls
>> det(G) berechnet die Determinante
>> clear
```

# Matrizen: Erzeugen mit Funktionen

Numerik 1. Anhang

Matrizen

 MATLAB stellt eine Anzahl von Funktionen zur Verfügung, um Matrizen zu generieren. Zu den wichtigsten gehören:

Funktionsname	Resultat
еуе	Einheitsmatrix (sämtliche Diagonalelemente sind 1)
zeros	Nullmatrix (sämtliche Elemente sind 0)
ones	Einser-Matrix (sämtliche Elemente sind 1)
diag	siehe doc diag
triu	oberes Dreieck einer Matrix
tril	unteres Dreieck einer Matrix
rand	Zufallszahlenmtrix
magic	magisches Quadrat

## Matrizen: Beispiele zu Erzeugen mit Funktionen

```
Numerik 1,
Anhang
```

Was ist MATLAB

Erste Schritt

grundlegender

Datentyp Eindim Variablen Vektoren Matrizen

verschiedene

Tunktione

Abbildunge

Programm steuerung

n-File

```
>> K=eve(5)
                                erzeugt die 5 × 5 Einheitsmatix
>> K^(-1)
                                die Inverse der Einheitsmatrix ergibt die Einheitsmatrix
>> eye(5,2)
                                erzeugt die 5 x 2 Matrix mit 1 auf der Diagonalen
>> inv(eye(5,2))
                                Fehler, die Matrix ist nicht invertierbar
                                erzeugt eine 100 \times 100 Matrix mit Nullen gefüllt
>> zeros (100)
>> 1 = [1 2 3]
                                Zeilenvektor
                                erzeugt 3×3 Diagonalmatrix mit der Diagonale 1, 2, 3
>> L = diag(1)
>> M = diag([1;2;3])
                                geht auch mit Spaltenvektoren
>> N = ones(5.10)
                                erzeugt 5×10 Matrix mit Einsen
>> N(4.5) = 0
                                das Element in der 4. Zeile und 5. Spalte wird 0
>> N = [T. M]
                                hängt Matrizen L und M horizontal zusammen
                                hängt Matrizen L und M vertikal zusammen
>> P = [L:M]
>> Q=zeros(3); R=ones(3);
>> SK=[0 R 0: R R R: 0 R 0]
                                erzeugt ein 9×9 Kreuz aus 0 und 1
>> S = rand(7)
                                erzeugt eine 7×7 Zufallsmatrix
>> diag(S)
                                gibt die Diagonale von S als Spaltenvektor
```

000

## Matrizen: Arithmetische Operationen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

grundlegender Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Abbildunge

\_

st eu er un

n-Files

 Wir haben bereits die in der folgenden Tabelle gezeigten arithmetischen Operationen für Matrizen kennen gelernt.
 Durch Verwendung eines Punktes vor dem Operator erhält man Operationen, welche elementweise durchgeführt werden:

Matrixoperationen		Elementweise Operationen	
+	Addition	+	Addition
-	Subtraktion	-	Subtraktion
*	Multiplikation	.*	Multiplikation
/	Division	./	Division
^	Potenz	.^	Potenz
,	Hermitesch Transponierte	.'	Transponierte

## Matrizen: Arithmetische Operationen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim Variablen

Variablen Vektoren Matrizen

verschieden

Tullktioner

Abbildunge

Programn steuerung

n-Files

>> T = [1 2; 3 4]  
>> T^2 ergibt 
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$$
  
>> T.^2 ergibt  $\begin{pmatrix} 1^2 & 2^2 \\ 3^2 & 4^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$   
>> T \* U ergibt  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$   
>> T \* U ergibt  $\begin{pmatrix} 1 \cdot 5 & 2 \cdot 6 \\ 3 \cdot 7 & 4 \cdot 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 32 \end{pmatrix}$   
>> T / U A / B = A \* B^-1 =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 3.5 & -2.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$   
>> T ./ U  $\begin{pmatrix} 1/5 & 2/6 \\ 3/7 & 4/8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2000 & 0.3333 \\ 0.4286 & 0.5000 \end{pmatrix}$   
>> clear

#### Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

der Datentyp

Variablen Vektoren

Verschiedenes

Eupletion

Abbildunge

Programm-

m-Files

# **Verschiedenes**

## Verschiedenes: Der Doppelpunkt Operator

Numerik 1. Anhang

Verschiedenes

 Der Doppelpunkt ist ein wichtiger Operator in MATLAB. Die Manipulation von Vektoren oder Matrizen sowie der Zugriff auf deren Elemente wird dadurch erheblich vereinfacht. Probieren Sie die folgenden Befehle:

```
>> a = [1:12]
                                                     Zeilenvektor a = [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12]
>> b = [1:2:12]
                                                     Zeilenvektor b = [1 3 5 7 9 11]
>> c = [1:3:12]
                                                     Zeilenvektor c = [1 4 7 10]
>> d = [20:-5:-10]
                                                     Zeilenvektor d = [20 15 10 5 0 -5 -10]
>> A = [1 3 5;7 9 11;13 15 17]
>> A(1,:)
                                                     gibt die erste Zeile von A aus
>> A(:,2)
                                                     gibt die zweite Spalte von A aus
                                                   gibt die Elemente von A: \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 11 \end{pmatrix} erzeugt B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ -4 & -3 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & -4 & -6 \end{pmatrix} gibt die Elemente von B: \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}
>> A(1:2,2:3)
>> B = [1:2:10;-4:1:0;2:-2:-6]
>> B(2:3,2:4)
>> clear
```

## Verschiedenes: Vergleichs- und logische Operatoren

Numerik 1. Anhang

Verschiedenes

 Die Vergleichs- und logischen Opertoren von MATLAB sind in der folgenden Tabelle aufgelistet (aus [8]).

 Wenn Vergleichsoperationen mit Matrizen durchgeführt werden, erhält man eine Matrix, die mit 0 (false) oder 1 (true) gefüllt ist, abhängig davon, ob die verglichenen Elemente der zwei Matrizen die Bedingung erfüllen oder nicht.

Vergleichsoperatoren		logische Operatoren	
<	kleiner als		und
<=	kleiner oder gleich		oder
>	grösser als	~	nicht
>= grösser oder gleich			
== gleich			
~=	ungleich		

# Verschiedenes: Vergleichs- und logische Operatoren

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyn

Eindim Variablen Vektoren

Verschiedenes

Funktione

Abbildunge

Programm stellerling

m Elles

• Versuchen Sie die folgenden Befehle:

```
>> A = [1 2; 3 4]
            >> clear
```

# Verschiedenes: Ausgabeformate

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

Verschiedenes

runktionei

Abbildunge

steuerun

n-Files

 Die Ausgabe der Zahlen auf dem Bildschirm können durch die Befehle format oder, viel feiner, mit dem aus C bekannten Befehl fprintf gesteuert werden. Für format existieren die folgenden Befehle (aus [8]):

Befehl	Beschreibung
format short	scaled fixed point format with 5 digits
format long	scaled fixed point format with 15 digits for double and
	7 digits for single
format short e	floating point format with 5 digits
format long e	floating point format with 15 digits for double and
	7 digits for single
format hex	hexadecimal format
format +	the symbols +, - and blank are printed
format bank	fixed format for dollars and cents
format rat	approximation by ratio of small integers
format compact	suppresses extra line feeds

# Lange Befehlszeilen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedenes

A bbildup go

D....

st eu er u n

n-Files

 Falls eine Befehlszeile zu lang sein sollte für das Befehlsfenster, kann sie mit '...' am Ende unterteilt werden. Beispiel:

```
>> s = \sin(pi) + \sin(pi/2) + \sin(pi/4) + \sin(pi/6) + \sin(pi/8) \dots
+ \sin(pi/10) + \sin(pi/12)
```

#### Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

der Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren

Verschiedene

#### Funktionen

Abbildunge

Programm

n-Files

# **Funktionen**

#### **Funktionen**

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene:

Funktionen

Abbildunge

D......

---

n-File:

- In MATLAB wird zwischen skalaren Funktionen, Vektorund Matrixfunktionen unterschieden.
- Ersteren wird ein Skalar (eine Zahl) als Argument zugewiesen, letzteren ein Vektor bzw. eine Matrix.
- Im Folgenden gehen wir kurz auf diese Funktionstypen ein.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Funktionen

Abbildunge

Programn steuerung

o-Files

- Viele der von MATLAB zur Verfügung stehenden Funktionen sind skalare Funktionen.
- Dennoch ist es möglich, sie auf Vektoren oder Matrizen anzuwenden. Allerdings werden sie dann Element für Element ausgeführt.
- Die wichtigsten sind in der folgenden Tabelle aufgelistet (gemäss [8]). Eine detaillierte Beschreibung zu jeder Funktion kann in MATLAB mittels help Funktion aufgerufen werden:

Numerik 1, Anhang

Funktionen

Kategorie	Funktion	Beschreibung
Trigonometrische	sin	Sinus
Funktionen	sinh	Sinus hyperbolicus
	asin	Arcussinus
	cos	Cosinus
	cosh	Cosinus hyperbolicus
	acos	Arcuscosinus
	tan	Tangens
	tanh	Tangens hyperbolicus
	atan	Arcustangens
	cot	Cotangens
	coth	Cotangens hyperbolicus
	acot	Arcuscotangens

Numerik 1, Anhang

Funktion en

Kategorie	Funktion	Beschreibung
Exponentialfunktion	exp	Exponentialfunktion
und Logarithmus	expm1	berechnet exp(x)-1 exakt
	log	natürlicher Logarithmus
	log1p	berechnet log(1+x) exakt
	log10	Logarithmus zur Basis 10
	log2	Logarithmus zur Basis 2
	sqrt	Wurzelfunktion
	nthroot	n-te Wurzel reeller Zahlen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Funktionen

Abbildunge

steuerung

Kategorie Funktion Beschreibung Komplexe Zahlen Absolut bet rag abs Phase einer komplexen Zahl angle konstruiert eine komplexe Zahl complex berechnet die konjugiert komplexe Zahl coni gibt den Imaginärteil einer komplexen Zahl imag rel gibt den Realteil einer komplexen Zahl Runden und Rest rundet zum nächsten Integer näher bei Null fix floor rundet zum nächsten Integer näher bei −∞ ce il rundet zum nächsten Integer näher bei +∞ rundet zum nächsten Integer round Modulus (Rest nach Division mit Vorzeichen) mo d Rest nach Division rem Signum sign

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Funktionen

Abbildunge

Programn steuerung

n-Files

Probieren Sie dazu einige Beispiele:

```
>> x = cos(pi/4*[1:10]) berechnet den Cosinus der Vielfachen von π/4
>> y = sqrt(exp(x)) berechnet die Wurzel von e<sup>x</sup>
>> floor(y) rundet alle Elemente von y ab
>> ceil(y) rundet alle Elemente von y auf
>> round(y) rundet alle Elemente von y
>> mod(10,3) gibt ganzzahlign Rest (=1) der Division 10 / 3
>> clear
```

#### Konstanten

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Funktionen

Abbildunge

steuer

n-Files

• In MATLAB sind zusätzlich die folgenden Konstanten definiert (aus [8]):

Konstante	Beschreibung
pi	3.14159265
i	imaginäre Einheit $\sqrt{1}$
j	wie i
eps	Relative Genauigkeit der Fliesskomma-Zahlen ( $arepsilon=2^{-52}$ )
realmin	kleinste Fliesskommazahl (2 <sup>-1022</sup> )
realmax	grösste Fliesskommazahl ( $(2-arepsilon)^{1023}$ )
Inf	Unendlich (∞)
NaN	Not a number

#### Vektorfunktionen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Schritte

grun dleg ender Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Funktionen

Abbildunge

Programm

n-Files

 Vektorfunktionen k\u00f6nnen auf Spalten- oder Zeilenvektoren angewendet werden.

- Werden Sie auf Matrizen angewandt, operieren sie spaltenweise.
- Einige dieser Funktionen sind (aus [8]):

Funktion	Beschreibung	
max	grösste Komponente	
mean	berechnet den Durchschnitt	
median	berechnet den Median	
min	kleinste Komponente	
prod	Produkt der Elemente	
sort	sortiert aufsteigend oder absteigend	
sortrows	sortiert die Zeilen aufsteigend	

#### Vektorfunktionen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschiedene

Funktionen

Abbildunge

steuerun

n Files

Funktion	Beschreibung
std	berechnet die Standardabweichung
sum	berechnet die Summe
trapz	numerische Integration mit Trapezregel
cumprod	kumulatives Produkt der Elemente
cumsum	kumulative Summe der Elemente
cumtrapz	kumulative numerische Integration mit Trapezregel
diff	berechnet die Differenzen zwischen den Elementen

#### Vektorfunktionen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Funktionen

Abbildunge

Programn steuerung

n-Files

 Testen Sie die Funktionen anhand der folgenden Beispiele (aus [8]):

### Matrixfunktionen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

grundlegender Datentyp Eindim

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Funktionen

Abbildunge

---

n-Files

 Die folgende Tabelle zeigt einige der Funktionen, die direkt auf Matrizen angewendet werden können. Wir wollen hier nicht weiter darauf eingehen, kommen aber im Verlauf der Vorlesung wieder darauf zurück.

Kategorie	Funktion	Beschreibung
Matrixanalyse	norm	berechnet Matrix oder Verktornorm
	normest	berechnet die 2-Norm einer Matrix
	rank	Ordnung einer Matrix
	det	Determinante
	trace	Summe der Diagonalelemente
	orth	berechnet orthogonalisierte Basis

## Matrixfunktionen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Funktionen

Abbildunge

Programm steuerung

. Ella

Kategorie	Funktion	Beschreibung
Lineare Gleichungen	\ oder /	Operatoren zur Lösung lin. Gleichungssyst.
	inv	berechnet die Inverse
	cond	Konditionszahl für Invertierung
	condest	1-Norm Konditionszahl
	chol	Cholesky-Zerlegung
	linsolve	löst ein System von linearen Gleichungen
	lu	LU Faktorisierung
	qr	QR Zerlegung
	lsqonneg	Least squares non-negativ

## Matrixfunktionen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Funktionen

Abbildunge

Program steuerun<sub>i</sub>

m-Files

Kategorie	Funktion	Beschreibung
Eigen- und singuläre	eig	Eigenwerte und Eigenvektoren
Werte	svd	Singulärwert-Zerlegung
	poly	Charakteristisches Polynom
	hess	Hessenberg Form
	qz	QZ Faktorisierung
	schur	Schur Zerlegung
Matrixfunktionen	expm	Exponentialfunktion für Matrizen
	logm	Logarithmusfunktion für Matrizen
	sqrtm	Wurzelfunktion für Matrizen

#### Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB?

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim.

Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene:

Eunktion of

Abbildungen

Programm-

n Files

# Abbildungen

# Abbildungen

Numerik 1, Anhang

Was ist

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Verschiedene

Eunktione

Abbildungen

\_

st eu er u i

n-Files

 MATLAB bietet eine Vielzahl von graphischen Darstellungsmöglichkeiten. Wir beschränken uns hier auf einige wichtige.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Abbildungen

Programm steuerung

n-Files

 Linien-Plots sind in 2 oder 3 Dimensionen möglich. Der einfachste Linien-Plot hat die Form

 Dabei ist x ein Vektor mit den Werten für die Abszisse (x-Achse) und y ein Vektor für die Ordiante (y-Achse). Mit zusätzlichen Befehlen wie xlabel() und ylabel() lassen sich die Achsen beschriften, titel() fügt einen Titel hinzu etc. Mit doc plot können Sie sich die verschiedenen Zusatzfunktionen anzeigen lassen.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim Variablen

Verschiedene

Funktione

Abbildungen

Programm steuerung

n-Files

```
>> x = 0:0.1:20, y = sin(x);
                                    initialisiert x und y ....
\gg z = cos(x):
                                    sowie z
>> plot(x,y)
                                    zeichnet y = sin(x)
>> hold on
                                    der bisherige Plot wird weiter gezeigt
>> plot(x,z,'r')
                                    zeichnet z = cos(x) in Rot ins gleiche Fenster
>> xlabel('x')
                                    beschriftet die Achsen
>> ylabel('sin(x) und cos(x)')
                                    die bisherige Plots werden nicht mehr gezeig
>> hold off
                                    löscht den Inhalt des Grafikfensters
>> clf
```

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Schritt

grundlegender

Eindim. Variablen Vektoren

Verschieden

runktioner

Abbildungen

steuerun

n-Files

>> plot(x,y,x,z,'r')	zeichnet beide Funktionen gleichzeitig
>> legend('sin(x)','cos(x)')	fügt Legende hinzu (mit Maus verschiebbar)
>> clf, hold	
>> subplot(3,2,1), plot(x,y)	das Grafikfenster wird in 3-2 Subplots unterteilt $\dots$
	und der 1. Subplot wird angesprochen
>> subplot(3,2,2), plot(x,z)	der 2. Subplot wird angesprochen
>> subplot(3,2,3), plot(x,y+z)	der 3. Subplot wird angesprochen
>> title('Meine Abbildung')	und mit einem Titel versehen
>> clf, hold off	
>> plot3(x,y,z, 'gv')	ein dreidim Plot aus grünen 'V' (siehe doc plot3)
>> grid	fügt ein Gitter hinzu
>> xlabel('x'), ylabel('sin(x)')	beschriftet die Koordinatenachsen
>> zlabel('cos(x)')	
>> title('Spirale')	fügt Titel hinzu

Numerik 1, Anhang

Abbildungen

Einige mögliche Werte für die Linienfarbe und die Symbole können folgender Tabelle entnommen werden (aus [1]):

