代码说明

本文将对实现代码进行详细说明。

数据收集

导入所需包

导入`androidhelper`、`time`、`pandas`模块，用于收集数据。

```
import androidhelper as android
import time
import pandas as pd
```

收集定位数据

调用`androidhelper`模块的`Android`函数创建一个实例，调用`startLocating`函数开始定位，并设置更新之间的最短时间`minDistance`（以毫秒为单位）为1000，也就是1秒。因为在收集数据时我们的手机设备是静止不动的，为了收集有效数据，我们设置更新之间的最短距离`minUpdateDistance`（以米为单位）为0。

```
droid = android.Android()
droid.startLocating(minDistance=1000, minUpdateDistance=0) # minimum distance, minimum update distance
```

首先创建一个空列表GPSdata用于储存数据，设置获取的目标指标为`altitude`海拔高度、`latitude`纬度、`longitude`经度、`accuracy`位置信息的精确度。

```
GPSdata = []
targets = ['altitude', 'latitude', 'longitude', 'accuracy']
```

然后调用`readLocation`函数获取定位数据，该方法返回的是一个字典，在我们用的手机设备上这个字典包含了来自两个不同的提供者：network、gps提供的位置信息，在某些设备上可能会有第三个提供者：passive，这里我们需要的是GPS的数据。但是这个字典的具体的结构可能会有所变化，这它取决于设备的硬件和设置，也就是说不是每次调用这个方法都能获得GPS提供的数据。因此我们用了`try-except`语句来捕获异常，当返回的字典不包含GPS数据时进行跳过，直至能够获取GPS数据。根据经验，收集到的数据很多都是重复的，为了收集到一定数量的有效数据，我们设置的收集数据量为1000条。与此同时我们设置了5秒的休眠时间，也就是每隔5秒收集一次数据。数据收集完成后使用`stopLocating`函数停止定位。

```
n = 0
while n < 1000:
    location = droid.readLocation().result # Getting location data
    try:
     # Filter specific indicator data
        GPSdata.append(dict(filter(lambda item: item in targets,
location['gps'].items())))
        n += 1
    except:
        pass
    time.sleep(5)

droid.stopLocating()
```

最后使用`pandas`模块将收集到的数据保存至csv文件。

```
df = pd.DataFrame(GPSdata)
df.to_csv('GPSdata.csv', index=False)
```

模型建立

导入模块

导入`numpy`、`pandas`、`matplotlib`模块，以方便数据读取和模型算法的实现。

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
```

基础设置

设置mpl（matplotlib)的画图字体为`Times New Roman`，初始画布为8:6英寸。

```
plt.rcParams["font.sans-serif"] = ["Times New Roman"]
plt.figure(figsize=(8, 6))
```

初始化真实定位的地理位置经纬度`true_lla`，**WGS84**椭球模型的长半轴`a`和短半轴`b`以及椭球扁率的倒数`f_inv`，其中：`1/f_inv=(a-b)/a`

```
# the latitude and longitude of ture position
true_lla = (22.13807371546038, 113.5380982705002)
# WGS84 parameters
a = 6378137.0  # Ellipsoid major axis
b = 6356752.314245  # minor semi-axis of ellipsoid
f_inv = 298.257223565  # The reciprocal of WGS84 ellipsoid oblateness: 1/f_inv
= (a-b)/a
```

自定义函数

纬度、经度、海拔转换为(x, y, z)的数学公式为：

$$
\begin{aligned}
x &= (R_N + h)\cos\phi\cos\lambda \\
y &= (R_N + h)\cos\phi\sin\lambda \\
z &= [R_N(1 - e^2) + h]\sin\phi
\end{aligned}
$$

其中，ϕ表示纬度，λ表示经度，h表示海拔。

定义函数如下：

```python
def lla2xyz(latitude, longitude, altitude):
    """
    (Latitude, Longitude, Altitude) -> (x, y, z) in WGS84

    Args:
        latitude (np.array): latitude array
        longitude (np.array): longitude array
        altitude (np.array): altitude array

    Returns:
        np.array: x, y, z
    """
    # cosine of latitude and longitude
    cosLat = np.cos(latitude * np.pi / 180)
    sinLat = np.sin(latitude * np.pi / 180)
    cosLon = np.cos(longitude * np.pi / 180)
    sinLon = np.sin(longitude * np.pi / 180)

    N = a / np.sqrt(1 - 1 / f_inv * (2 - 1 / f_inv) * sinLat**2)

