



Documentation technique

Mathématiques astronomiques



1. Table des matières

1. Table des matières.....	2
2. Introduction	3
2.1. <i>Systèmes de coordonnées.....</i>	3
3. Validation des algorithmes.....	4
3.1. <i>Sources.....</i>	4
3.2. <i>Données de test</i>	4
4. Algorithmes de conversion des dates	5
4.1. <i>Sources.....</i>	5
4.2. <i>Conversion d'une date grégorienne en Jour Julien</i>	5
4.3. <i>Conversion d'un Jour Julien en Temps Sidéral Local Apparent</i>	6
5. Algorithmes de conversion des systèmes de coordonnées	7
5.1. <i>Sources.....</i>	7
5.2. <i>Calcul de l'angle horaire à partir de l'ascension droite</i>	7
5.3. <i>Calcul des coordonnées horizontales à partir de l'angle horaire et de la déclinaison.....</i>	7
5.4. <i>Calcul de l'angle horaire et de la déclinaison à partir des coordonnées horizontales.....</i>	8
5.5. <i>Calcul de l'ascension droite à partir de l'angle horaire</i>	8
6. Algorithmes d'affichage	9
6.1. <i>Sources.....</i>	9
6.2. <i>Conversion des coordonnées horizontales en coordonnées cartésiennes</i>	9
6.3. <i>Valeurs de zoom</i>	9
7. Algorithmes de conversion des vecteurs du pointeur	13
7.1. <i>Sources.....</i>	13
7.2. <i>Fondements mathématiques.....</i>	13
7.3. <i>Système d'axes</i>	14
7.4. <i>Conversion des vecteurs en angles</i>	14
8. Table des illustrations	16

2. Introduction

Dans le cadre du développement du projet « Pointeur d'étoiles », des connaissances en mathématiques astronomiques ont été nécessaires afin de mener à bien divers calculs relatifs aux coordonnées des étoiles ainsi qu'à la gestion du temps.

Ce document décrit les algorithmes mathématiques mis au point par nos soins, parfois inspirés de procédures existantes dont les sources figurent tout au long du document. Ces algorithmes ont été implémentés en C#, et font partie intégrante de l'application finale.

2.1. Systèmes de coordonnées

Plusieurs systèmes de coordonnées existent pour se repérer sur la sphère céleste et cartographier les objets qui y apparaissent. Les deux principaux systèmes utilisés au cours de ce projet sont brièvement décrits ci-dessous.

2.1.1. Système de coordonnées équatorial

Le système de coordonnées équatorial est un système de coordonnées célestes dans lequel le positionnement des étoiles ne dépend pas du temps. On y observe seulement d'infimes variations dues aux mouvements de l'axe de la Terre, dont l'inclinaison varie, elle, au cours du temps.

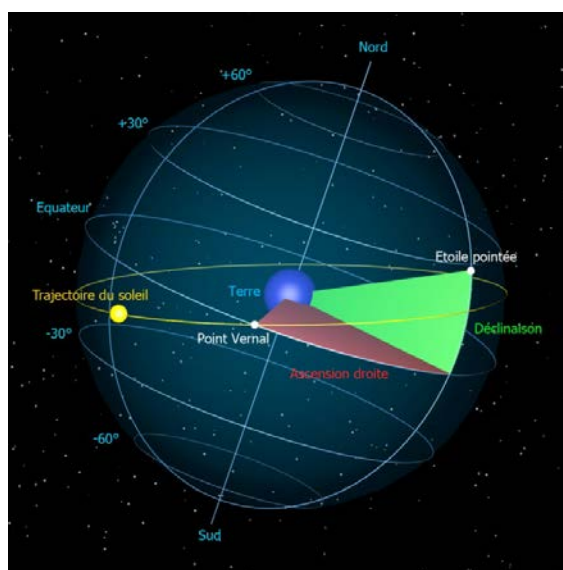


Fig. 1 - Système de coordonnées équatorial

Le point vernal est défini par le nœud ascendant de l'écliptique solaire. L'ascension droite représente l'angle à partir de ce point de la projection de l'étoile sur le plan équatorial, compté vers l'est. La déclinaison représente ensuite l'angle d'élévation de l'étoile par rapport au plan équatorial. La combinaison de ces deux coordonnées permet de localiser l'étoile.

