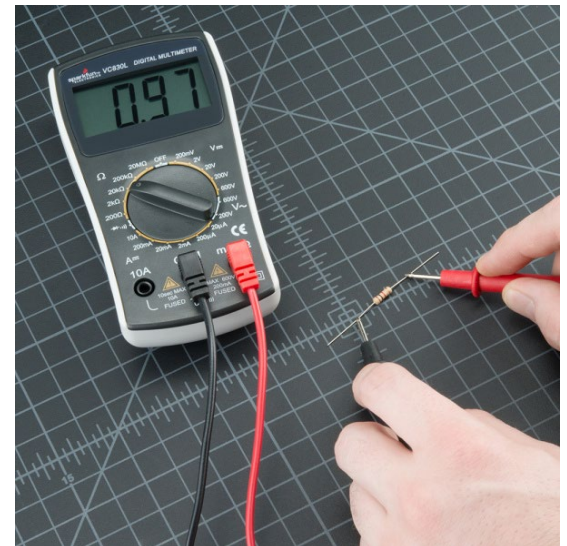


# MISURA DI RESISTENZE

---

Marco Panareo

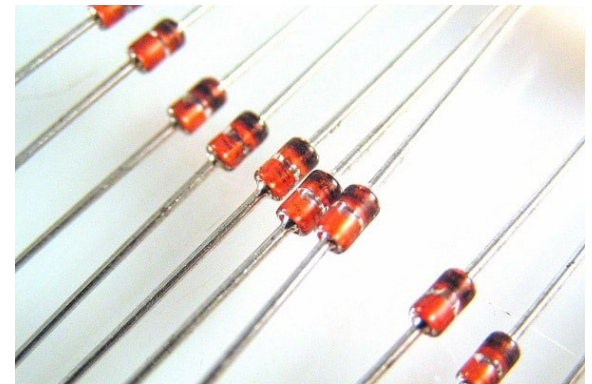


# Generalità

- Diversamente dalle misure di correnti o di differenze di potenziale, nelle misure di resistenza si determina una proprietà fisica di un materiale impiegato come conduttore in un circuito.
- La resistenza viene in genere misurata facendo attraversare il conduttore da una corrente continua ed i fattori fisici che influiscono sul risultato di una misura sono:
  - la temperatura dell'ambiente e il riscaldamento del conduttore;
  - la resistenza dei contatti, soprattutto nel caso di misure di piccoli valori resistivi;
  - le resistenze parassite situate in parallelo al conduttore, nel caso di misure di grandi valori resistivi;
  - le tensioni che si originano nel conduttore per effetti termici, elettrolitici, ecc.;
  - le caratteristiche reattive del conduttore

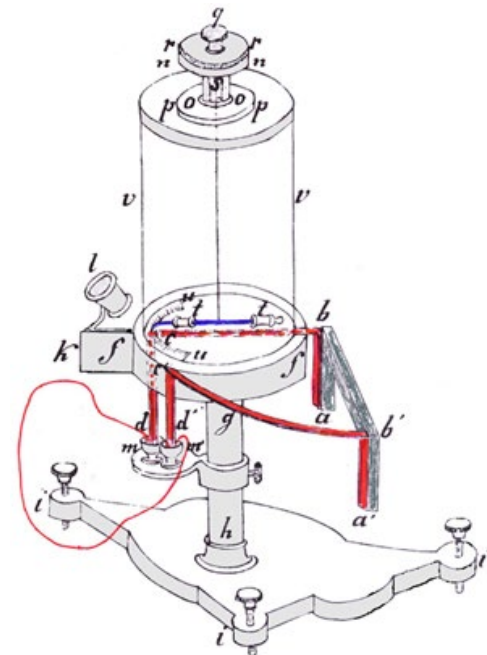
# Generalità

- Nella pratica tutti i metodi per la misura di resistenze che adoperano reti elettriche si basano sulla legge di Ohm.
- Per i componenti che non seguono tale legge, la loro resistenza è definita limitatamente a specifiche condizioni di funzionamento, al cambiare delle quali si modifica di conseguenza anche il corrispondente valore resistivo



