ZHAW Zurich University of Applied Sciences

Institute for Applied Mathematics and Physics, School of Engineering

Lösungen PhIT Übung 7

Prof. Dr. R.M. Füchslin, Dr. R. Luchsinger

Diese Übungen dienen dazu, Sie mit einigen Konzepten und Rechenmethoden der Physik vertraut zu machen. Sie machen diese Übungen für sich. Das bedeutet:

- Sie müssen keine Übungen abgeben.
- Sie können gerne in Gruppen arbeiten. Wir empfehlen das sogar.
- Wir machen keine Korrekturen, stellen aber Musterlösungen zur Verfügung. Der/die ÜbungsbetreuerIn ist Ihr Coach. Diese(r) wird Ihnen nach bestem Wissen Ihre Fragen beantworten. Die Fragen stellen müssen Sie aber selber.

Aufgaben

Aufgabe 1 Coulomb Kraft

Die mittlere Distanz r zwischen dem Elektron und dem Proton in einem Wasserstoffatom beträgt $5.3 \cdot 10^{-11} m$.

a.) Wie gross ist die mittlere elektrostatische Kraft zwischen den beiden Teilchen?

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_p q_e}{r^2} = 8.2 \cdot 10^{-8} N$$

b.) Wie gross ist die mittlere Gravitationskraft zwischen den beiden Teilchen?

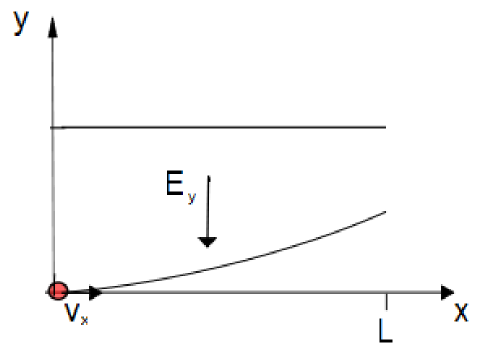
$$F_G = \gamma \frac{m_p m_e}{r^2} = 3.6 \cdot 10^{-47} N$$

c.) Spielt die Gravitation auf der atomaren Ebene eine Rolle?

Nein, die Gravitation kann auf der atomaren Ebene vernachlässigt werden.

Aufgabe 2 Tintenstrahldrucker

In einem Tintenstrahldrucker werden kleine Tintentröpfchen elektrisch geladen und mit einer Anfangsgeschwindigkeit durch ein elektrisches Feld geschossen, wo diese abgelenkt werden. Ein Tropfen hat die Ladung $Q = -1.5 \cdot 10^{-13} C$, die Masse $m = 1.3 \cdot 10^{-10} kg$, die Geschwindigkeit $v_x = 18\ m/s$ und das homogene E-Feld zeigt nach unten und beträgt $E_y = -1.4 \cdot 10^6 V/m$ und befindet sich zwischen zwei Platten der Länge $L = 1.6\ cm$.



a.) Berechnen Sie die Distanz, um die der Tropfen am Ende der Platten in y-Richtung abgelenkt wurde.

Auf das Teilchen wirkt eine Kraft $\vec{F} = Q\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ QE_y \end{pmatrix}$. Da die Kraft keine Komponente in x – Richtung hat, bleibt die x – Komponente der Geschwindigkeit unververändert. Dies wiederum bedeutet, dass die Durchflugszeit gleich $t_{flug} = \frac{L}{v_x}$ ist.