2.1.2. Système de coordonnées horizontal

Le système de coordonnées horizontal permet de repérer une étoile depuis un emplacement du sol terrestre. La position des étoiles varie au cours du temps dans ce système de coordonnées. L'azimuth représente l'angle entre le pôle nord céleste et la projection de l'étoile sur le plan horizontal, compté vers l'est. L'élévation (ou altitude) représente l'angle entre le plan horizontal et l'étoile. La combinaison de ces deux coordonnées permet de localiser l'étoile.

3. Validation des algorithmes

Afin de mener à bien la conception des algorithmes mathématiques, des données de tests ont été fixées dès le début du projet et maintenues tout au long de son développement. Elles ont été systématiquement vérifiées à l'aide d'au moins trois sources différentes parmi la liste des sources fournies ci-dessous. Ces données particulières se retrouvent dans l'application finale, comme indiqué dans la dernière section de ce chapitre.

3.1. Sources

La liste suivante répertorie les sources, sous formes de sites internet ou de logiciels existants, à partir desquelles les informations ont été récupérées.

Logiciels

- Google Earth
- Microsoft Worldwide Telescope
- NASA World Wind

Sites internet

- <http://www.wikipedia.org>
- <http://maps.google.com>
- <http://sky.google.com>
- <http://www.vendredi13.us/CalendrierJulienConvertisseur.html>
- <http://astronomie.vivelascience.com/calculs.htm>
- http://xjubier.free.fr/en/site_pages/astronomy/coordinatesConverter.html

3.2. Données de test

3.2.1. Position de l'observateur sur Terre

L'observateur se trouve sur Terre aux coordonnées **47° 28' 44" N / 7° 1' 41" E (47.478889° N / 7.028056° E)**. Cette position se situe en Suisse, dans le village de Buix.

3.2.2. Date et heure de l'observation

L'observation se déroule le **7 juillet 2012 à 16h 16m 16s** (heure locale UTC+1 en prenant en considération l'heure d'été à la position indiquée plus haut), soit **14h 16m 16s** (heure UTC normalisée).

3.2.3. Etoile observée

L'étoile observée se nomme **Asellus Australis**, elle fait partie de la constellation du Cancer. Son numéro dans le catalogue Hipparcos est **HIP 42911**. Son ascension droite vaut **131.17125053°** et sa déclinaison **+18.15430871°**. Sa magnitude apparente est de **3.94**.

Les coordonnées horizontales de cette étoile à la position, date et heure indiquées ci-dessus sont un azimut de **209.141°** et une hauteur de **+57.9336°**.

4. Algorithmes de conversion des dates

Dans la vie de tous les jours, l'Homme utilise le calendrier Grégorien, composé d'années et de mois irréguliers, sur lequel des corrections sont effectuées pour correspondre au fil des siècles le plus fidèlement possible au modèle astronomique global. Malheureusement, l'usage d'un tel calendrier n'est pas du tout adapté aux calculs de positionnement astronomiques que requiert ce projet, et il convient de convertir toute date et heure données sous forme Grégorienne en un Jour Julien, nombre décimal simple représentant le nombre de jours écoulés depuis une référence ancienne dans sa partie entière, et la portion de la journée écoulée depuis midi (12h) dans sa partie fractionnaire.

Le Jour Julien exact permet ensuite de trouver le Temps Sidéral Local Apparent (LAST) relatif à la position de l'observateur sur Terre. Le temps sidéral représente à tout instant l'angle horaire entre le méridien local de l'observateur et le point vernal du système de coordonnées équatoriales.

Le temps sidéral intervient finalement dans le calcul de conversion entre le système de coordonnées équatoriales et le système de coordonnées horizontales, en passant par une étape intermédiaire appelée système de coordonnées horaires.

4.1. Sources

Les calculs de base pour les conversions de date proviennent du livre « Astronomy on PC » mis à disposition par M. Tièche au cours du développement, ainsi que de Wikipédia.

4.2. Conversion d'une date grégorienne en Jour Julien

$A \in \mathbb{N}$		année	> 1582
$M \in \mathbb{N}$	$1 \leq$	mois	≤ 12
$J \in \mathbb{N}$	$1 \leq$	jour	≤ 31
$H \in \mathbb{R}$	$0 \leq$	heure	< 24

$$1. \text{ Si } M \leq 2 \quad A = A - 1 \text{ et } M = M + 12$$

$$2. \quad Q = J + \frac{H}{24} - 0.5$$

$$3. \quad S = \text{int}\left(\frac{A}{100}\right)$$

$$4. \quad B = 2 - S + \text{int}\left(\frac{S}{4}\right)$$

$$5. \quad \underline{\underline{JJ = \text{int}(365.25 \cdot (A + 4716)) + \text{int}(30.6001 \cdot (M + 1)) + Q + B - 1524}}$$