```
yellow
                                point
                                                     triangle (right)
У
                               circle
                                                           solid
     mangenta
m
                     0
                              x-mark
                                                          dotted
                     Х
C
       cyan
                                plus
                                                         dashdot
        red
                     +
r
                     *
                                                          dashed
                                star
g
       green
h
       blue
                          triangle (down)
                     ν
       white
                           triangle (up)
w
k
       black
                           triangle (left)
                     <
```

Numerik 1, Anhang

Abbildungen

• Aufgaben:

Bekanntlich erscheint der Graph einer Exponentialfunktion  $f(x) = c \cdot a^x$  in einem Koordinatensystem mit logarithmischer y-Achse als Gerade; der Graph einer Potenzfunktion  $f(x) = c \cdot x^a$  ist eine Gerade, wenn man beide Koordinatenachsen logarithmisch wählt. Um das Erstellen solcher Graphiken zu unterstützen, stellt MATLAB die Anweisungen logspace, semilogx, semilogy und loglog zur Verfügung. Stellen Sie damit die Graphen der folgenden Funktionen als Geraden dar, jeweils für  $10^{-5} < x < 10^{5}$ :

1 
$$f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{2x^2}}$$

2 
$$f(x) = 10^5 \cdot (2e)^{-x/100}$$

$$f(x) = (\frac{10^{2x}}{2^{5x}})^2$$

## Balken-Diagramme

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Verschieden

Funktionen

Abbildungen

Programm steuerung

n-File

- Für zwei- und dreidimensional Balkendiagramme stehen die Befehle bar(), barh(), bar3() und barh3() zur Verfügung.
- Die 3 steht für dreidimensional, h für horizontal.
- Die Werte der x-Achse müssen vom Benutzer auf jeden Fall definiert werden, ansonsten wird nur der Index verwendet.
- Die Befehle lassen sich auch auf eine Matrix anwenden, jede Matrixzeile wird dann als Datensatz zum gleichen x-Wert interpretiert.
- Wenn y (die Anzahl Beobachtungen pro x-Wert) noch nicht bekannt bzw. berechnet worden ist, verwendet man den Befehl hist(). Betrachten Sie dazu die Beispiele auf der folgenden Seite.

## Balken-Diagramme

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyn

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschiedene

Abbildungen

Programm steuerung

n File

>> x = -2.9:0.2:2.9;	x wird vorgegeben
>> y = exp(-x.*x);	und y
>> bar(x,y,'g')	Balkendiagramm (in grün) y vs. x
>> bar3(x,y,'g')	in 3d
>> barh(x,y,'g')	horizontal
>> B = round(10*rand(6,4)+0.5)	definiert 6×4 Matrix B aus Zufallszahlen
>> x = 2:3:17	neues × (mit 6 Elementen)
>> bar(x,B,'grouped')	Balken diagramm
>> bar3(x,B)	in 3d
>> y = round(100*randn(100000,1)+0.5);	Datensatz mit Normalverteilung
>> x = min(y):10:max(y);	Kategorien x werden definiert
>> hist(y,x)	Balkendiagramm der Verteilung

## Balken-Diagramme

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Eindim. Variablen Vektoren

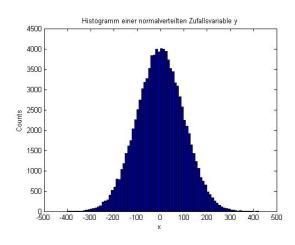
Verschiedene

unktione

Abbildungen

Programm steuerung

n-Files



## Flächen-Plots

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschiedene

Abbildungen

Programmsteuerung

n-Fil es

 Wie wir aus der Analysis wissen, lassen sich Funktionen mit zwei unabhängigen Variablen der Art

$$f(x,y)=z$$