Die Beschleunigung ist also gleich

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{QE_y}{m} \end{pmatrix}$$

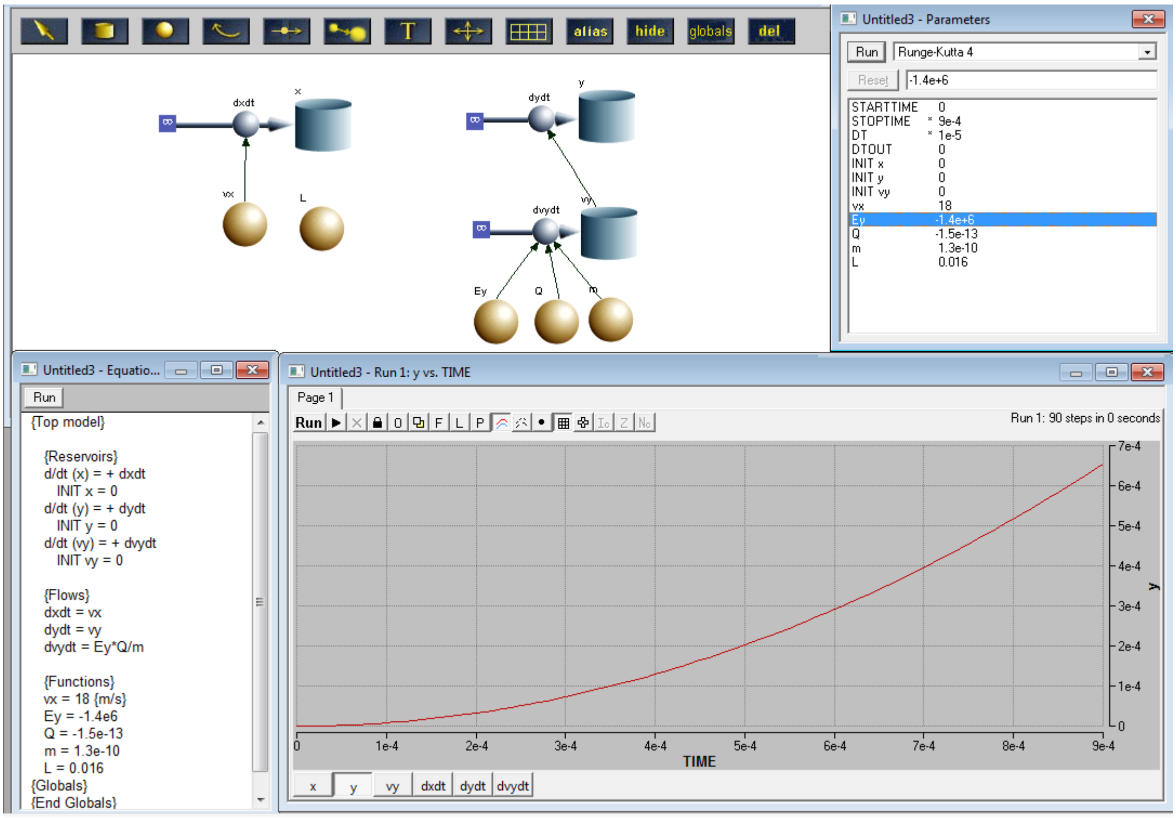
und damit konstant. Eigentlich haben wir es mit einem schiefen Wurf zu tun. Für konstante Beschleunigungen in y Richtung haben wir $y = \frac{1}{2} a_y t_{flug}^2$ und damit $y = \frac{E \cdot q \cdot L^2}{2 \cdot m \cdot {v_x}^2} = 0.64\ mm$,

die Gravitationskraft ist mehr als 100 mal kleiner als die Coulomb-Kraft und kann vernachlässigt werden.

b.) Wie ändert sich die Geschwindigkeit des Tropfens beim Durchgang durch das E-Feld?

$$v_x = const., \qquad v_y = \frac{E \cdot q \cdot L}{m \cdot v_x} = 1.4\ m/s$$

c.) Berechnen Sie die Bewegung des Tropfens mit Berkeley Madonna.
Eine Lösung finden Sie unter Tintenstrahldrucker.mmd



Aufgabe 3 Millikan Versuch

Der amerikanische Physiker Robert A. Millikan hat 1910-1913 mit einem einfachen Versuch die elektrische Elementarladung e bestimmt. Dazu hat er kleine Öltröpfchen, die eine geringe elektrische Ladung aufwiesen, in dem elektrischen Feld eines Kondensators schweben lassen. Durch die Bestimmung des Radius des Tröpfchens und des elektrischen Feldes hat er festgestellt, dass die gemessene Ladung immer ein Vielfaches einer Elementarladung ist.

Der Öltropfen soll ein Radius R = 2.76 μm haben. Die Ladung des Tröpfchens beträgt 3e, wobei e die Elementarladung $1.6 \cdot 10^{-19} C$ ist. Welchen Betrag und welche Richtung hat das elektrische Feld, das benötigt wird, um den Öltropfen in der Schwebe zu halten? Die Dichte von Öl beträgt $\rho = 920\ kg/m^3$.

$$q \cdot E = m \cdot g \rightarrow E = \frac{m \cdot g}{q} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g}{3 \cdot q} = 1.66 \cdot 10^6 V/m$$

Das E-Feld zeigt nach oben.

