

基于最小二乘法的室内三维定位算法研究

王桂杰¹, 焦良葆², 曹雪虹^{1,2}

(1. 南京邮电大学 通信与信息工程学院, 江苏 南京 210003;
2. 南京工程学院 人工智能产业技术研究院, 江苏 南京 211167)

摘要:现如今,室内位置服务成为国内外科研人员共同关注的焦点,人们对于位置服务的需求逐渐由最初的室外定位转变为室内定位,同时诸多的室内定位技术得以快速发展。通过以超宽带(UWB)的通信方式为依托,借助到达时间差值(TDOA)的定位模型,着重分析了最小二乘法在求解三维定位坐标时精度误差产生的主要原因。针对传统的最小二乘定位算法在求解三维定位坐标时,由于基站几何布局所引起的定位精度问题,提出基于最小二乘法的三维定位优化算法。通过对实验结果进行分析,比较定位算法在优化前后的两种场景下定位的不同表现效果,发现优化后的最小二乘定位算法的三维定位精度得以明显提高且定位效果稳定,同时也降低了三维定位精度对于基站几何布局的依赖性。

关键词:室内定位;三维坐标;算法优化;最小二乘法

中图分类号:TN926

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2020)04-0069-05

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2020.04.013

Research on Indoor Three-dimensional Location Based on Least Square Method

WANG Gui-jie¹, JIAO Liang-bao², CAO Xue-hong^{1,2}

(1. School of Communication and Information Engineering, Nanjing University of
Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China;

2. Institute of Artificial Intelligence Industrial Technology, Nanjing Institute of Technology,
Nanjing 211167, China)

Abstract: Nowadays, indoor location service has become the focus of domestic and foreign researchers. People's demand for location service has gradually changed from outdoor positioning to indoor positioning. At the same time, many indoor positioning technologies have developed rapidly. Based on UWB communication mode and TDOA positioning model, the main causes of accuracy errors in solving three-dimensional positioning coordinates by least squares method are analyzed emphatically. Aiming at the problem of location accuracy caused by the geometric layout of base station when solving three-dimensional positioning coordinates by traditional least squares positioning algorithm, a three-dimensional positioning optimization algorithm based on least squares method is proposed. Through the analysis of the experimental results, the different performance effects of the location algorithm in the two scenarios before and after optimization are compared. It is found that the three-dimensional positioning accuracy of the optimized least squares location algorithm can be significantly improved and the positioning effect is stable. At the same time, the dependence of the three-dimensional positioning accuracy on the geometric layout of the base station is reduced.

Key words: indoor positioning; three-dimensional coordinates; algorithmic optimization; least squares method

0 引言

近几年,随着智能电子设备在日常生活中的广泛应用,提供一套完整可靠的室内位置服务系统变得尤为必要。全球卫星定位系统(GPS)^[1-2]作为一种发展

成熟的室外定位技术,能够提供室外米级的定位精度。但由于室内环境因素的干扰,GPS信号被大大削弱,使其难以提供精确的室内定位服务。国内外专家学者对室内定位技术进行了大量研究,使得室内定位技术

收稿日期:2019-05-18

修回日期:2019-09-23

网络出版时间:2019-12-18

基金项目:国家自然科学基金青年项目(61703201);江苏省自然科学基金青年项目(BK20170765)

作者简介:王桂杰(1995-),男,硕士研究生,研究方向为无线多媒体通信、信息处理;焦良葆,教授,博士,研究方向为机器视觉、图像处理;曹雪虹,教授,博士,研究方向为无线通信系统、信息理论。

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1450.TP.20191218.1110.012.html>

得到了快速的发展。

基于无线传感网络的室内定位技术包括红外线、蓝牙、WiFi、超声波、超宽带 (UWB) 等^[3-4]。基于测距模型的定位系统提高定位精度的方式有如下两点: (1) 选择最优的测距模型, 尽可能克服室内环境的因素干扰, 提高测距的精确度; (2) 选择最优的定位算法对测距结果进行处理, 求得最终的定位坐标。目前常用的室内测距模型包括如下几种^[5-8]: 接收信号强度 (RSSI) 测距模型、到达角度差 (AOA) 测距模型、到达时间/到达时间差 (TOA/TDOA) 测距模型等; 常用的室内定位算法主要包括如下几种: 三角质心定位算法、最小二乘定位算法、Chan 氏定位算法^[9]等。不同的定位算法都可以在一定精度范围内实现室内定位, 也都存在一些需要被完善和解决的问题。