4.3. Conversion d'un Jour Julien en Temps Sidéral Local Apparent

$JJ \in \mathbb{R}$ $0 \leq$ jour julien du temps UTC
 $LGE \in \mathbb{R}$ $-180^\circ <$ longitude comptée vers l'est $\leq 180^\circ$

1. $D = JJ - 2451545$
2. $D_0 = JJ_0 - 2451545$
3. $T = \frac{D}{36525}$
4. $GMST = 18.697374558 + 24.06570982441908 \cdot D$
5. $GMST_{24} = \left(\frac{GMST}{24} - \text{int} \left(\frac{GMST}{24} \right) \right) \cdot 24$
6. $\alpha = \frac{LGE}{15}$
7. $\Omega = 125.04 - 0.052954 \cdot D$
8. $L = 280.47 + 0.98565 \cdot D$
9. $\varepsilon = 23.4393 - 0.0000004 \cdot D$
10. $\Delta\Psi = -0.000319 \cdot \sin(\Omega) - 0.000024 \cdot \sin(2L)$
11. $EE = \Delta\Psi \cdot \cos(\varepsilon)$
12. $GAST = GMST_{24} + EE$
13. $LAST = GAST + \alpha$

5. Algorithmes de conversion des systèmes de coordonnées

Le système de coordonnées équatorial définit pour chaque étoile des coordonnées fixes (ascension droite et déclinaison). Ces coordonnées sont données par rapport à un point vernal mobile à très long terme, l'intersection au point ascendant de l'écliptique et de l'équateur terrestre.

Le système de coordonnées horizontales définit pour chaque étoile, depuis un lieu d'observation et pour une date et une heure données, des coordonnées mobiles (azimuth et hauteur) données en fonction du nord céleste ainsi que du plan horizontal à l'endroit considéré.

La conversion entre ces deux systèmes passe par une transposition intermédiaire, le système de coordonnées horaires qui prend en compte le temps sidéral local apparent (LAST).

5.1. Sources

Les calculs de base pour les conversions de coordonnées proviennent du livre « Astronomy on PC » mis à disposition par M. Tièche au cours du développement, ainsi que de Wikipédia.

5.2. Calcul de l'angle horaire à partir de l'ascension droite

$$\begin{array}{llll} LAST \in \mathbb{R} & 0 \leq & \text{temps sidéral local apparent} & < 24 \\ Ra \in \mathbb{R} & 0 \leq & \text{ascension droite} & < 360 \end{array}$$

$$1. \quad \underline{\underline{A_H = 15 \cdot LAST - Ra}}$$

5.3. Calcul des coordonnées horizontales à partir de l'angle horaire et de la déclinaison

$$\begin{array}{llll} A_H \in \mathbb{R} & 0 \leq & \text{angle horaire} & < 360 \\ Dec \in \mathbb{R} & -90^\circ \leq & \text{déclinaison} & \leq 90^\circ \\ Lat \in \mathbb{R} & -90^\circ \leq & \text{latitude} & \leq 90^\circ \end{array}$$

$$1. \quad \sin(h) = \cos(Lat) \cdot \cos(Dec) \cdot \cos(A_H) + \sin(Lat) \cdot \sin(Dec)$$

$$2. \quad \underline{\underline{h \in [-90^\circ; +90^\circ] = \sin^{-1}(\sin(h))}}$$

$$3. \quad A = \sin(Lat) \cdot \cos(Dec) \cdot \cos(A_H) - \cos(Lat) \cdot \sin(Dec)$$

$$4. \quad \sin(Z) = \frac{\cos(Dec) \cdot \sin(A_H)}{\cos(h)}$$

$$5. \quad \text{si } A \geq 0 \quad Z \in [-90^\circ; +90^\circ] = \sin^{-1}(\sin(Z))$$

$$\text{sinon} \quad Z \in]+90^\circ; +270^\circ[= \sin^{-1}(\sin(Z))$$

$$6. \quad \underline{\underline{Az \in [0^\circ; +360^\circ] = Z + 180}}$$

5.4. Calcul de l'angle horaire et de la déclinaison à partir des coordonnées horizontales

$h \in \mathbb{R}$	$0^\circ \leq$	hauteur	$\leq 90^\circ$
$Az \in \mathbb{R}$	$0^\circ \leq$	azimuth	$< 360^\circ$
$Lat \in \mathbb{R}$	$-90^\circ \leq$	latitude	$\leq 90^\circ$

