Dr. Jürg M. Stettbacher

Neugutstrasse 54 CH-8600 Dübendorf

Telefon: +41 43 299 57 23 Email: dsp@stettbacher.ch

Quiz

Kanalcodierung: Block Codes

Sie sollten in der Lage sein, die folgenden Fragen ohne langes Nachdenken beantworten zu können. Betrachten Sie einen Datenübertragungspfad 1 mit dem (N,K) Block Code C:

$$C = \{ (000000), (001101), (110010), (111111) \}$$

1. Wie gross sind N und K des Codes C?

2. Wie gross ist die Coderate des Codes C?

3. Ist der Code C linear?

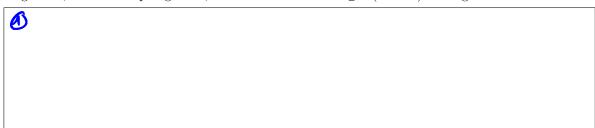


4. Definieren Sie eine Abbildung der möglichen Eingangsbitmusters \underline{u} auf den Code C, so dass der Code systematisch ist.

5. Wieviele Bitfehler kann der Code C erkennen?

6. Wieviele Bitfehler kann der Code C korrigieren?.

7. Zeigen Sie, was der Empfänger tut, wenn er das Bitmuster $\underline{\tilde{c}} = (010010)$ emfängt.



¹ Zum Datenübertragungspfad zählen nebst der eigentlichen Übertragungsstrecke, der Kanal-Encoder und der Decoder.

Antworten

- 1. Die Anzahl Eingangsbits: K=2 (da der Code 4 Codeworte umfasst) Die Anzahl Codebits: N=6 (Länge von jedem Codewort)
- 2. Die Coderate R ist:

$$R = \frac{K}{N} = \frac{1}{3}$$

- 3. Der Test zeigt, dass die Summe von jeweils zwei Codeworten ein Codewort ist. Der Code C ist also linear.
- 4. Wir achten auf die letzten beiden Bits in jedem Codewort:

$$\begin{array}{lll} \underline{u_0} = (00) & \Longrightarrow & \underline{c_0} = (000000) \\ \underline{u_1} = (01) & \Longrightarrow & \underline{c_1} = (001101) \\ \underline{u_2} = (10) & \Longrightarrow & \underline{c_2} = (110010) \\ \underline{u_3} = (11) & \Longrightarrow & \underline{c_3} = (111111) \end{array}$$

- 5. Da der Code linear ist, können wir folgende Argumentation verwenden: Der Code C hat die minimale Hamming Distanz $d_{min} = 3$. Also kann der Code $d_{min} 1 = 2$ Fehler erkennen.
- 6. Da der Code linear ist, können wir folgende Argumentation verwenden: Der Code C hat die minimale Hamming Distanz $d_{min} = 3$. Also kann der Code $\lfloor (d_{min} 1)/2 \rfloor = 1$ Fehler korrigieren.
- 7. Der Empfänger, resp. Kanal-Decoder tut das Folgende:
 - (a) Er prüft, ob das Bitmuster $\underline{\tilde{c}} = (010010)$ ein gültiges Codewort in C ist.
 - (b) Nein, $\tilde{c} = (010010)$ ist kein gültiges Codewort.
 - (c) Er bestimmt die Hamming-Distanz zu jedem Codewort:

$$d_{H}\left(\underline{\widetilde{c}}, \underline{c_{0}}\right) = 2$$

$$d_{H}\left(\underline{\widetilde{c}}, \underline{c_{1}}\right) = 5$$

$$d_{H}\left(\underline{\widetilde{c}}, \underline{c_{2}}\right) = 1$$

$$d_{H}\left(\underline{\widetilde{c}}, c_{3}\right) = 4$$

(d) Er wird $\widetilde{\underline{c}}$ zu $\underline{c_2}$ und folglich $\underline{u_2}$ decodieren, da dies der wahrscheinlichste Fall mit der kleinsten Hamming-Distanz ist.

Beachte aber, dass auch ein unwahrscheinlicherer Fall auftreten kann (wenn auch selten). Der Decoder wird dann falsch decodieren.

Beachte ferner: Die Schritte (a) und (b) sind im Grunde gar nicht nötig. Der Decoder könnte direkt mit Schritt (c) starten. Ist $\widetilde{\underline{c}}$ ein gültiges Codewort, so wird die betreffende Hamming-Distanz null sein und der Decoder wird korrekt decodieren.

2