als zweidimensionale Flächen im dreidimensionalen Raum darstellen.

 In MATLAB lässt sich das durch die Verwendung von meshgrid() und mesh() graphisch darstellen. Betrachten wir das Beispiel

$$f(x,y) = x^2 + y^2$$

- Zuerst müssen wir für MATLAB ein Gitter in der xy-Ebene definieren und dann zu jedem Gitterpunkt den z-Wert berechnen, also  $z=x^2+y^2$ .
- Dafür gehen wir folgendermassen vor: wir definieren via meshgrid()das Gitter und zeichnen dann die Fläche mittels mesh()

#### Flächen-Plots

Numerik 1, Anhang

Was ist

Erste Schritte

Matrizen als grundlegen-

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

Verschieden

Funktioner

Abbildungen

Programm steuerung

n Eilac

>> [x,y] = meshgrid(-5:0.01:5); initialisiert das Gitter für -5 < x v < 5  $>> z = x.^2 + v.^2$ ; berechnet z für iedes x und iedes v >> mesh(x.v.z) zeichnet zals Funktion von xund v >> axis([-5 5 -5 5 -30 60]) nimmt einen Ausschnitt der Graphik >> view(120,125) rotiert die Graphik um die angegeb. Winkel eine andere Oberfläche wird definiert  $>> z = 3.*x.*y-x.^3-y.^3;$  $\rightarrow$  mesh(x,y,z), view(30,5) und gezeichnet noch zusätzlich mit einem Kontour-Plot  $\rightarrow$  meshc(x,y,z), view(30,30) ändert die verwendete Farbskala >> colormap pink

#### Flächen-Plots

Numerik 1, Anhang

Was ist

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

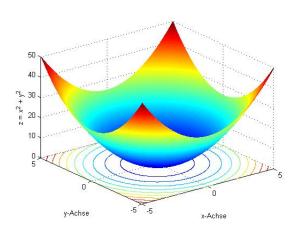
Verschiedene

Funktione

Abbildungen

Programm-

.. ...



#### Flächen-Plots

Numerik 1, Anhang

Was ist

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim Variablen Vektoren

Verschieden

Funktionen

Abbildungen

steuerung

n-Files

 Für den Befehl colormap stehen folgende Farbpaletten zur Verfügung (aus [8]):

hsv	hue-saturation-value color map (default)
hot	black-red-yellow-white color map
gr ay	linear gray-scale color map
bone	gray-scale with tinge of blue color map
copper	linear copper-tone color map
pink	pastel shades of pink color map
white	all white color map
flag	alternating red, white, blue, and black color map
lines	color map with the line colors

#### Flächen-Plots

Numerik 1, Anhang

Was ist

Erste Schritte

Matrizen als grundlegen-

Datentyp Eindim Variablen

Matrizen

Abbildungen

st eu er un

n-Files

colorcube enahnced color-cube color map

vga Windows colormap for 16 xcolors

jet variant of HSV

prism prism color map

cool shades of can and magenta color map

autumn shades of red and yellow color map

spring shades of magenta and yellow color map

summer shades of green and yellow color map

winter shades of blue and green color map

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

Verschiedene

unktione

Abbildunge

Programmsteuerung

- -

# Befehle zur Programmsteuerung

## Die for-Schleife

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

grundlegender Datentyp Eindim. Variablen

Matrizen Verschiedene

v er semie dene.

Abbildunger

Programmsteuerung

n-Files

• Die Form der for-Schleife ist

- Der Ausdruck ist häufig von der Form i:s:j, die Variable nimmt dann die Werte an i, i+s, i+2s, i+3s,... bis der Wert am nächsten bei j erreicht ist.
- For-Schleifen können auch ineinander verschachtelt werden, allerdings erhöht das oft die Rechenzeit erheblich.
- Nehmen Sie an, Sie benötigen die Werte der Sinus-Funktion für Vielfache von  $\pi/10$ . Dies erreichen Sie zum Beispiel durch

## Die for-Schleife

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Funktionen

Abbildunger

Programmsteuerung

m-Files

• Ein weiteres Beispiel mit Ausgabe auf den Bildschirm

oder alles auf einer Zeile:

```
\Rightarrow for j = 1 : 2 : 10, disp(sprintf('%i. Schleife', j)); end
```

## Die for-Schleife

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedenes

Abbildunge

Programmsteuerung

n-File:

 Eine Verschachtelung kann Sinn machen, um z.B. eine Matrix mit Elementen zu füllen.:

```
>> A = zeros(10);

>> for i = 1 : 10,

for j = 1 : 10,

A(i,j) = sin(i*pi/10)*cos(j*pi/10);

end

end
```

 Allerdings könnte man in diesem Fall durch Vektorisierung wesentlich effizienter zum gleichen Resultat kommen (durch Multiplikation eines Spaltenvektors mit einem Zeilenvektor):

```
>> i = 1 : 10;
>> A = sin(i*pi/10)' * cos(i*pi/10);
```

# Die while-Schleife

Numerik 1, Anhang

Was ist

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Funktionen

Appliduligei

Programmsteuerung

n-File

 Wenn die Anzahl der Iterationen nicht von vornherein bekannt ist, kann eine while-Schleife verwendet werden.

• Die Zuweisungen werden durchgeführt, solange die Relation erfüllt ist. Betrachten Sie hierzu folgendes Beispiel:

• Für q erhält man so den Wert q=0.0061. Dieser Wert ist kleiner als 0.01, da die Anweisung q=q/2 noch ein letztes

### Das if - else if - else statement

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

. . . . . .

Programm-

steuerung m-Files • Die komplette Form dieses Statements ist

 Die Statements elseif und else können natürlich auch weggelassen werden.

### Das if - else if - else statement

Numerik 1. Anhang

Programm-

steuerung

Versuchen Sie folgendes Beispiel:

```
4;
>>
     n =
     for
            i = 1 : n,
            for j = 1 : n,
              if abs(i-j) > 1,
                t(i,j) = 0;
              elseif i == j,
                t(i,j) = 2;
              else i == j,
                t(i,j) = -1;
              end
            end
     end
```

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegen-

Datentyp Eindim. Variablen

Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Funktione

Abbil dungei

Programm-

m-Files

# **Unterprogramme, m-Files**

# Unterprogramme, m-Files

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedenes

Abbildunge

Programm

m-Files

- Obwohl man viele Aufgabenstellungen in MATLAB interaktiv im Eingabefenster lösen kann, wird man früher oder später auch Programme in MATLAB schreiben wollen.
- Solche Programme werden m-Files genannt (wegen der Endung der Dateien \*.m) und entsprechen Funktionen, Subroutinen oder Prozeduren in anderen Programmiersprachen.
- Bei den m-Files wird unterscheiden in Scripts (eine Auflistung von Befehlen, die abgearbeitet werden ohne Eingabe- oder Ausgabeparameter) und Funktionen (mit Eingabe- und Ausgabeparameter).

# Unterprogramme, m-Files

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Abbildunge

Appliquinge

m-Files

 Die m-Files müssen in dem Verzeichnis abgespeichert sein, in dem sich MATLAB aktuell befindet. Das aktuelle Verzeichnis kann im Befehlsfenster under 'Current Directory' oder mittels dem Befehl cd (change directory) geändert werden.

 Mit dem Befehl what könne Sie sich die m-Files im gegenwärtigen Verzeichnis auflisten lassen, der Befehl type Filename listet den Inhalt eines Files.

# Scripts

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Datentyp Eindim Variablen Vektoren Matrizen

Abbildunge

steuerung

m-Files

 Scripts werden einfach durchlaufen und die Befehle so ausgeführt, als ob sie direkt ins Befehlfenster eingegeben worden wären. Versuchen Sie folgendes Script und speichern Sie es unter test1.m im aktuellen Verzeichnis:

```
% Dies ist mein erstes Skript.
A = rand(101,4); x = [0:5:500];
for i = 1:4,
    subplot(2,2,i), plot(x, A(:,i), 'r');
end
```

 Im Eingabefenster rufen Sie dieses Skript durch die Eingabe des Befehls test1 auf. Kommentare sind durch % gekennzeichnet.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritt

Matrizen als grundlegender Datentyp

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Abbildunge

Programm

m-Files

- Funktionen müssen in der ersten Zeile den Ausdruck function enthalten.
- Der Name der Funktion und des m-Files sollten gleich sein.
- Innerhalb der Funktion definierte Variablen sind lokal und gehen beim Beenden der Funktion verloren. Sie sind nicht im Befehlsfenster sichtbar.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp

Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

verschiedene

Tunktionen

Abbildunge

Programm steuerung

m-Files

 Erstellen Sie die folgende Funktion und speichern Sie sie unter test2.m im aktuellen Verzeichnis.