- $Z = Az - 180$
- $\sin(Dec) = \sin(Lat) \cdot \sin(h) - \cos(Lat) \cdot \cos(h) \cdot \cos(Z)$
- $Dec \in [-90^\circ; +90^\circ] = \sin^{-1}(\sin(Dec))$
- $A = \cos(Lat) \cdot \sin(h) + \sin(Lat) \cdot \cos(h) \cdot \cos(Z)$
- $\sin(A_H) = \frac{\cos(h) \cdot \sin(Z)}{\cos(Dec)}$
- | | |
|---------------|--|
| si $A \geq 0$ | $A_H \in [-90^\circ; +90^\circ] = \sin^{-1}(\sin(A_H))$ |
| sinon | $A_H \in]+90^\circ; +270^\circ[= \sin^{-1}(\sin(A_H))$ |

5.5. Calcul de l'ascension droite à partir de l'angle horaire

$LAST \in \mathbb{R}$	$0 \leq$	temps sidéral local apparent	< 24
$A_H \in \mathbb{R}$	$0^\circ \leq$	angle horaire	$< 360^\circ$

- $Ra = 15 \cdot LAST - A_H$

6. Algorithmes d'affichage

Les coordonnées horizontales obtenues grâce aux algorithmes du chapitre précédent doivent être projetées sur un plan de façon linéaire pour pouvoir être affichées sur un écran. La projection utilisée consiste en un simple aplatissement du système de coordonnées (ce qui le ramène à un système de coordonnées polaires).

La sélection des étoiles affichées en fonction du facteur de zoom constitue une fonction de zoom intelligent. Les valeurs de base utilisées pour calculer les courbes de ce zoom intelligent sont décrites ci-dessous.

6.1. Sources

Les calculs utilisés pour l'affichage ont été entièrement imaginés, mis au point et validés par nos soins.

6.2. Conversion des coordonnées horizontales en coordonnées cartésiennes

$h \in \mathbb{R}$	$0^\circ \leq$	hauteur	$\leq 90^\circ$
$Az \in \mathbb{R}$	$0^\circ \leq$	azimuth	$< 360^\circ$
$\gamma \in \mathbb{R}$	$0^\circ \leq$	azimuth observateur	$< 360^\circ$
$\varphi \in \mathbb{R}$	$0 <$	facteur de zoom	

$$\begin{aligned}
 1. \quad & x = \varphi \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot h}{\pi} \right) \cdot \sin(\gamma - Az) \\
 2. \quad & y = -\varphi \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot h}{\pi} \right) \cdot \cos(\gamma - Az)
 \end{aligned}$$

6.3. Valeurs de zoom

L'affichage des étoiles obéit au plan suivant.

- Le facteur de zoom détermine le nombre d'étoiles à importer depuis la base de données, en fonction de la magnitude apparente.
- Les coordonnées transmises depuis le pointeur détermine le centre de l'affichage sur le plan généré à l'aide des algorithmes ci-dessus.
- La taille de la fenêtre d'affichage détermine les bornes minimales et maximales dans le plan.
- La magnitude apparente détermine la taille de l'étoile à l'écran.

Ces différentes étapes sont détaillées ci-dessous.

6.3.1. Facteur de zoom

Le facteur de zoom est compris entre 1 et 10, 1 étant le zoom minimal (vue globale), et 10 le zoom maximal (vue la plus détaillée). La fonction mathématique suivante permet de définir le nombre d'étoiles qui doit être concerné pour chaque facteur de zoom, avec x le facteur de zoom.

$$f(x) = \frac{116455}{81} \cdot x^2 - \frac{232910}{81} \cdot x + \frac{237955}{81}$$

Sa représentation graphique montre une évolution quadratique du nombre d'étoiles concernées.

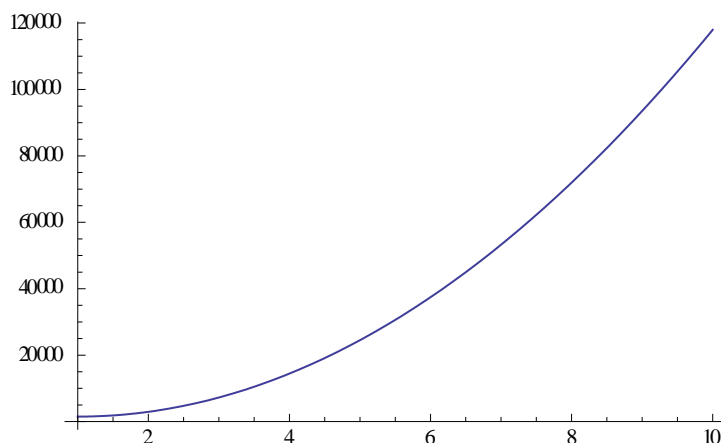


Fig. 2 - Nombre d'étoiles concernées en fonction du facteur de zoom

Le tableau suivant répertorie la magnitude maximale à prendre en compte ainsi que le nombre d'étoiles concerné pour chaque facteur de zoom. Il est à noter que plus la magnitude est grande, moins l'étoile est brillante.