最小乘法是一种计算相对简单, 便于实现的定位处理算法, 但利用最小二乘法求解矩阵方程时要求系数矩阵应非奇异矩阵, 在具体的三维应用场景中即要求基站坐标选取时必须避免所有基站处在同一高度平面, 即要求基站间在布局时必须存在一定的高度差值, 且高度差值将直接影响标签高度坐标定位的精确度。首先介绍了到达时间 (TDOA) 测距模型和最小二乘法定位算法的原理并阐述了超宽带 (UWB)^[10-11] 利用最小二乘法实现定位的具体方法, 通过分析现实应用场景中传统最小二乘法所产生的定位误差及其产生的原因, 提出了一种改进的最小二乘定位算法。该算法旨在降低最小二乘法对于基站三维几何布局的依赖关系, 提高三维定位坐标的精确度。最后通过实验证明, 该算法比传统最小二乘法定位算法在三维定位精度上有了明显的提升。

1 定位模型

1.1 基于 UWB 的 TDOA 测距模型

到达时间 (TOA) 方式利用标签发射信号到接收基站, 通过到达基站时所用的时间求得信号发射点与接收点之间的距离。而 TOA 要求被测点与接收机保持严格的时间同步, 多数应用场合无法满足这一要求。与 TOA 类似, TDOA 只是测量得到时间差而非绝对时间^[12]。这种方法只需接收基站之间保持同步, 不要求与被测标签间时间同步, 使系统相对简化, 所以在定位系统中应用最广。

UWB 是以相比较于传统通信方式更宽的频谱进行通信的, 其可以使用更少的电能, 更快地进行数据传输, 其脉冲宽度非常短, 且在抗多径以及穿透性等诸多方面有着传统无线通信方式无法实现的优势^[11]。TDOA 模型通过 UWB 通信方式测量标签到每两个基站之间的距离差, 距离差等于常量即可绘制出双曲线,

而曲线交点即可确定标签坐标。该方法在实现过程中, 标签只需要广播一次无线信号即可, 因此有利于标签的功耗及标签并发数量。

1.2 最小二乘法

最小二乘法 (least square method) 是一种数学优化算法, 又被称为最小平方法。它利用最小化误差的平方来寻找数据最佳匹配结果。通过最小二乘法求解未知变量的过程相对比较简便, 且所求得的结果与实际数据之间误差的平方和为最小值。最小二乘法还可用于曲线拟合, 以及其他优化类问题的求解^[13-15]。

利用最小二乘法求解超限定方程组 (未知数个数大于方程个数) 十分方便, 假设有 m 个等式, n 个未知数 x , $m > n$, 则有方程组:

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} X_j = B_i \quad (1)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, m$ 。将上式向量化得:

$$AX = B \quad (2)$$

$$\text{其中, } A = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & \cdots & A_{mn} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}, n = 1, 2, \dots, m > n。$$

设误差向量为 $\vec{\delta}$, 则:

$$\vec{\delta} = AX - B \quad (3)$$

取误差向量 δ 无穷小时, X 有最优解, 令:

$$f = \delta^2 = \delta^T \delta = (AX - B)^T (AX - B) \quad (4)$$

对式 (4) 进行求导, 并令其结果等于 0, 可得:

$$\frac{df(X)}{dx} = 2A^T AX - 2A^T B = 0 \quad (5)$$

如果 $A^T A$ 为非奇异矩阵, 则 $AX = B$ 有唯一解, 由下式可求解得:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (6)$$

2 基于 UWB 的最小二乘定位算法

假设三维空间中有 n ($n \geq 4$) 个固定基站节点, 基站节点的坐标分别为 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$, 设待求的移动标签节点坐标为 $p(x_p, y_p, z_p)$, 标签节点与基站节点之间的距离为 d_1, d_2, \dots, d_n 。为保证最小二乘法在求解矩阵方程时, 系数矩阵满足非奇异的要求, 按照相邻基站不在同一水平高度的分布原则进行基站布局, 如图 1 所示。

