PPPD - Lab. 08

Załaduj jeszcze raz zbiór danych `iris` i dokonaj jego transpozycji. Usuń z niego wszystkie kolumny oprócz *sepal length* i *petal length*, a wynikowy obiekt zapisz w postaci obiektu o nazwie `A`. Od tej pory zakładamy, że $A \in \mathbb{R}^{2\times 150}$.

1. Wycentruj zbiór danych tak, żeby średnia arytmetyczna każdej z dwóch zmiennych (a więc w każdym wierszu `A`) była równa 0.

2. Napisz funkcję `mnoz(B, A)`, która zwraca wynik algebraicznego mnożenia $B \cdot A$.

3. Poniżej bedziemy przyglądali się różnym przekształceniom geometrycznym zbioru A. W każdym przypadku będziemy rozważać $C = B \cdot A$ dla różnych $B \in \mathbb{R}^{2\times 2}$. Okazuje się, że dzięki zwykłemu mnożeniu macierzy możemy reprezentować bardzo bogatą klasę przekształceń każdego punktu, co będziemy obrazowali, wywołując:

```python
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=[8, 4], dpi=72)
plt.subplot(1, 2, 1)    # lewy wykres - zbiór oryginalny
plt.scatter(A[0], A[1])
plt.subplot(1, 2, 2)    # prawy wykres - zbiór przekształcony
plt.scatter(C[0], C[1])
plt.savefig("output1.png")
```

   1. Obroty – dla pewnego θ:
   $$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$
   2. Skalowanie – dla pewnego $s > 0$:
   $$\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}$$
   3. Rozciąganie w kierunku X – dla pewnego $m > 0$:
   $$\begin{bmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
   4. Rozciąganie w kierunku Y – dla pewnego $m > 0$:
   $$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ m & 1 \end{bmatrix}$$

4. Niech B_θ będzie macierzą obrotu o kąt $\theta \in [0, \pi)$ (zob. wyżej). Znajdź numerycznie $\theta^* \in \{0, \pi/k, 2\pi/k, \dots, (k-1)\pi/k\}$ takie, że wektor $[c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,150}]$ (czyli współrzędne x-owe punktów po obrocie) ma największą możliwą wariancję, gdzie $C = B_{\theta^*} \cdot A$.

5. Niech $v_x(\theta) =$ `wariancja`$(c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,150})$ oraz $v_y(\theta) =$ `wariancja`$(c_{2,1}, c_{2,2}, \dots, c_{2,150})$ przy założeniu $C = B_\theta \cdot A$. Narysuj wykres przebiegu zmienności funkcji v_x i v_y w zależności od θ:

```python
import matplotlib.pyplot as plt, math
k = 100
wektor_theta = [i*pi/k for i in range(k)]
# wektor_v_x = odpowiadajace kolejnym theta v_x(theta),
#   tj. vektor_v_x[i] = v_x(theta[i]), i=0...k-1
# wektor_v_y = odpowiadajace kolejnym theta v_y(theta)
plt.plot(wektor_theta, wektor_v_x, "r-")
plt.plot(wektor_theta, wektor_v_y, "b--")
plt.savefig("output2.png")
```