Aufgabe 4 Magnetische Kraft auf eine bewegte Ladung

Welche Kraft wirkt auf ein Teilchen mit Ladung $q = 2C$ (Einheit der Ladung ist Coulomb) und Geschwindigkeit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$ in einem Magnetfeld $\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} Tesla$?

Lösung

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\vec{v} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ -4 \end{pmatrix} N \qquad (1)$$

Aufgabe 5 Teilchen im Magnetfeld

Wir betrachten ein Teilchen in einem Magnetfeld. Das Magnetfeld steht vertikal (parallel zur z - Achse) $\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} Tesla$, die Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens verläuft in Richtung der y-Achse $\vec{v}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$. Bestimmen Sie mit Berkeley Madonna den Verlauf der Bewegung des Teilchens. Die Masse des Teilchens sei $m = 0.001kg$ und seine Ladung $q = 0.01C$. Achtung: es geht in dieser Aufgabe nicht darum, die Ergebnisse zum Zyklotronradius aus der Vorlesung abzuschreiben. Vielmehr sollen sie mithilfe der Lorentzkraft die Bewegungsgleichungen des Teilchens aufschreiben und diese mit Berkeley Madonna lösen.

Lösung

die Bewegung des Teilchens wird in der xy – Ebene verlaufen, da zu keinem Zeitpunkt eine Kraft in x - Richtung wirken kann. Der Grund hierfür ist: die Kraft ergibt sich aus dem Kreuzprodukt der Geschwindigkeit und des B Feldes. Damit steht die Kraft immer senkrecht zum B Feld und kann somit also nicht in z - Richtung zeigen.

Die Lorentzkraft ergibt sich zu:

$$\vec{F}_L = q \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} qBv_y(t) \\ -qBv_x(t) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

mit B = 1 Tesla. Damit ergeben sich die Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{qB}{m} v_y(t) \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{qB}{m} v_x(t) \\ \frac{dv_z}{dt} &= 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

Ein Lösungsfile finden Sie unter Lorentzkraft.mmd. In diesem File wollten wir die Variablen nicht als Funktion der Zeit, sondern in Form eines Phasenplots. D. h.: wir plotten den Vektor $(x(t), y(t))$ als Funktion der Zeit. Sie sehen, dass sich das Teilchen auf einer Kreisbahn mit Radius r = 10 cm bewegt.

Aufgabe 6 Stromdurchflossene Schlaufe im Magnetfeld

In Fig. 1 sehen Sie eine Schlaufe, welche sich um die Zeitachse drehen kann, welche von einem Strom durchflossen ist und in einem homogenen, entlang der y-Achse ausgerichteten Magnetfeld steht. Die Schlaufe besteht aus vertikalen und horizontalen Drahtstücken.

a) Geben Sie qualitativ an, welche Kräfte und Drehmomente auf die Schlaufe wirken. Beachten Sie: Das Drehmoment $\vec{D} = \vec{r} \times \vec{F}$ gibt Ihnen an, mit welchem „Hebel" Sie etwas drehen. Sie müssten das Drehmoment für jedes Drahtstück berechnen. Da Sie in dieser Aufgabe nur qualitativ arbeiten müssen, überlegen Sie sich rein anschaulich, ob die Schlaufe bei $\theta = 0°, 90°, 180°, 270°$ weiter gedreht wird.

b) Bei welchem Winkel θ muss die Stromrichtung geändert werden, damit eine kontinuierliche Drehbewegung erzeugt werden kann?

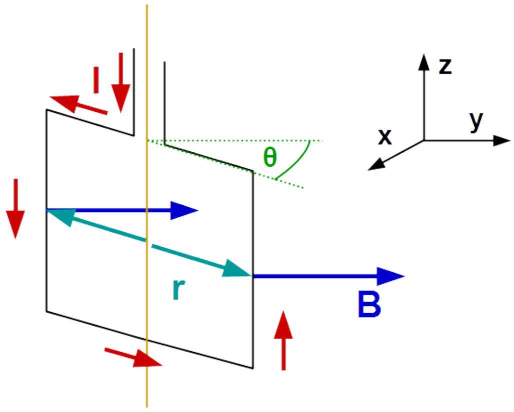


Fig. 1

Lösung

Sie sehen die wirkenden Kräfte in Fig. 2. Die Kräfte auf die horizontalen Drahtstücke heben sich gerade auf (Dass beim oberen horizontalen Drahtstücken die Schlaufe nicht ganz geschlossen ist, vernachlässigen wir). Die Kräfte auf die vertikalen Drahtstücke führen zu Drehmomenten, welche sich gegenseitig addieren. Bei $\theta = 90°, 270°$ ist das gesamte Drehmoment null. Bei $\theta = 0°, 180° = 0, \pi$ sind die Drehmomente gleich maximal. Wird die Stromrechnung bei $\theta = 90°, 270°$ geändert, kann der Totpunkt überwunden werden. In der Praxis wird es in der Regel durch einen Schleifkontakt erreicht.