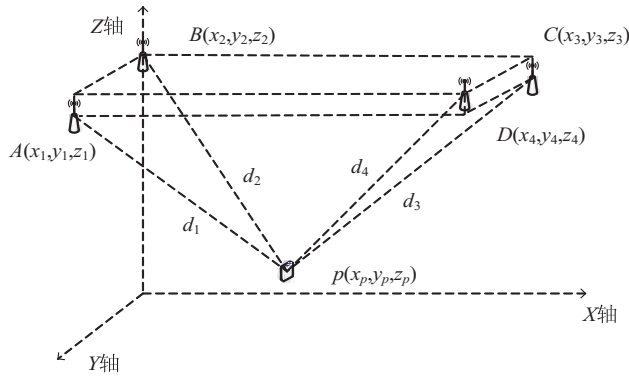


图1 室内基站分布于不同水平面

则有:

$$\begin{cases} (x_1 - x_p)^2 + (y_1 - y_p)^2 + (z_1 - z_p)^2 = d_1^2 \\ (x_2 - x_p)^2 + (y_2 - y_p)^2 + (z_2 - z_p)^2 = d_2^2 \\ \vdots \\ (x_n - x_p)^2 + (y_n - y_p)^2 + (z_n - z_p)^2 = d_n^2 \end{cases} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式(10)~(12)带入式(6)求解矩阵方程,可得移动标签节点坐标 $p(x_p, y_p, z_p)$ 。

整理后得:

$$\begin{cases} k_1^2 - 2x_1x_p + x_p^2 - 2y_1y_p + y_p^2 - 2z_1z_p + z_p^2 = d_1^2 \\ k_2^2 - 2x_2x_p + x_p^2 - 2y_2y_p + y_p^2 - 2z_2z_p + z_p^2 = d_2^2 \\ \vdots \\ k_n^2 - 2x_nx_p + x_p^2 - 2y_ny_p + y_p^2 - 2z_nz_p + z_p^2 = d_n^2 \end{cases} \quad (7)$$

其中, $k_n = x_n^2 + y_n^2 + z_n^2, n = 1, 2, \dots$ 。

由相邻两式相减可得:

$$\begin{cases} x_{21}x_p + y_{21}y_p + z_{21}z_p = \frac{1}{2}[d_{12}^2 + k_{21}] \\ x_{32}x_p + y_{32}y_p + z_{32}z_p = \frac{1}{2}[d_{23}^2 + k_{32}] \\ \vdots \\ x_{n(n-1)}x_p + y_{n(n-1)}y_p + z_{n(n-1)}z_p = \frac{1}{2}[d_{(n-1)n}^2 + k_{n(n-1)}] \end{cases} \quad (9)$$

其中, $x_{n(n-1)} = x_n - x_{n-1}, y_{n(n-1)} = y_n - y_{n-1}, z_{n(n-1)} =$

$z_n - z_{n-1}, k_{n(n-1)} = k_n - k_{n-1}, n = 2, 3, \dots$ 。

令:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{21} & y_{21} & z_{21} \\ x_{32} & y_{32} & z_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n(n-1)} & y_{n(n-1)} & z_{n(n-1)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_{12}^2 & + & k_{21} \\ d_{23}^2 & + & k_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{(n-1)n}^2 & + & k_{n(n-1)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

3 算法优化及实验分析

3.1 最小二乘法的定位优化

前面提到,为保证矩阵方程在求解时能够求得唯一解,系数矩阵应满足为非奇异矩阵的要求。在基站布局的时候就要求基站不能处在同一高度平面,基站间的水平高度差值如果太小会对最终标签 Z 轴的定位精度产生很大的干扰,所以为保证三维坐标的精确度,可以通过优化基站的几何分布,来提高标签垂直方向上的定位精度。但在实际的室内环境下,受室内高度限制,最小二乘法定位算法将无法满足三维定位精度的要求。为了降低最小二乘法对于基站几何布局的依赖性,基于最小二乘定位算法,选择由二维到三维分步求解的方式来实现三维坐标的定位。

在不考虑基站水平高度差对定位精度带来的影响的情况下,为保证系数矩阵不为奇异矩阵的同时,基站的水平高度差值可取得相对小一点,将基站布置在近似相同的水平高度上,如图2所示。

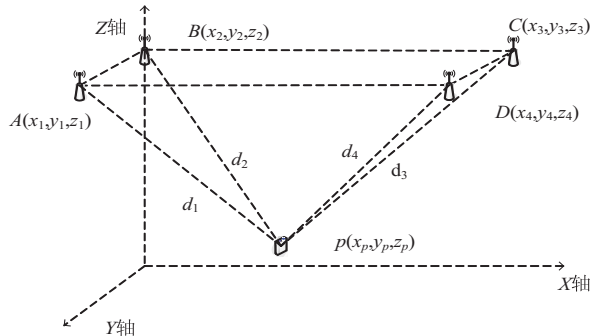


图2 室内基站分布

已知基站 $A、B、C、D$ 的坐标分别为 $(x_1, y_1, z_1)、(x_2, y_2, z_2)、(x_3, y_3, z_3)、(x_4, y_4, z_4)$,分别测得它们与