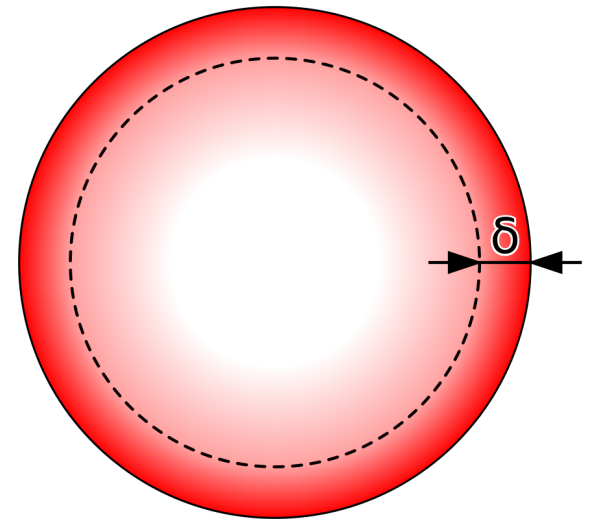
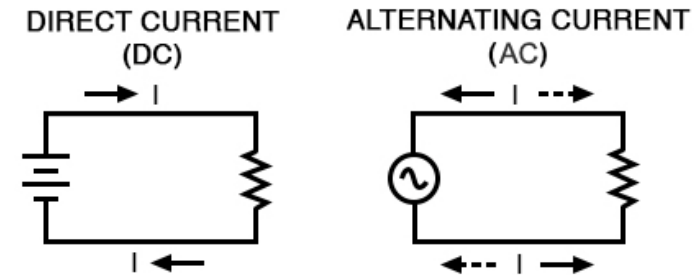
# Cenni storici

- Sebbene altri prima di lui svolsero analoghe determinazioni, a George Simon Ohm vengono attribuite le prime misure sistematiche di resistenza.
- Originariamente Ohm adoperò quali generatori delle pile di Volta, la cui forza elettromotrice erogata risultava piuttosto sensibile alla resistenza che ne costituiva il carico. Questo lo portò, nel 1825, a stabilire erroneamente una relazione logaritmica tra l'intensità della corrente misurata e la lunghezza di un filo conduttore.
- Dopo aver letto i resoconti di Ohm, Christian Poggendorff comprese l'influenza del generatore nella misura e suggerì ad Ohm di fare uso di un altro tipo di generatore, basato sull'effetto termoelettrico da poco scoperto, cioè sulla generazione di una differenza di potenziale tra conduttori metallici soggetti ad un gradiente termico.
- Per misurare l'intensità della corrente attraverso un circuito, Ohm adoperava un ago magnetico sospeso ad un opportuno supporto mobile con un filo metallico appiattito; quando la corrente parallela all'ago ne deviava l'orientazione, Ohm torceva il filo di sospensione sino a riportare l'ago nella posizione di riposo, ed assumeva che l'intensità della corrente fosse proporzionale all'angolo di torsione del filo.



# Misura

- I metodi che saranno descritti nel seguito sono efficaci per la misura di resistenze adoperate in circuiti che funzionano anche con generatori sinusoidali, purché a bassa frequenza.
- Ad alta frequenza la resistenza differisce da quella misurata con tali approcci, a causa dell'*effetto pellicolare*, cioè la tendenza di una corrente alternata di distribuirsi non uniformemente in un conduttore, per cui la sua densità risulta maggiore sulla superficie rispetto che all'interno.
- Questo effetto, scoperto da Kelvin nel 1887, determina un aumento della resistenza dei conduttori alle alte frequenze.

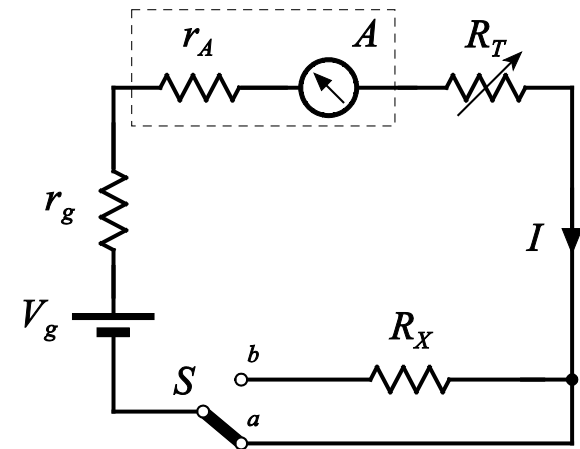


# Ohmetro

- Lo schema di principio di un ohmetro è mostrato in figura; la resistenza variabile  $R_T$ , oltre che per proteggere l'amperometro  $A$ , di resistenza interna  $r_A$ , serve per la taratura dell'intero strumento.
- Quando il deviatore  $S$  è nella posizione  $a$  la corrente indicata dall'amperometro vale:

$$I = \frac{V_g}{r_g + r_A + R_T}$$

- in tale condizione si varia  $R_T$  in modo che l'amperometro indichi il suo valore di fondo scala.
- Ciò garantisce la possibilità di adoperare l'intera scala dello strumento, massimizzando la dinamica dell'ohmetro.