    # get the (x, y, z)
    X = (N + altitude) * cosLat * cosLon
    Y = (N + altitude) * cosLat * sinLon
    Z = (N * (1 - 1 / f_inv) ** 2 + altitude) * sinLat

    return X, Y, Z
```

(x, y, z)转换为纬度、经度、海拔的数学公式为：

$$
\begin{aligned}
\text{longitude} &= \arctan(\frac{y}{x}) \\
\text{latitude} &= \arctan(\frac{z + \frac{a^2-b^2}{b^2}b(\sin\theta)^3}{\sqrt{x^2+y^2} - \frac{a^2-b^2}{a^2}a(\cos\theta)^3}) \\
\text{altitude} &= \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\cos(\text{latitude})} - \frac{a}{\sqrt{1 - \frac{a^2-b^2}{a^2}\sin(\text{latitude})^2}}
\end{aligned}
$$

其中，$\theta = \arctan\frac{z \cdot a}{\sqrt{x^2+y^2} \cdot b}$.最后将纬度和经度进行弧度转度即可得到真实的经纬度。

定义函数如下：

```python
def xyz2lla(X, Y, Z):
```

```
    """
    (x, y, z) -> (Latitude, Longitude, Altitude) in WGS84

    Args:
        X (np.array): x array or float
        Y (np.array): y array or float
        Z (np.array): z array or float

    Returns:
        np.array: latitude, longitude, altitude
    """
    ea = np.sqrt((a**2 - b**2) / a**2)
    eb = np.sqrt((a**2 - b**2) / b**2)
    p = np.sqrt(X**2 + Y**2)
    theta = np.arctan2(Z * a, p * b)

    # Calculate latitude, longitude and altitude
    longitude = np.arctan2(Y, X)
    latitude = np.arctan2(Z + eb**2 * b * np.sin(theta) ** 3, p - ea**2 * a
* np.cos(theta) ** 3)
    N = a / np.sqrt(1 - ea**2 * np.sin(latitude) ** 2)
    altitude = p / np.cos(latitude) - N

    return np.degrees(latitude), np.degrees(longitude), altitude
```

经纬度两点的距离计算公式如下：

$$\text{lat}_i = \frac{\pi \cdot \text{latitude}_i}{180}, \text{lon}_i = \frac{\pi \cdot \text{longitude}_i}{180}, i = 1, 2$$

$$a_1 = \text{lat}_1 - \text{lat}_2, b_1 = \text{lon}_1 - \text{lon}_2$$

$$\text{distance} = 2a \cdot \arcsin \sqrt{\sin(a_1/2.0)^2 + \cos(\text{lat}_1)\cos(\text{lat}_2)\sin(b_1/2.0)^2}$$

$$\text{distance} = \text{distance} - (0.0011194 \cdot \text{distance})$$

代码如下：

```
def get_distance(lat1, lon1, lat2, lon2):
    """
    Calculate the straight line distance between the latitude and longitude
of two points

    Args:
        lat1 (float): the latitude of point A
        lon1 (float): the longitude of point A
        lat2 (float): the latitude of point B
        lon2 (float): the longitude of point B

    Returns:
        float: the distance of point A and B
    """
    # GetDistanceInGeographyCoordinate, return two point distance
    radius_lat1 = lat1 * np.pi / 180
    radius_lat2 = lat2 * np.pi / 180
    radius_lon1 = lon1 * np.pi / 180
    radius_lon2 = lon2 * np.pi / 180
```

```
    a1 = radius_lat1 - radius_lat2
    b1 = radius_lon1 - radius_lon2
    distance = 2 * np.arcsin(
        np.sqrt(pow(np.sin(a1 / 2.0), 2) + np.cos(radius_lat1) *
np.cos(radius_lat2) * pow(np.sin(b1 / 2.0), 2))
    )

    distance = distance * a
    distance = distance - (distance * 0.0011194)
    return distance
```

数据加载和预处理

使用`pandas`模块的`read_csv`函数读取csv文件，进行去重并提取出`numpy`的矩阵格式，代码如下：

```
data = pd.read_csv("./data/GPSdata.csv")  # load csv format file
data = data.drop_duplicates()  # drop duplicates

