

Übungsblatt 1

Alphabete, Wörter und Sprachen

Abgabe: Kalenderwoche 39

Aufgabe 1.

Gegeben seien die Alphabete $\Sigma_1 = \{a, b, c, \dots, z\}$, $\Sigma_2 = \{+, -, *, /\}$ und $\Sigma_3 = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ sowie die Wörter $w_1 = \varepsilon$, $w_2 = 5 + 2 - 3$, $w_3 = a + 5$, $w_4 = a^3uk^4$ und $w_5 = abbeec$.

- (a) Bestimmen Sie die Längen der Wörter w_1 bis w_5 sowie die Länge des Wortes: w_1xw_2efg
- (b) Bestimmen Sie für die Wörter w_1 bis w_5 , zu welcher Sprache Σ_1^+ , Σ_2^* und Σ_3^4 diese jeweils gehören könnten.
- (c) Bestimmen Sie für die Wörter w_1 und w_5 , über welchem der Alphabete Σ_1 , Σ_2 und Σ_3 diese jeweils sein könnten.

Hinweis: In den Wörtern w_1 , w_2 , w_3 , w_4 und w_5 sind keine Leerzeichen enthalten. **10 Punkte**

Aufgabe 2.

Beantworten Sie folgende Aufgaben.

- (a) Listen Sie alle Präfixe, Suffixe und Teilwörter des Wortes $u = 123$ auf.
- (b) Welche Teilwörter des Wortes $v = sugusu$ sind gleichzeitig auch Präfix und Suffix von v ?

10 Punkte

Aufgabe 3.

Entscheiden Sie für folgende Sprachen über $\Sigma = \{a, 1, x\}$, ob sie endlich oder unendlich sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) $L_1 = \{a, aa, x1a, xxx1a\}$
- (b) $L_2 = \{x^{5*n-4*n} \mid n \in \mathbb{N} \text{ ist gerade}\}$
- (c) $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 6\}$
- (d) $L_4 = \{w \in \Sigma^{655} \mid |w|_x < |w|_1\}$

Hinweis: Die Notation $|w|_a$ bezeichnet die Anzahl der Vorkommen des Zeichens a im Wort w .

10 Punkte

Zusatzaufgabe 1.

Entscheiden Sie, ob die nachfolgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

Optional

Aussage	Wahr	Falsch
Eine Sprache darf nur eine endliche Anzahl von Wörtern enthalten.		X
Die Sprache L sei eine Konkatenation aus den Sprachen $A = \{w \mid w \text{ ist ungerade und } w > 448\}$ und $B = \{w \mid w \text{ ist prim}\}$. Es gibt mindestens ein Wort aus der Sprache L , welches sowohl zur Sprache A als auch zur Sprache B gehört.	X	
Ein Wort kann nicht unendlich gross sein.		X
$\Sigma^* = \Sigma^+ - \{\varepsilon\}$	X	
Gegeben sind die Sprachen $L = \{\}$ und $K = \{\varepsilon\}$. In diesem Fall ist $L = K$.		X
Das leere Wort ε ist auch in der leeren Sprache enthalten.	X	
Unter der Konkatenation von Sprachen versteht man die Vereinigung der zugrundeliegenden Alphabete.	X	

 $\Rightarrow \varepsilon$

Lösung

Aufgabe 1. Gegeben seien die Alphabete $\Sigma_1 = \{a, b, c, \dots, z\}$, $\Sigma_2 = \{+, -, *, /\}$ und $\Sigma_3 = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ sowie die Wörter $w_1 = \varepsilon$, $w_2 = 5 + 2 - 3$, $w_3 = a + 5$, $w_4 = a3uk4$ und $w_5 = abbeec$.

(a) Bestimmen Sie die Längen der Wörter w_1 bis w_5 sowie die Länge des Wortes: $w_1 x w_2 e f g$ (b) Bestimmen Sie für die Wörter w_1 bis w_5 , zu welcher Sprache Σ^+ , Σ^* gehören könnten.

(c) Bestimmen Sie für die Wörter w_1 und w_5 , über welchem der Alphabete Σ_1 , Σ_2 und Σ_3 diese jeweils sein könnten. Hinweis: In den Wörtern w_1 , w_2 , w_3 , w_4 und w_5 sind keine Leerzeichen enthalten

$$\begin{aligned} \text{a) } |w_1| &= 0 & |w_4| &= 5 \\ |w_2| &= 5 & |w_5| &= 6 \\ |w_3| &= 3 & |w_1 x w_2 e f g| &= 8 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \Sigma^* \\ w_2 &= \Sigma^+ \\ w_3 &= \Sigma^+ \\ w_4 &= \Sigma^+ \\ w_5 &= \Sigma^+ \end{aligned} \right\} \text{unsicher, habe ich die Aufgabe korrekt verstanden?}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } w_1 &= \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_3 \\ w_2 &= \Sigma_2 \cup \Sigma_3 \\ w_3 &= \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_3 \\ w_4 &= \Sigma_1 \cup \Sigma_3 \\ w_5 &= \Sigma_1 \cup \Sigma_3 \end{aligned}$$

Aufgabe 2. Beantworten Sie folgende Aufgaben. (a) Listen Sie alle Präfixe, Suffixe und Teilwörter des Wortes $u = 123$ auf. (b) Welche Teilwörter des Wortes $v = \text{sugusu}$ sind gleichzeitig auch Präfix und Suffix von v ?

a) $u = 123$
 Präfix: $1, 12, 123$
 Suffix: $3, 23, 123$
 Teilwörter: $\epsilon, 1, 2, 3, 12, 23, 123$

b) s, u

Aufgabe 3.

Entscheiden Sie für folgende Sprachen über $\Sigma = \{a, 1, x\}$, ob sie endlich oder unendlich sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $L_1 = \{a, aa, x1a, xxx1a\}$

(b) $L_2 = \{x^{5*n-4*n} \mid n \in \mathbb{N} \text{ ist gerade}\}$

(c) $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 6\}$

(d) $L_4 = \{w \in \Sigma^{655} \mid |w|_x < |w|_1\}$

Hinweis: Die Notation $|w|_a$ bezeichnet die Anzahl der Vorkommen des Zeichens a im Wort w .

a) endlich, da die verfügbaren Zeichen endlich bzw. begrenzt sind & somit endlich viele Wörter entstehen können

b) unendlich, da die Menge \mathbb{N} unendlich ist

c) unendlich, da ein ϵ Zeichen a eingegeben ist, alle anderen Zeichen kann man bel. oft hinzufügen

d) endlich, da max. 655 Zeichen zulässig sind.