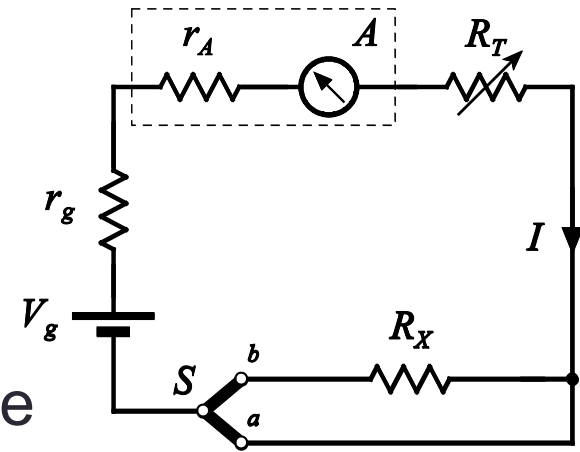


# Ohmetro

- Quando il deviatore viene poi portato nella posizione *b*, la corrente indicata è:

$$I = \frac{V_g}{r_g + r_A + R_T + R_X}$$

- Siccome quando  $R_X$  è infinita la corrente indicata è nulla, in questo modo a qualsiasi valore di  $R_X$  compreso tra zero e infinito, dalla relazione precedente corrisponderà, un valore della corrente indicato dall'amperometro.
- Se l'amperometro è analogico, è possibile tararne la scala direttamente in *ohm*.





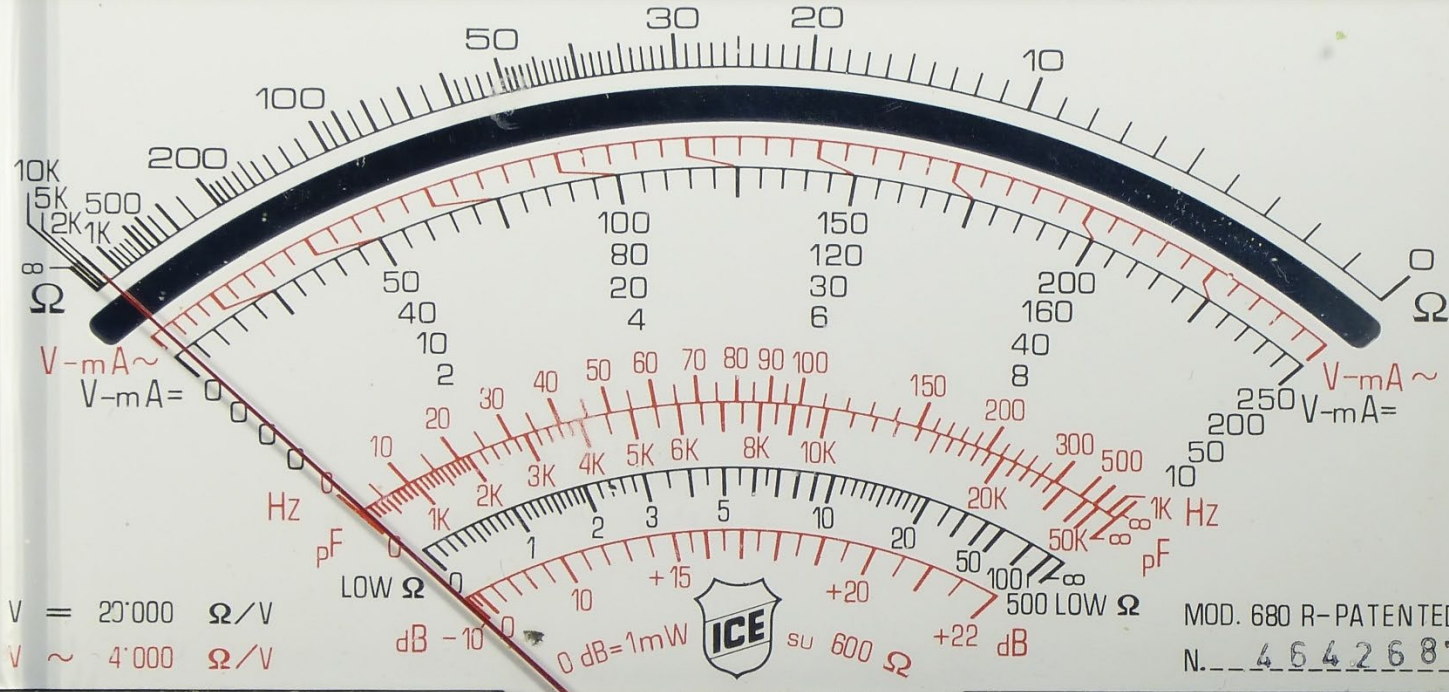
# Ohmetro

- In particolare, il fondo scala dell'amperometro corrisponde al valore più basso di resistenza mentre lo zero dell'amperometro indica il valore resistivo più alto.
- In un ohmetro digitale l'amperometro è realizzato attraverso un convertitore analogico-digitale e le procedure di taratura e di conversione corrente-resistenza sono fatte automaticamente attraverso il processore che elabora il dato misurato.