# convert pd.Series to numpy.array
latitude = data["latitude"].to_numpy()
longitude = data["longitude"].to_numpy()
altitude = data["altitude"].to_numpy()
accuracy = data["accuracy"].to_numpy()
```

得到18行数据如下：

	altitude	latitude	longitude	accuracy
1	14.54316941	22.13813039	113.5386591	52.13176346
2	14.54316941	22.13872297	113.5384759	42.12503052
3	14.54316941	22.13810712	113.5386633	53.62902832
4	109.3420698	22.13774611	113.5379759	4.900000095
5	100.9733335	22.13774571	113.5379506	4.900000095
6	100.9733335	22.13799565	113.5381727	4.900000095
7	100.9733335	22.13811954	113.5381818	4.900000095
8	100.9733335	22.1383022	113.5383927	4.900000095
9	100.9733335	22.13819713	113.5382207	4.900000095
10	100.9733335	22.13794677	113.538092	4.900000095
11	100.9733335	22.1379492	113.5380742	4.900000095
12	100.9733335	22.13794676	113.538092	4.900000095
13	100.9733335	22.13794675	113.538092	4.900000095
14	100.9733335	22.13794674	113.538092	4.900000095
15	100.9733335	22.13794674	113.5380921	4.900000095

	altitude	latitude	longitude	accuracy
16	100.9733335	22.13842849	113.5383011	4.900000095
17	100.9733335	22.13842848	113.5383011	4.900000095
18	77.10326097	22.13832535	113.5382369	4.900000095

根据建模，将`accuracy`作为距离d使用。随后对经纬度转换成椭球模型的(x, y, z)，再进行**Min-Max标准化**，数学公式如下：

$$X' = \frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}$$

其中，X'表示标准化后的数据，$X_{\max}, X_{\min}$表示原始数据X的最大值和最小值。

代码如下：

```
# convert (latitude, longitude, altitude) to (x, y, z)
xx, yy, zz = lla2xyz(latitude, longitude, altitude)
# lat, lon, alt = XYZ_to_LLA(xx, yy, zz)

# use accuracy as distance
d = accuracy

# Min-Max standardization
x_min, x_max = xx.min(), xx.max()
y_min, y_max = yy.min(), yy.max()
z_min, z_max = zz.min(), zz.max()
d_min, d_max = d.min(), d.max()

x = (xx - x_min) / (x_max - x_min)
y = (yy - y_min) / (y_max - y_min)
z = (zz - z_min) / (z_max - z_min)
d = (d - d_min) / (d_max - d_min)
```

最小二乘法实现

根据建模定义$AX = B$，其矩阵A和B定义如下：

$$A = 2\begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_2 & y_3 - y_2 & z_3 - z_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ x_n - x_{n-1} & y_n - y_{n-1} & z_n - z_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} d_1^2 - d_2^2 - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) + (x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) \\ d_2^2 - d_3^2 - (x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) + (x_3^2 + y_3^2 + z_3^2) \\ \cdots \\ d_{n-1}^2 - d_n^2 - (x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2 + z_{n-1}^2) + (x_n^2 + y_n^2 + z_n^2) \end{bmatrix}$$

$$X = [x, y, z]^T$$

求解公式为$X = (A^T A)^{-1}(A^T B)$，求解代码如下：

```
# initialize A matrix
```

```
A = 2 * np.concatenate([[x[1:] - x[:-1]], [y[1:] - y[:-1]], [z[1:] - z[:-1]]], axis=0).T
# initialize B maxtix
B = d[:-1] ** 2 - d[1:] ** 2 - (x[:-1] ** 2 + y[:-1] ** 2 + z[:-1] ** 2) + (x[1:] ** 2 + y[1:] ** 2 + z[1:] ** 2)

# solution
X = np.linalg.inv(A.T @ A) @ (A.T @ B)

# restore ture x, y, z
x_pred = X[0] * (x_max - x_min) + x_min
y_pred = X[1] * (y_max - y_min) + y_min
z_pred = X[2] * (z_max - z_min) + z_min
# x_pred = X[0]
# y_pred = X[1]
# z_pred = X[2]

