

Aufgabe 1

Zeichnen Sie die Verknüpfungstabellen der Multiplikation in $\mathbb{Z}/8$ und $\mathbb{Z}/7$. Diskutieren Sie auffällige Unterschiede?

Aufgabe 2

Bestimmen Sie das multiplikative Inverse von $\overline{123}$ in $\mathbb{Z}/3211$.

Aufgabe 3

Ihr Freund Karl hat die Buchstaben des Alphabets und weitere Zeichen nach folgendem Schema als Restklassen in $\mathbb{Z}/43$ codiert.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	:	-	()	.	,	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u

38	39	40	41	42
v	w	x	y	z

Karl hat Ihnen eine Nachricht gesendet (siehe auch OLAT):

.-:pxc6p:zz: y46zv.,r)6.-:pxc6v.6n6svp,v: ny6pun)np,r)6v 6,ur6.,n)6,)rx6zrqvn6s)n
 puv.rb6sv).,6-:),n4rq6o46yr: n)q6 vz:46v 6,ur6:)vtv ny6.,n)6,)rx6.r)vr.c6.-
 :px6ny.:6n-rn).6v 6,ur6n v2n,rq6.,n)6,)rx6.r)vr.c6n6,2:8-n),6r-v.:qr6:s6.,n)6,)rx76,ur6
 r3,6tr r)n,v: c6rvtu,6:s6,ur6.,n)6,)rx6srn,0)r6svyz.c6n q6 0zr):0.6.,n)6,)rx6o::x.c6p:zvp.c6n
 q61vqr:6tnzr.b6v 6,ur6fddm6svyz6.,n)6,)rx6n q6v.,6fdeg6.r(0ry6.,n)6,)rx6v
 ,:6qn)x r..c6 vz:46)r-)v.rq6uv.6):yr6ny: t.vqr65npun)46(0v ,:c62u:6-yn4rq6n64:0
 tr)c6ny,r) n,r80 v1r).r61r).v: 6:s6,ur6pun)np,r)c6n q6wnp:o6x:tn 6-yn4v t6.-
 :px6n.6n6puvyqb6.-:px6.r)1r.6no:n)q6,ur6.,n).uv-6r ,r)-)v.rc6n.6.pvr pr6:ssvpr)6n
 q6sv).,6:ssvpr)c6n q6yn,r)6n.6p:zzn qv t6:ssvpr)6:s6,2:6v,r)n,v: .6:s6,ur61r..ryb6.-
 :px.6zv3rq6u0zn 810ypn 6ur)v,ntr6.r)1r.6n.6n 6vz-:),n ,6-y:,6ryrzt ,6v 6zn
 46:s6,ur6pun)np,r).6n-rn)n pr.b6ny: t62v,u6pn-,nv 6wnzr.6,b6xv)x6n q6q)b6yr:
 n)q6zpp:4c6ur6v.6: r6:s6,ur6,u)rr6pr ,)ny6pun)np,r).6v 6,ur6:)vtv ny6.,n)6,)rx6.r)vr.6n
 q6v.,6svyz.b6ns,r)6)r,v)v t6s):z6.,n)syrr,c6.-:px6.r)1r.6n.6n6srqr)n,v: 6nzon..nq:)c6p:
 ,)vo0,v t6:,2n)q6,ur6qr,r ,r6or,2rr 6,ur6srqr)n,v: 6n q6,ur6xyv t: 6rz-v)rb6v
 6uv.6yn,r)64rn).c6ur6.r)1r.6n.6srqr)n,v: 6nzon..nq:)6:,6,ur6):z0yn 6rz-v)r6n
 q6orp:zr.6v 1:y1rq6v 6,ur6vyy8sn,rq6n,rz-,6:,6.n1r6):z0y0.6s):z6n6.0-r) :1nb

Karl hat die Codierungsfunktion $c: \mathbb{Z}/43 \rightarrow \mathbb{Z}/43$ mit $c(x) = x + \overline{13}$ verwendet.

- Entschlüsseln Sie die Nachricht.
- Geben Sie die "Decodierungsfunktion" an.
- Ist es möglich die Nachricht durch mehrfache Anwendung der Codierungsfunktion zu decodieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass folgende Aussagen für $n, x > 0$ äquivalent sind:

- \bar{x} ist invertierbar in \mathbb{Z}/n .
- $\text{ggT}(x, n) = 1$.

Aufgabe 5

Lösen Sie folgendes System simultaner Kongruenzen mit dem in der Vorlesung behandelten Algorithmus. Geben Sie die gesamte Lösungsmenge an.

$$x = 4 \pmod{9}$$

$$x = 5 \pmod{11}$$

$$x = 2 \pmod{5}$$