MADE IN ITALY BY "I.C.E.", INDUSTRIA COSTRUZIONI ELETTROMECCANICHE MILANO -



200V= 1000V~  
50V= 250V~  
10V= 50V~  
2V= 10V~  
50μA= 100mV= 250μA~  
500V 1000V  
Hz-dB OUTPUT  
pF-2V~  
Ωx10000

Supertester 680R

500μA= 2.5mA~  
5mA= 25mA~  
50mA= 250mA~  
500mA= 2.5A~  
5A=  
Ω  
Ωx1  
Ωx10  
Ωx100  
Ωx1000  
Hz-pFx10  
pFx1

A-Vx2

REG

# Metodo di confronto

- Si consideri il circuito di figura, col doppio deviatore  $S$  nella posizione  $a$  la corrente  $I_a$  indicata dall'amperometro  $A$  vale:

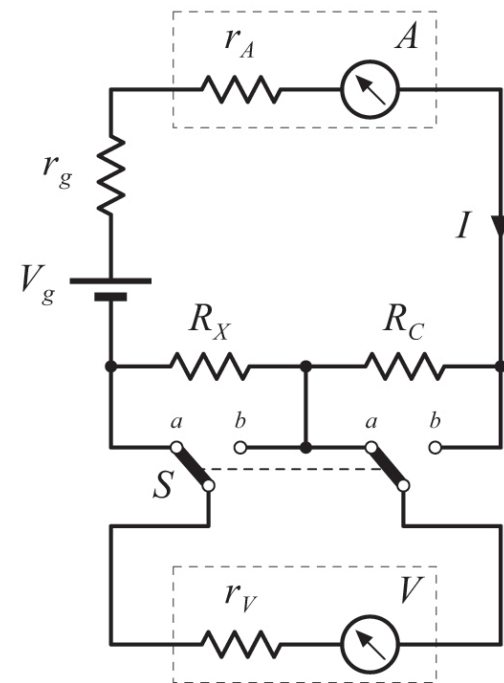
$$I_a = \frac{V_g}{r_g + r_A + R_C + \frac{R_X r_V}{R_C + r_V}} = \frac{V_g}{r_g + r_A + R_X \frac{1}{1 + \frac{R_X}{r_V}} + R_C}$$

- se  $R_X \ll r_V$  risulta:

$$I_a \approx \frac{V_g}{r_g + r_A + R_X + R_C} \equiv I$$

- e, sempre in tale ipotesi, la differenza di potenziale  $V_X$  misurata dal voltmetro  $V$  è:

$$V_X = I_a \frac{R_X r_V}{R_X + r_V} = I_a R_X \frac{1}{1 + \frac{R_X}{r_V}} \approx I R_X$$



# Metodo di confronto

- Si consideri il circuito di figura, col doppio deviatore  $S$  nella posizione  $b$  la corrente  $I_b$  indicata dall'amperometro  $A$  vale:

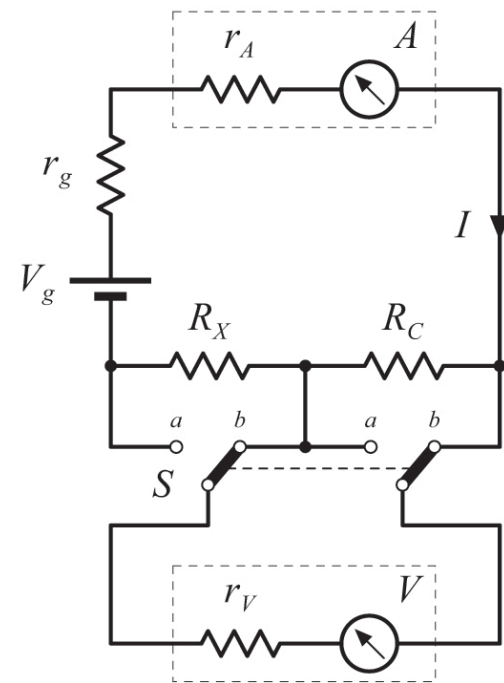
$$I_b = \frac{V_g}{r_g + r_A + R_X + \frac{R_C r_V}{R_C + r_V}} = \frac{V_g}{r_g + r_A + R_X + R_C \frac{1}{1 + \frac{R_C}{r_V}}}$$

