

Quiz

Kanalcodierung: Block Codes

Sie sollten in der Lage sein, die folgenden Fragen ohne langes Nachdenken beantworten zu können.

Betrachten Sie einen Datenübertragungspfad¹ mit dem (N,K) Block Code C :

$$C = \{ (0000|00), (0011|01), (1100|10), (1111|11) \}$$

1. Wie gross sind N und K des Codes C ?

$$N=6 \quad K=2$$

2. Wie gross ist die Coderate des Codes C ?

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

3. Ist der Code C linear?

Ja

4. Definieren Sie eine Abbildung der möglichen Eingangsbitmusters \underline{u} auf den Code C , so dass der Code systematisch ist.

00
01
10
11

5. Wieviele Bitfehler kann der Code C erkennen?

$$d_{min}=3 \quad 3-1 = \underline{2}$$

6. Wieviele Bitfehler kann der Code C korrigieren?

$$\frac{3}{2} = \underline{1}$$

7. Zeigen Sie, was der Empfänger tut, wenn er das Bitmuster $\tilde{c} = (010010)$ empfängt.

①

¹ Zum Datenübertragungspfad zählen nebst der eigentlichen Übertragungsstrecke, der Kanal-Encoder und der Decoder.

Antworten

1. Die Anzahl Eingangsbits: $K = 2$ (da der Code 4 Codeworte umfasst)
Die Anzahl Codebits: $N = 6$ (Länge von jedem Codewort)

2. Die Coderate R ist:

$$R = \frac{K}{N} = \frac{1}{3}$$

3. Der Test zeigt, dass die Summe von jeweils zwei Codeworten ein Codewort ist. Der Code C ist also linear.

4. Wir achten auf die letzten beiden Bits in jedem Codewort:

$$\underline{u_0} = (00) \quad \implies \quad \underline{c_0} = (000000)$$

$$\underline{u_1} = (01) \quad \implies \quad \underline{c_1} = (001101)$$

$$\underline{u_2} = (10) \quad \implies \quad \underline{c_2} = (110010)$$

$$\underline{u_3} = (11) \quad \implies \quad \underline{c_3} = (111111)$$

5. Da der Code linear ist, können wir folgende Argumentation verwenden:
Der Code C hat die minimale Hamming Distanz $d_{min} = 3$.
Also kann der Code $d_{min} - 1 = 2$ Fehler erkennen.

6. Da der Code linear ist, können wir folgende Argumentation verwenden:
Der Code C hat die minimale Hamming Distanz $d_{min} = 3$.
Also kann der Code $\lfloor (d_{min} - 1) / 2 \rfloor = 1$ Fehler korrigieren.

7. Der Empfänger, resp. Kanal-Decoder tut das Folgende:

- (a) Er prüft, ob das Bitmuster $\tilde{c} = (010010)$ ein gültiges Codewort in C ist.
(b) Nein, $\tilde{c} = (010010)$ ist kein gültiges Codewort.
(c) Er bestimmt die Hamming-Distanz zu jedem Codewort:

$$d_H(\tilde{c}, \underline{c_0}) = 2$$

$$d_H(\tilde{c}, \underline{c_1}) = 5$$

$$d_H(\tilde{c}, \underline{c_2}) = 1$$

$$d_H(\tilde{c}, \underline{c_3}) = 4$$

- (d) Er wird \tilde{c} zu $\underline{c_2}$ und folglich $\underline{u_2}$ decodieren, da dies der wahrscheinlichste Fall mit der kleinsten Hamming-Distanz ist.

Beachte aber, dass auch ein unwahrscheinlicherer Fall auftreten kann (wenn auch selten). Der Decoder wird dann falsch decodieren.

Beachte ferner: Die Schritte (a) und (b) sind im Grunde gar nicht nötig. Der Decoder könnte direkt mit Schritt (c) starten. Ist \tilde{c} ein gültiges Codewort, so wird die betreffende Hamming-Distanz null sein und der Decoder wird korrekt decodieren.