标签 p 点(x_p, y_p, z_p)之间的距离为 $d_1、d_2、d_3、d_4$ 。根据最小二乘法可以求得标签 p 的二维坐标(x_p, y_p),假设标签与不同基站之间的水平高度差值为 $\Delta h_i, i = 1, 2 \cdots$;则 Δh_i 可由式 (13) 求得:

$$\Delta h_i = \sqrt{d_i^2 - (x_p^2 + y_p^2)}$$

(13)

由式 (14) 可得标签的高度坐标 h_i :

$$h_i = z_i - \Delta h_i$$

(14)

同理,可分别根据不同的基站坐标对标签高度进行求解,最后通过利用不同基站求得的标签高度取平均值,便可得到标签近似精确的三维坐标 p (x_p, y_p, z_p):

$$z_p = \frac{\sum_{i=1}^4 h_i}{4}$$

(15)

表 1 最小二乘法定位算法实验结果

m

标签编号	标签真实坐标	平均标准差	平均坐标误差
1	(3.59 2.64 1.12)	(0.072 0.171 0.857)	0.877
2	(2.74 3.98 0.87)	(0.074 0.183 0.914)	0.935
3	(1.95 5.64 1.90)	(0.078 0.187 0.967)	0.988
4	(7.87 2.43 2.35)	(0.066 0.150 0.767)	0.785
5	(7.21 4.30 1.81)	(0.063 0.155 0.775)	0.793
6	(8.17 5.86 1.50)	(0.067 0.154 0.827)	0.844
7	(10.25 1.98 2.88)	(0.065 0.162 0.808)	0.826
8	(11.02 3.53 2.56)	(0.069 0.161 0.829)	0.847
9	(9.78 6.06 1.25)	(0.072 0.172 0.842)	0.862
10	(12.77 2.59 0.56)	(0.080 0.184 0.956)	0.977
11	(13.50 4.33 2.01)	(0.077 0.188 0.962)	0.983
12	(14.66 6.18 3.14)	(0.086 0.196 1.026)	1.048

优化最小二乘法定位实验中,基站坐标设置为 (15,0,4.25), (0,0,4.5), (0,6.5,4.25), (15,6.5,4.5), 相邻基站间水平高度差值为 0.25 m;每个标签

3.2 实验分析

为验证优化算法的定位表现,选取 12 个标签将其均匀分布于 15 * 6.5 * 4.5 的室内环境中,标签坐标分别为 (3.59,2.64,1.12), (2.74,3.98,0.87), (1.95,5.64,1.90), (7.87,2.43,2.35), (7.21,4.30,1.81), (8.17,5.86,1.50), (10.2,1.98,2.88), (11.02,3.53,2.56), (9.78,6.06,1.25), (12.77,2.59,0.56), (13.50,4.33,2.01), (14.66,6.18,3.14)。

室内设置 4 个基站节点,进行最小二乘法定位实验,基站坐标设置为 (15,0,3.25), (0,0,4.5), (0,6.5,3.25), (15,6.5,4.5), 相邻基站间水平高度差值为 1 m;利用最小二乘定位算法进行定位,每个标签进行 1 000 次的定位测试,表 1 为 1 000 次实验结果的平均值。

进行 1 000 次的定位测试,表 2 数值为 1 000 次实验结果的平均值。

表 2 优化的最小二乘定位算法实验结果

m

标签编号	标签真实坐标	平均标准差	平均坐标误差
1	(3.59 2.64 1.12)	(0.075 0.171 0.143)	0.235
2	(2.74 3.98 0.87)	(0.077 0.174 0.126)	0.228
3	(1.95 5.64 1.90)	(0.082 0.184 0.212)	0.293
4	(7.87 2.43 2.35)	(0.063 0.146 0.257)	0.302
5	(7.21 4.30 1.81)	(0.064 0.160 0.206)	0.268
6	(8.17 5.86 1.50)	(0.067 0.157 0.210)	0.271
7	(10.25 1.98 2.88)	(0.067 0.158 0.318)	0.362
8	(11.02 3.53 2.56)	(0.070 0.158 0.244)	0.299
9	(9.78 6.06 1.25)	(0.074 0.165 0.193)	0.265
10	(12.77 2.59 0.56)	(0.078 0.181 0.112)	0.226
11	(13.50 4.33 2.01)	(0.082 0.183 0.182)	0.271
12	(14.66 6.18 3.14)	(0.087 0.197 0.246)	0.327