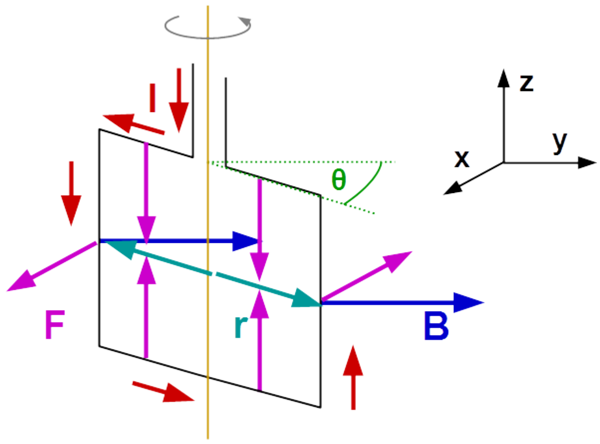


Fig. 2

Aufgabe 7 Schätzaufgabe

Die Erde bewegt sich einmal pro Jahr um die Sonne. Wenn wir die Sonne als ruhend betrachten, wie gross ist die kinetische Energie der Erde? Vernachlässigen Sie Effekte der Eigenrotation der Erde.

Der Radius der Erdbahn beträgt ungefähr 150 Millionen Kilometer (= $1.5 \cdot 10^{11} m$, das entnehmen Sie Wikipedia). Ein Jahr hat ungefähr $3 \cdot 10^{7} s$. Das bedeutet, die Geschwindigkeit (ok, Schnelligkeit) der Erde bei ihrem Flug um die Sonne beträgt ungefähr $3 \cdot 10^{4} m/s$. Die Masse der Erde haben wir berechnet, sie beträgt ungefähr $6 \cdot 10^{24} kg$. Damit bekommen wir eine kinetische Energie von ungefähr $2.7 \cdot 10^{33} J$!

Zusatzaufgaben

Aufgabe 8 Elektronvolt (eV)

In der Teilchenphysik wird als Energieeinheit oft das Elektronvolt benutzt. Es ist definiert als der Betrag, um welchen die kinetische Energie eines Elektrons zunimmt, wenn es eine Beschleunigungsspannung von 1 V durchläuft. Die Elementarladung beträgt $q = 1.6 \cdot 10^{-19} C$, die Masse des Elektrons beträgt $m = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$.

a.) Wieviele Joule beträgt 1 eV?

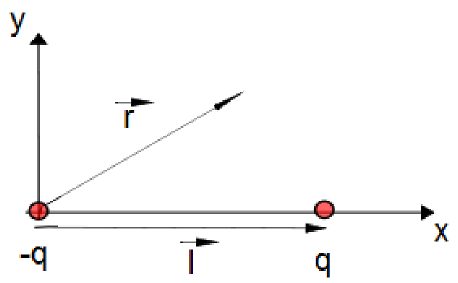
$$W = F \cdot d = q \cdot E \cdot d = q \cdot U = 1.6 \cdot 10^{-19} J$$

b.) Welche Geschwindigkeit hat ein Elektron, wenn es eine Beschleunigungsspannung von 1 V durchlaufen hat?

$$W = \frac{m \cdot v^2}{2} \to v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = 593 \frac{km}{s}$$

Aufgabe 9 Elektrischer Dipol

Ein elektrischer Dipol besteht aus zwei Ladungen + q und -q, welche sich im Abstand l zueinander befinden.



a.) Berechnen Sie für einen Dipol das elektrische Feld.

Das elektrische Feld einer Punktladung ist: $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\vec{r}$.

Durch Superposition ergibt sich für den Dipol: $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{r^3}\vec{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}-\vec{l}|^3}(\vec{r}-\vec{l})$

b.) Berechnen Sie den Betrag und die Richtung des elektrischen Feldes in der Mitte zwischen den zwei Ladungen.