# restore (latitude, longitude, altitude)
lat_pred, lon_pred, alt_pred = xyz2lla(x_pred, y_pred, z_pred)

# print result
print("x_pred: %f, y_pred: %f, z_pred: %f" % (x_pred, y_pred, z_pred))
print("lat_pred: %f, lon_pred: %f, alt_pred: %f" % (lat_pred, lon_pred, alt_pred))
print("The distance of true position: %fm" % (get_distance(true_lla[0], true_lla[1], lat_pred, lon_pred)))
```

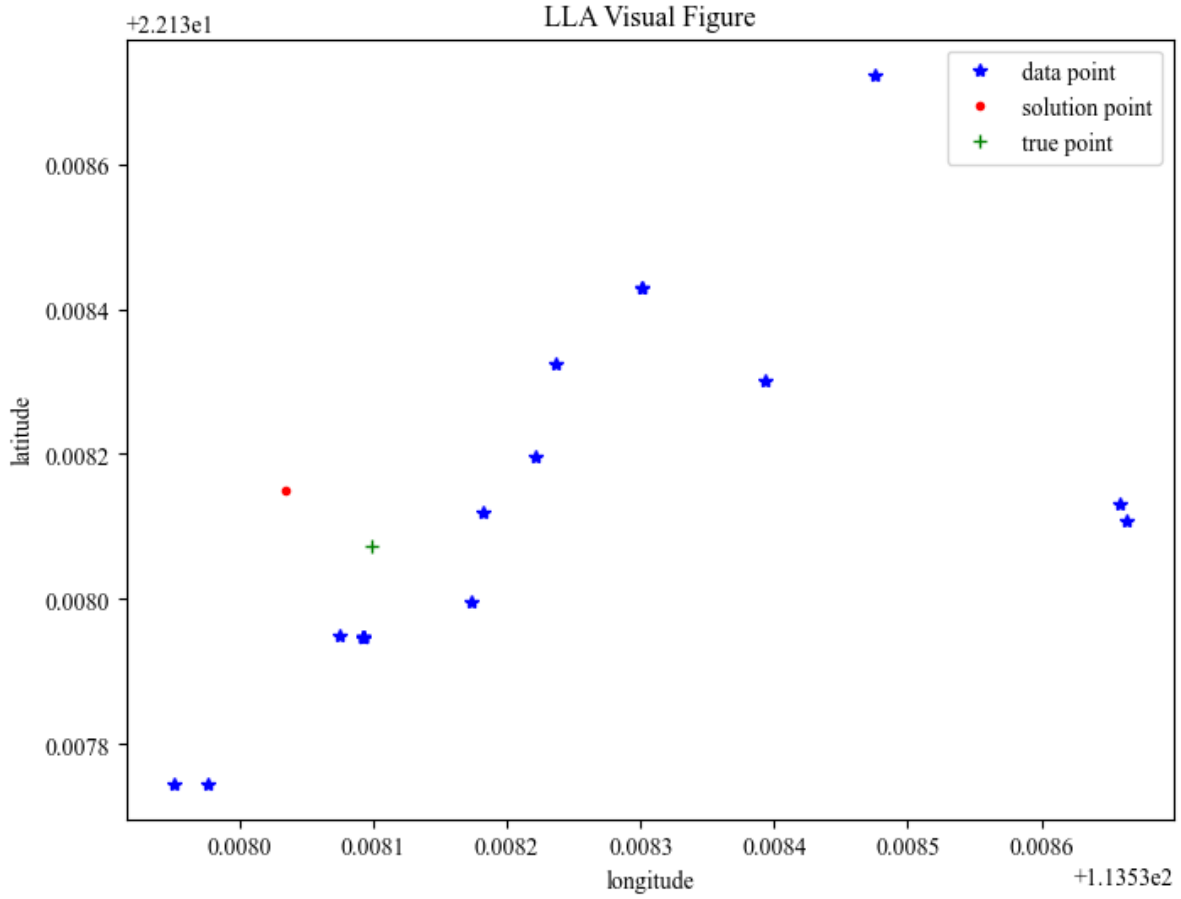
最终求解得到的结果为：

```
x_pred: -2360547.565315, y_pred: 5419047.667834, z_pred: 2388639.209583
lat_pred: 22.138150, lon_pred: 113.538034, alt_pred: 131.712037
The distance of true position: 10.767874m
```

结果可视化

将观测点（数据）和最终求解得到的经纬度绘制在2D平面图上，代码如下：

```
plt.plot(longitude, latitude, "b*", label="data point")
plt.plot(lon_pred, lat_pred, "r.", label="solution point")
plt.plot(true_lla[1], true_lla[0], "g+", label="true point")
plt.xlabel("longitude")
plt.ylabel("latitude")
plt.title("LLA Visual Figure")
plt.legend()
plt.show()
```


LLA Visual Figure
+2.213e1
0.0086
0.0084
0.0082
0.0080
0.0078
latitude
0.0080
0.0081
0.0082
0.0083
0.0084
0.0085
0.0086
+1.1353e2
longitude
data point
solution point
true point