- se  $R_C \ll r_V$  risulta:

$$I_b \approx \frac{V_g}{r_g + r_A + R_X + R_C} = I$$

- e, sempre in tale ipotesi, la differenza di potenziale  $V_C$  misurata dal voltmetro  $V$  è:

$$V_C = I_b \frac{R_C r_V}{R_C + r_V} = I_b R_C \frac{1}{1 + \frac{R_C}{r_V}} \approx I R_C$$



# Metodo di confronto

- Dividendo membro a membro le relazioni  $V_X \approx IR_X$  e  $V_C \approx IR_C$  si ottiene:

$$R_X = \frac{V_X}{V_C} R_C$$

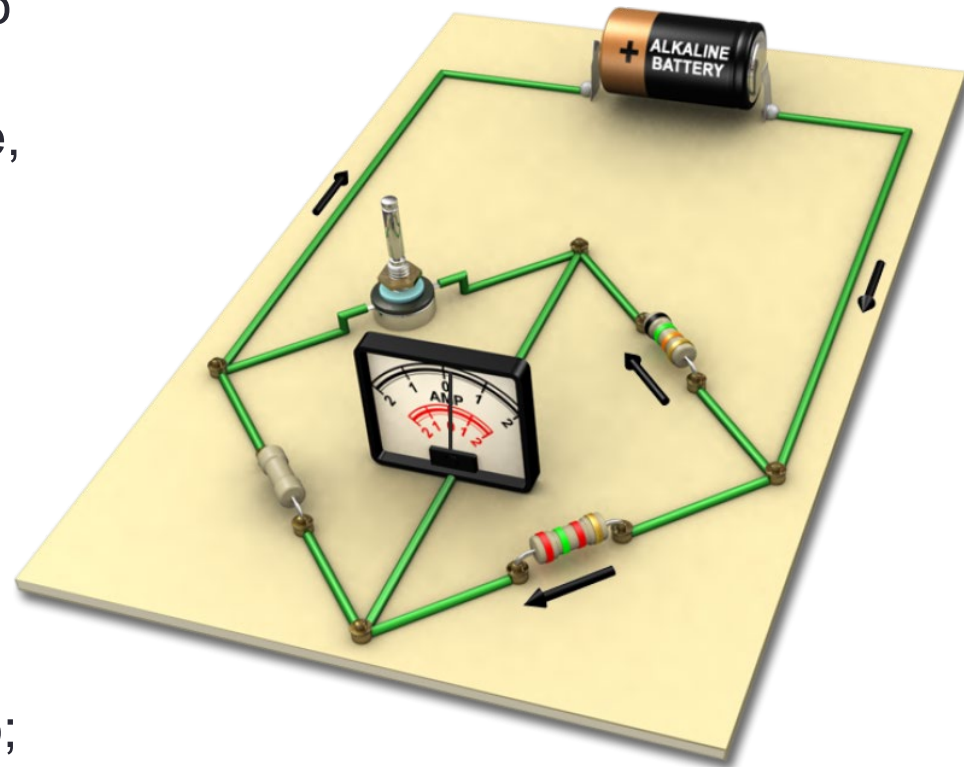
- Da tale identità si può dedurre il valore della resistenza  $R_X$ , noto il valore della resistenza  $R_C$  e misurate le differenze di potenziale  $V_C$  e  $V_X$  nelle due condizioni; la resistenza  $R_C$  è un componente di precisione (**resistenza campione**).
- La precedente relazione mette in luce l'indipendenza della misura dall'intensità della corrente attraverso il circuito, purché essa non cambi spostando il deviatore dalla posizione  $b$ , ovvero quando il voltmetro misura la caduta di tensione ai capi di  $R_C$ , alla posizione  $a$ , ovvero quando il voltmetro misura la caduta di tensione ai capi di  $R_X$ .
- Affinché si verifichi tale condizione occorre che  $R_C, R_X \ll r_V$  (oppure che la resistenza  $R_C$  sia dello stesso ordine di grandezza di  $R_X$ ).





# Ponte di Wheatstone

- Il ponte di Wheatstone rappresenta il metodo più preciso per la misura di resistenze;
- E' costituito da quattro resistenze, una delle quali è quella da misurare, collegate in modo da formare un quadrilatero, da un generatore di tensione disposto lungo una diagonale e da un galvanometro inserito sull'altra diagonale.
- Il ponte si dice *bilanciato* quando è nulla la differenza di potenziale tra i vertici della diagonale lungo la quale è situato il galvanometro;
- in tale condizione tra i valori delle resistenze che costituiscono il ponte sussiste una specifica relazione.