从表1和表2所得到的实验结果可知,最小二乘定位算法求得的坐标最小误差值为0.785 m,最大误差值为1.048 m,平均误差值为0.897 m;而文中提出的优化最小二乘定位算法的最小误差值为0.226 m,最大误差值为0.362 m,平均误差值为0.279 m。受基站水平高度差值影响,最小二乘定位算法在工作过程中定位误差波动比较大,定位效果不佳;相比于直接利用最小二乘法求解三维定位坐标,文中提出的优化最小二乘定位算法在定位精度提升68.90%,稳定性提升52.90%,两种算法的定位误差曲线如图3所示。可见优化后的定位算法定位误差明显要低,且误差曲线趋于平稳状态。

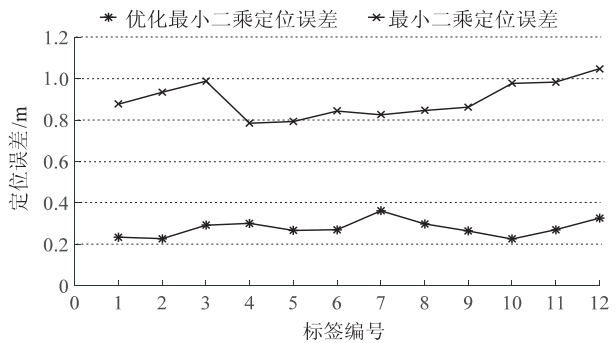


图3 误差曲线

4 结束语

文中提出的基于最小二乘法的定位优化处理算法在一定程度上解耦了室内三维坐标定位精度对于基站几何布局的依赖关系。通过构建实验模型,对算法进行实验分析,对比实验结果能够看出,优化后的最小二乘定位算法在定位精度方面性能提升了64.28%,稳定性方面性能提升了60.32%,由此证明该方法能够显著降低室内三维定位精度对于基站几何布局的依赖性,提高了三维坐标定位精度,定位效果明显优于未优化前的定位方法。

参考文献:

[1] 郑作亚,韩晓冬,黄 城,等. GPS 基线向量的非线性解算

及精度分析[J]. 测绘学报,2004,33(1):27-32.

[2] BULUSU N, HEIDEMANN J, ESTRIN D. GPS-less low-cost outdoor locationization for very small devices[J]. IEEE Personal Communications,2000,7(5):28-34.

[3] 刘 祺,朱秋月,冯 莎. 室内定位技术的研究综述[J]. 计算机时代,2016(8):13-15.

[4] 汪 苑,林锦国. 几种常用室内定位技术的探讨[J]. 中国仪器仪表,2011(2):54-57.

[5] 董 梅,杨 曾,张 健,等. 基于信号强度的无线局域网定位技术[J]. 计算机应用,2004,24(12):49-52.

[6] 张苍松,郭 军,崔 娇,等. 基于 RSSI 的室内定位算法优化技术[J]. 计算机工程与应用,2015,51(3):235-238.

[7] XIE Yaqin, WANG Yan, ZHU Pengcheng, et al. Grid-search-based hybrid TOA/AOA location techniques for NLOS environments[J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(4): 254-256.

[8] 唐发燕,王运锋. 基于 TDOA 的改进定位算法及精度分析[J]. 现代计算机,2017(29):3-9.

[9] 仲江涛,秦 斌,吴健春,等. 基于 Kalman 滤波的 Chan 室内定位算法改进[J]. 通信技术,2017,50(10):2223-2228.

[10] KOK M, HOL J D, SCHON T B. Indoor positioning using ultra-wideband and inertial measurements[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology,2015,64(4):1293-1303.

[11] 吴绍华,张乃通. 室内信道环境下 UWB 精确测距研究[J]. 通信学报,2007,28(4):65-71.

[12] 张 桀,沈 重. 联合 TDOA 改进算法和卡尔曼滤波的 UWB 室内定位研究[J]. 现代电子技术,2016,39(13):1-5.

[13] YU H, HUANG G, GAO J. Constrained total least-squares localisation algorithm using time difference of arrival and frequency difference of arrival measurements with sensor location uncertainties[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2012, 6(9):891-899.

[14] 李朝海,汪子峰,李会勇,等. 采用距离无偏估计的加权最小二乘定位算法[J]. 信号处理,2016,32(12):1463-1467.

[15] 胡 川,陈 义. 非线性整体最小平差迭代算法[J]. 测绘学报,2014,43(7):668-674.