```
function [x,y,z] = test2(n)
% test2    [x,y,z] = test2(n) definiert drei normalverteilte
% Zufallsvektoren der Länge n
x = randn(n,1);
y = randn(n,1);
z = randn(n,1);
```

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen

Verschiedene

Funktionen

Abbildunge

Programm

m-Files

 Mit dem Befehl help test2 werden die Kommentazeilen bis zur ersten Nichtkommentarzeile auf dem Bildschirm ausgegeben. Mit dem Aufruf [a1, a2, a3] = test2(1000)

$$[a1, a2, a3] = test2(1000)$$

• werden die drei Vektoren a1, a2 und a3 kreiert.

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren

Tullkuolleli

Abbildunge

steuerun

m-Files

 Ein Beispiel einer Funktion, die die Faultät n! berechnet, dabei eine Fehlerüberprüfung durchführt und sich rekursiv selbst auffruft, ist im folgenden Beispiel gezeigt (aus [1]):

```
function y = fak(n)
% FAK
           v = fak(n) berechnet die Fakultät von n
% fak(n) = n * fak(n - 1), fak(0) = 1
% Fehler, falls n < 0 oder nicht ganzzahlig
if n < 0 \mid fix(n) = n.
  error(['ERROR: FAK ist nur für nicht-negative, ganze Zahlen definiert']
en d
if n <= 1.
  y = 1;
else
  v = n*fak(n-1);
end
```

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Schritt

grundlegender

Datentyp Eindim. Variablen Vektoren Matrizen

Verschiedene

Abbildunge

Programm steuerung

m-Files

## Aufgaben:

Schreiben Sie eine Funktion, die die Fakultät nicht rekursiv berechnet sondern mit einer for-Schleife. Vergleichen Sie Ihre Funktion mit der obigen und messen Sie die Ausführungszeiten (mit tic() und toc(), z.B. t1 = tic; fak(450); toc(t1)). Was stellen Sie für grosse n fest? Weshalb?

### Aufgaben:

- Ein Problem, das die Astronomen lange beschäftigt hat, ist die Berechnung des Osterdatums (auch C. F. Gauss hat schon einen Algorithmus ausgedacht). Wissen Sie, wie Ostern definiert ist? Auf der nächsten Slide ist eine Version, welche bis zum Jahr 2099 gültig ist.
  - Implementieren Sie diesen Algorithmus mit Matlab-Anweisungen ohne Schleifen so, dass Y nicht nur eine einzige Jahrzahl, sondern auch ein Vektor mit Jahrzahlen sein kann.

# Anonyme Funktionen

Numerik 1. Anhang

m-Files

• Eine anonyme Funktion besteht aus einem einzigen MATLAB-Ausdruck hat aber beliebig viele Eingabe und Ausgabeparameter. Die allgemeine Form ist

Betrachten Sie hierzu die folgenden Beispiele:

```
>> square = Q(x) x.^2
                                  definiert eine Funktion namens square,
                                  die ihr Argument quadriert
                                  ruft die Funktion auf, Resultat a = 441
>> a = square(21)
>> rest = Q(x,y)...
                                  die Funktion rest berechnet den
 [floor(x/y),x-y*floor(x/y)]
                                  ganzzahligen Teiler und den Rest
>> b = rest(100, 0.75)
                                  das Resultat ist b = 133,0000,0.2500
```

## Globale Variablen

Numerik 1. Anhang

m-Files

- Sollen mehr als eine Funktion auf eine Variable zugreifen, so muss die Variable in allen fraglichen Funktionen als global deklariert werden.
- Soll auf die Variable auch vom Befehlsfenster aus zugegriffen werden können, gibt man das global-Statement zusätzlich direkt im Befehlsfenster ein.
- Eine Variable muss als global deklariert werden, bevor sie das erste Mal verwendet wird. Betrachten Sie das folgende Beispiel (aus [1]):

```
function f = myfun(x)
% MYFUN
             myfun(x) = 1/(A + (x-B)^2)
global A B
f = 1/(A + (x-B)^2);
end
```

## Globale Variablen

Numerik 1, Anhang

Was ist MATLAB

Erste Schritte

Matrizen als grundlegender Datentyp Eindim.

Datentyp Eindim Variablen Vektoren Matrizen

verschiedenes

Abbildunge

Programmsteuerung

m-Files

• Mit der Funktion fplot()kann man eine andere Funktion in einem vorgegebenen Intervall plotten. Wenden wir sie auf myfun(x) an, wobei das Intervall  $0 \le x \le 1$  sein soll.

```
>> global A B erklärt A und B im Befehlsfenster als global >> A = 0.01; B = 0.5; weist die globalen Werte zu >> fplot(@myfun, [0 1]) myfun wird geplottet für 0 \le x \le 1
```

- Sollte der Befehl global A B im Befehlsfenster erst eingegeben werden, nachdem A und B bereits vorher benutzt wurden, kommt eine Warnung.
- Um sicherzugehen, sollte der Arbeitsspeicher vorher mit clear all gelöscht werden (clear allein genügt nicht).