# Ponte di Wheatstone

- Consideriamo il circuito di figura; variando le resistenze  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  è possibile conseguire la condizione in cui i potenziali ai nodi  $C$  e  $D$  sono uguali:

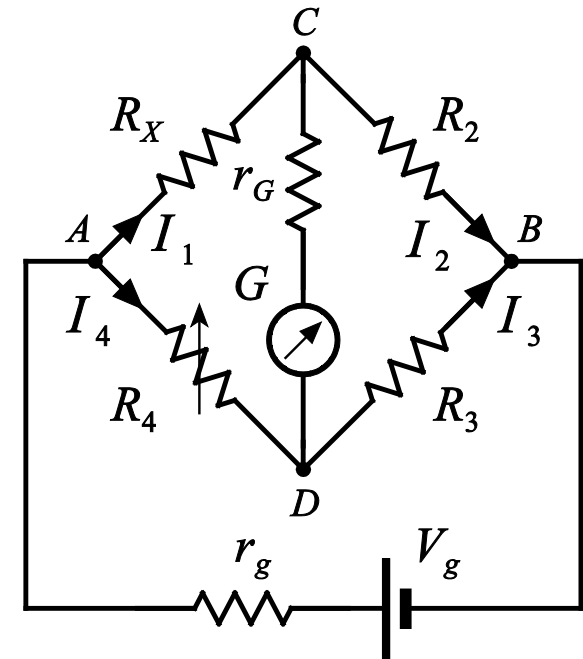
$$V_C = V_D$$

- e pertanto il galvanometro non è percorso da corrente.
- In tale situazione, si ha:

$$I_1 = I_2$$

$$I_3 = I_4$$

- poiché il ramo  $CD$  non è percorso da corrente





# Ponte di Wheatstone

- Applicando la legge di Kirchhoff per le tensioni, rispettivamente, alle maglie *ACDA* e *CBDC*, si ha:

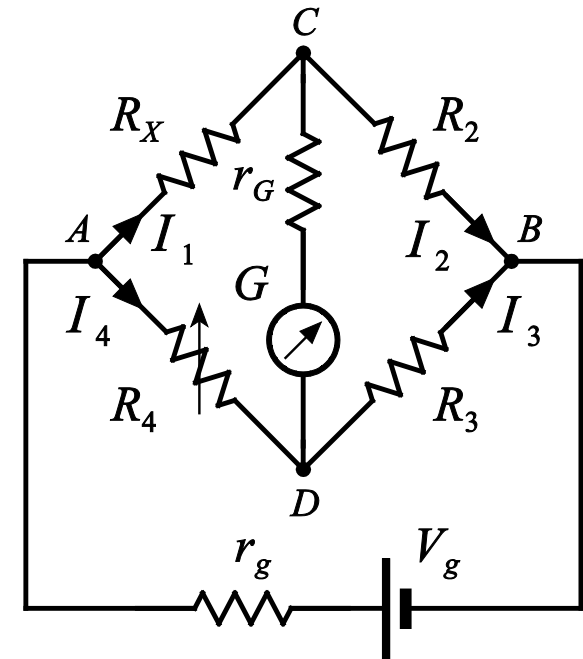
$$I_1 R_X = I_4 R_4$$

$$I_2 R_2 = I_3 R_3$$

- Dividendo membro a membro tali relazioni ed adoperando le identità  $I_1 = I_2$  e  $I_3 = I_4$ , si ottiene:

$$R_X = R_4 \frac{R_2}{R_3}$$

- Pertanto, noti i valori delle resistenze  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  si può dedurre il valore di  $R_X$ .



# Ponte di Wheatstone

- Generalmente nella realizzazione pratica del ponte di Wheatstone si fa in modo che il rapporto

$$R_2/R_3$$

- che compare nella relazione

$$R_X = R_4 \frac{R_2}{R_3}$$

- assuma la forma  $10^n$ , così le cifre che esprimono la resistenza  $R_4$  forniscono il valore della resistenza  $R_X$  a meno della posizione della virgola.



# Ponte di Wheatstone

- L'accuratezza con cui si deduce il valore della resistenza  $R_X$  dall'espressione precedente, trascurando le altre cause d'errore, quali, ad esempio, le resistenze dovute ai contatti, le resistenze dei conduttori di collegamento, l'imperfetto azzeramento del galvanometro, ecc., dipende dall'accuratezza con cui si conoscono i valori di  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$
- in pratica, dalla relazione precedente si ha:

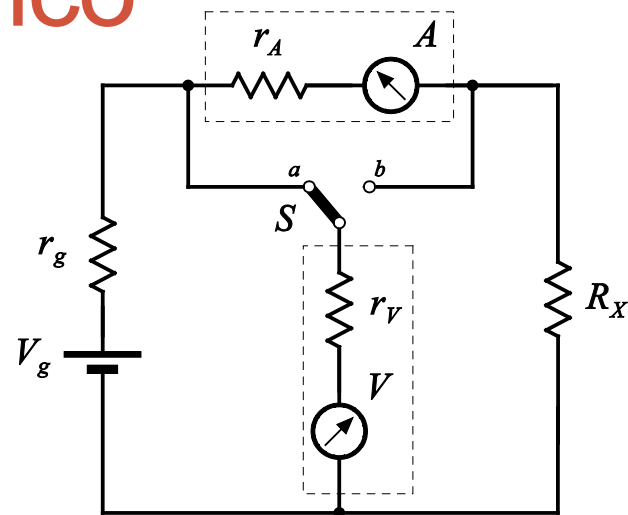
$$\frac{\Delta R_X}{R_X} = \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4}.$$

- Ne segue che per stabilire il valore di  $R_X$  con una certa accuratezza, occorre che le altre resistenze che costituiscono il ponte siano note con una accuratezza almeno tre volte superiore

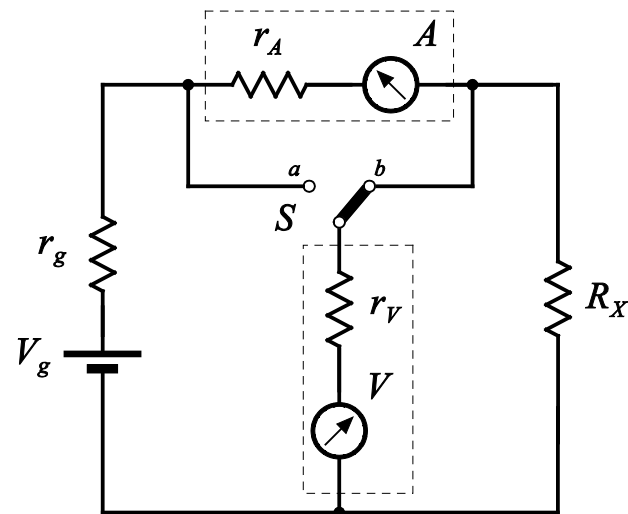


# Metodo voltamperometrico

- Questo metodo è basato sull'applicazione diretta della legge di Ohm.
- Come si evince dallo schema, il voltmetro può essere collegato rispetto all'amperometro
  - **a monte** (deviatore S nella posizione a)
  - **a valle** (deviatore S nella posizione b)
- A tali disposizioni corrispondono differenti errori sistematici.



Voltmetro a monte



Voltmetro a valle

# Voltmetro a monte

- Indicando con  $V$  e  $I$ , rispettivamente, la differenza di potenziale misurata dal voltmetro e la corrente misurata dall'amperometro, si ha:

$$V = I(r_A + R_X)$$

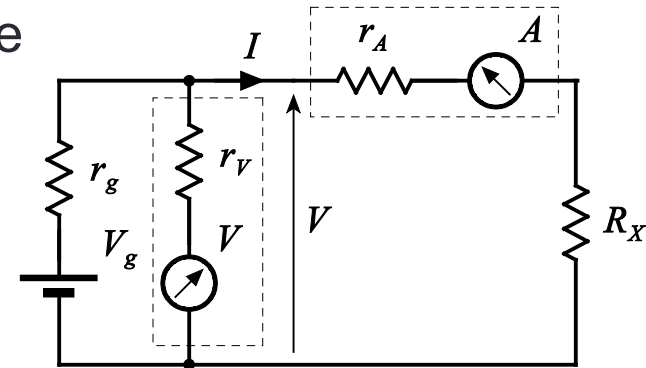
- pertanto, indicando la resistenza misurata con tale metodo come

$$R_m \equiv \frac{V}{I}$$

- si ha:

$$R_X = \frac{V}{I} - r_A = R_m - r_A = R_m \left( 1 - \frac{r_A}{R_m} \right)$$

- Se  $R_m \gg r_A$  allora  $R_X \approx R_m$ .
- Pertanto tale configurazione è tanto più efficace quanto più la resistenza da misurare è grande rispetto alla resistenza interna  $r_A$  dell'amperometro.



