Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

Theoretische Informatik
D. Flumini, L. Keller, O. Stern

Lösungen zum Übungsblatt 4

Endliche Automaten

Lösung 1.
Sei A ein DEA für L_1 mit Startzustand p_0 und den akzeptierenden Zuständen F. B ist ein DEA für L_2 mit dem Startzustand q_0. Der ε-NEA nutzt den Zustand p_0 als Startzustand, wobei alle Zustände aus F einen ε-Übergang auf q_0 besitzen. Die akzeptierenden Zustände des ε-NEA entsprechen den akzeptierenden Zuständen vom Automaten B.

Lösung 2.
Intuition: Jeder EA für L muss alle Präfixe des Suffixes bc speichern. Dadurch wählen wir die Wörter

$$x_1 = \varepsilon$$
$$x_2 = b$$
$$x_3 = bc$$

Nun müssen wir für jedes Paar dieser Wörter einen Wiederspruch dazu erzeugen, dass wenn diese zwei Wörter zur gleichen Zustandsklasse gehören würden, die Konkatenation dieser Wörter mit einem beliebigen anderen Wort entweder für beide Konkatenationen ein Wort der Sprache ist oder beide Konkatenationen nicht in der Sprache liegen.

Widerspruch für alle Wortpaare:

$$x_1 \text{ und } x_2 : \quad z_{12} = c \quad \Longrightarrow \quad x_1 z_{12} = c \notin L, \quad x_2 z_{12} = bc \in L$$
$$x_1 \text{ und } x_3 : \quad z_{13} = \varepsilon \quad \Longrightarrow \quad x_1 z_{13} = \varepsilon \notin L, \quad x_3 z_{13} = bc \in L$$
$$x_2 \text{ und } x_3 : \quad z_{23} = \varepsilon \quad \Longrightarrow \quad x_2 z_{23} = b \notin L, \quad x_3 z_{23} = bc \in L$$

Aufgrund dieser Widersprüche muss jeder DEA für L mindestens 3 Zustände beinhalten.

Lösung 3.
Mögliche Antworten / Begründungen:

(a) Die Sprache L_0 ist nicht regulär, denn es sind unendlich viele Zustände notwendig, um die Anzahl der Nullen (n) zu speichern.

(b) Die Sprache L_1 ist regulär, denn sie kann mit dem regulären Ausdruck 0^* beschrieben werden.

(c) Die Sprache L_2 ist regulär, denn sie enthält nur endlich viele Wörter.

(d) Die Sprache L_3 ist nicht regulär, denn die Wörter $0, 00, 000, ...$ müssten alle in paarweise verschiedenen Zustandsklassen sein, damit die bereits vorgekommene Anzahl 0en unterschieden werden kann.

(e) Die Sprache L_4 ist regulär, denn sie kann mit dem regulären Ausdruck 0^*1^* beschrieben werden.

(f) Die Sprache L_5 ist nicht regulär, denn es sind unendlich viele Zustände notwendig, um die Anzahl der Nullen (n) zu speichern.

Lösung 4.
Der ε-NEA lässt sich über nachfolgende Teilmengenkonstruktion in einen DEA überführen.

q	$\delta_M(q,a)$	$\delta_M(q,b)$	$\delta_M(q,c)$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{ q_0 \} = A$	$\{ q_0 \}$	$\{ q_1, q_2 \}$	$\emptyset$
$\{ q_1 \}$	$\emptyset$	$\{ q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_2 \}$
$*\{ q_2 \}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{ q_0, q_2 \}$
$\{ q_0, q_1 \}$	$\{ q_0 \}$	$\{ q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_2 \}$
$*\{ q_0, q_2 \} = C$	$\{ q_0 \}$	$\{ q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_2 \}$
$*\{ q_1, q_2 \} = B$	$\emptyset$	$\{ q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_2 \}$
$*\{ q_0, q_1, q_2 \} = B$	$\{q_0\}$	$\{ q_1, q_2 \}$	$\{ q_0, q_2 \}$