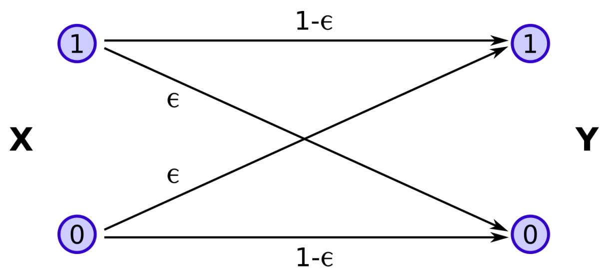
Dr. Jürg M. Stettbacher
Neugutstrasse 54
CH-8600 Dübendorf

Telefon: +41 43 299 57 23
Email: dsp@stettbacher.ch

Übung

Kanalcodierung



Gegeben sei der dargestellte BSC (Binary Symmetric Channel) mit den binären Zufallsvariabel X am Eingang und Y am Ausgang. Die Zufallsvariable X erzeugt die beiden Ereignisse $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$, die Zufallsvariable Y verfügt über die möglichen Ereignisse $y_0 = 0$ und $y_1 = 1$. Ausserdem sei die BER (Bit Error Rate) $\epsilon = 0.02$ und die Wahrscheinlichkeit $P(x_0) = 0.25$ am Eingang.

1. Wie gross sind die vier bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(y_n|x_m)$ mit $n, m \in \{0, 1\}$?
2. Wie gross sind die Wahrscheinlichkeiten $P(y_0)$ und $P(y_1)$ am Ausgang?
3. Wie gross ist die Entropie $H(X, Y)$? Was sagt diese Grösse aus?
4. Wie gross ist die Entropie $H(Y|X)$? Was sagt diese Grösse aus? "Fehlerentropie"
5. Berechnen Sie die gemeinsame Information $I(X; Y)$. Was sagt diese Grösse aus?
6. Bestimmen Sie die Kanalkapazität C_{BSC} unter Verwendung der binären Entropiefunktion $H_b(\epsilon)$.
7. Wieviele Nutzbits (informationstragende Bits) dürfen grundsätzlich in ein Codewort mit Länge $L = 100$ Bit verpackt werden, damit die Fehlerwahrscheinlichkeit mit FEC (Forward Error Correction) bei der Übertragung über den BSC minimal werden kann?

Tipps:

- Verbundentropie:

$$H(X, Y) = \sum_{n,m=0}^{1} P(x_n, y_m) \cdot \log_2 \frac{1}{P(x_n, y_m)}$$

- Bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P(x_n|y_m) = \frac{P(x_n, y_m)}{P(y_m)}$$

- Bedingte Entropie:

$$H(X|Y) = H(X, Y) - H(Y)$$

H(Y|X) = H(X,Y) - H(X)

Hb(E) = E * log 1/E + (1-E)*log2(1/1-E)

C'BSC = 1 - Hb(E)