Mit $\vec{r} = \frac{\vec{l}}{2}$ *folgt aus a.) der Betrag* $|\vec{E}| = \frac{2q}{\pi\varepsilon_0 l^2}$. *Das Feld zeigt in die negative x-Richtung.*

Aufgabe 10 Elektrisches Potential

Ein dünner, gerader Draht trage pro Längeneinheit die Ladung λ. Das elektrische Feld um den Draht nimmt mit dem Abstand r zum Draht ab:

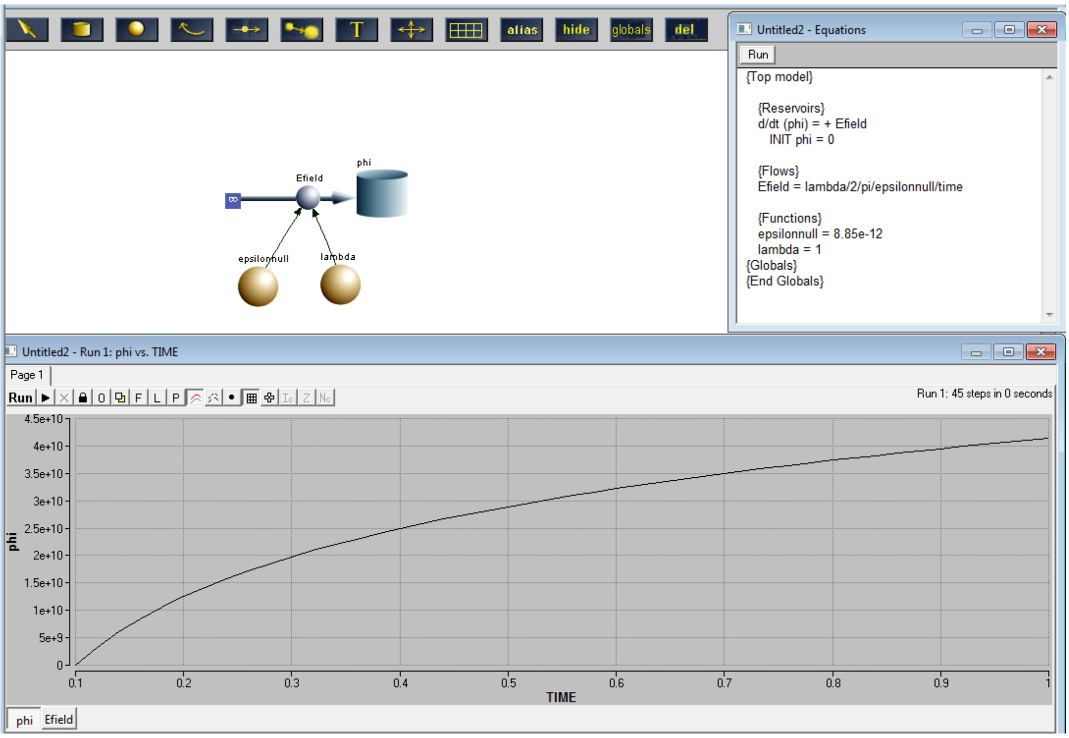
$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

a. Berechnen Sie analytisch die Spannungsdifferenz zwischen den Punkten r_1 und r_2 ($r_2 > r_1$).

$$\Phi(r_1) - \Phi(r_2) =$$
$$-\int_\infty^{r_1} E \cdot dr - (-\int_\infty^{r_2} E \cdot dr) = -\int_{r_2}^{r_1} E \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \cdot dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

b. Berechnen Sie mit Berkeley Madonna die Spannung zwischen r = 0.1 m und r = 1 m mit λ = 1 C/m. Beachten Sie: Ein Berkeley – Madonna Topf bildet ein Integral!

Sie finden eine Lösung unter Potential.mmd



alias
hide
globals
del
phi
Efield
epsilonnull
lambda
Untitled2 - Equations
Run
{Top model}
{Reservoirs}
d/dt (phi) = + Efield
INIT phi = 0
{Flows}
Efield = lambda/2/pi/epsilonnull/time
{Functions}
epsilonnull = 8.85e-12
lambda = 1
{Globals}
{End Globals}
Untitled2 - Run 1: phi vs. TIME
Page 1
Run
Run 1: 45 steps in 0 seconds
4.5e+10
4e+10
3.5e+10
3e+10
2.5e+10
2e+10
1.5e+10
1e+10
5e+9
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
TIME
phi
phi
Efield