# Voltmetro a valle

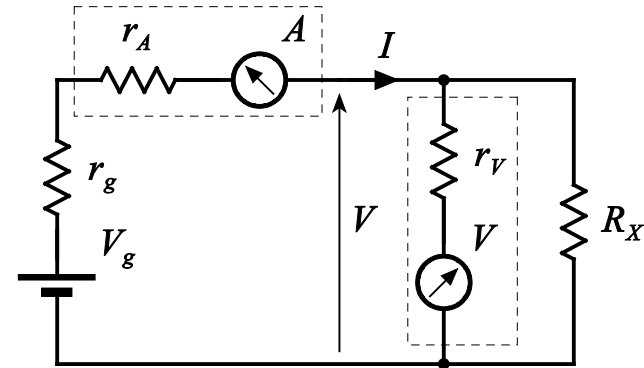
- Consideriamo lo schema secondo cui il voltmetro è posto a valle dell'amperometro; si ha:

$$V = I \frac{1}{\frac{1}{r_V} + \frac{1}{R_X}}$$

- da cui segue:

$$R_X = \frac{1}{\frac{1}{V} - \frac{1}{r_V}} = \frac{1}{\frac{1}{R_m} - \frac{1}{r_V}} = R_m \frac{1}{1 - \frac{R_m}{r_V}}$$

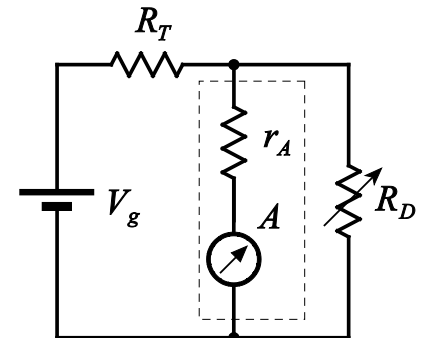
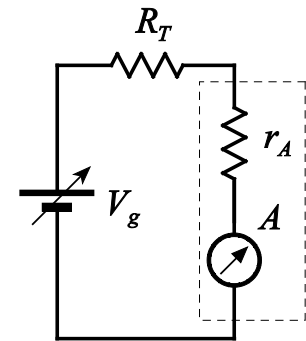
- Se  $R_m \ll r_V$  allora  $R_X \approx R_m$ .
- Pertanto tale configurazione è tanto più efficace quanto più la resistenza da misurare è piccola rispetto alla resistenza interna  $r_V$  del voltmetro.





# Determinazione della resistenza interna di un amperometro

- Consideriamo il circuito di figura in cui il generatore  $V_g$  eroga una forza elettromotrice che possa essere variata e la resistenza  $R_T$  sia tale che il rapporto  $V_g / R_T$  risulti prossimo al valore di fondo scala dell'amperometro.
- Regolando la forza elettromotrice del generatore è possibile fare in modo che l'indicazione dell'amperometro raggiunga il valore di fondo scala.
- Fissato il corrispondente valore della forza elettromotrice erogata dal generatore, si collega in parallelo all'amperometro una resistenza variabile  $R_D$  e se ne varia il valore fino a che l'indicazione mostrata dall'amperometro sia pari alla metà del suo fondo scala.
- In tale condizione, la corrente che attraversa lo strumento è pari a quella che passa nella resistenza  $R_D$ , pertanto tale resistenza è uguale alla resistenza interna dell'amperometro  $r_A$ .

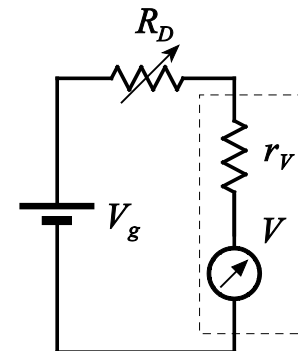
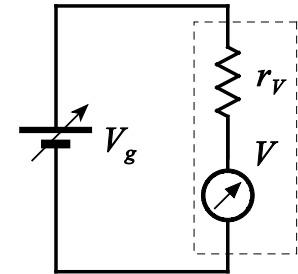


Amperometro del Laboratorio

Portata	$r_A$
5mA	24 $\Omega$
10mA	13 $\Omega$

# Determinazione della resistenza interna di un voltmetro

- Consideriamo il circuito di figura in cui il generatore  $V_g$  eroga una forza elettromotrice che possa essere variata e che possa essere resa prossima al valore di fondo scala del voltmetro.
- Regolando la forza elettromotrice del generatore è possibile fare in modo che l'indicazione del voltmetro raggiunga il valore di fondo scala.
- Fissato il corrispondente valore della forza elettromotrice erogata dal generatore, si collega in serie al voltmetro una resistenza variabile  $R_D$  e se ne varia il valore fino a che l'indicazione mostrata dal voltmetro sia pari alla metà del suo fondo scala.
- In tale condizione, la differenza di potenziale ai capi dello strumento è pari a quella ai capi della resistenza  $R_D$ , pertanto tale resistenza è uguale alla resistenza interna del voltmetro  $r_V$ .



Voltmetro del Laboratorio

Portata	$r_V$
5V	24.4k $\Omega$
10V	48.7k $\Omega$