Facteur de zoom	Nombre d'étoiles	Magnitude maximale
1	1515	4.94
2	2961	5.53
3	7295	6.33
4	14543	6.94
5	24726	7.46
6	37494	7.89
7	53653	8.31
8	72181	8.74
9	93740	9.30
10	117955	14.08

La magnitude a été déterminée expérimentalement depuis la base de données. Aucune fonction simple n'a pu être trouvée pour représenter le lien entre le nombre d'étoiles et la magnitude maximale.

Le coefficient de zoom φ de l'algorithme de projection est défini de telle façon que le passage d'un facteur de zoom n à un facteur de zoom $n+1$ correspond toujours à l'application d'un même facteur de grossissement.

Après différents essais, le meilleur facteur de grossissement est de $\frac{5}{4}$.

Le coefficient de zoom se calcule donc selon $\varphi = \omega \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}$, avec n le facteur de zoom du tableau ci-dessus et $\omega = H_s \cdot 0.9$, avec H_s étant la hauteur de la zone d'affichage en pixels. Le facteur 0.9 permet de conserver une marge d'affichage pour rendre l'ensemble plus doux à l'œil.

6.3.2. Taille des points

La taille du point représentant une étoile dépend du facteur de zoom ainsi que la magnitude apparente. La taille est proportionnelle au coefficient de zoom sans prendre ω en compte. La magnitude étant une valeur qui obéit à une échelle logarithmique inverse, la fonction permettant d'en extraire la taille de l'étoile sera donc exponentielle. Ainsi, la taille des étoiles sans appliquer le coefficient de zoom est explicitée par une fonction de la forme $y = a \cdot b^{-x}$ avec x la magnitude et y la taille de l'étoile.

Les points d'ancrage suivants sont définis pour la fonction, indiquant la taille pour le zoom global.

- $(-1.44; 5)$ indique que la taille de l'étoile la plus lumineuse doit être de 5 pixels à l'écran.
- $(4.94; 0.8)$ indique que la taille de l'étoile la moins lumineuse visible au zoom global doit être de 0.8 pixels à l'écran.

En appliquant ces points d'ancrage, on peut déterminer les constantes de la fonction exponentielle.

$$y = 3.30625 \cdot 1.33274^{-x}$$

La représentation graphique de cette fonction montre l'évolution de la taille théorique des étoiles au zoom global.

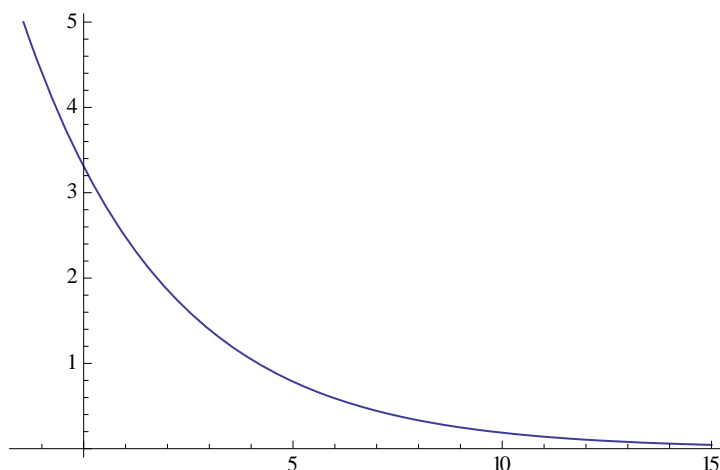


Fig. 3 - Taille des étoiles en fonction de la magnitude au zoom minimal

Après application de la proportionnalité de cette taille avec le coefficient de zoom, la taille finale ρ d'une étoile est calculée par la formule

$$\rho = \left(\frac{5}{4}\right)^{n-1} \cdot 3.30625 \cdot 1.33274^{-m}$$

avec n le facteur de zoom courant (entre 1 et 10) et m la magnitude de l'étoile observée.

La courbe suivante représente l'évolution de la taille de la plus petite étoile affichée pour chaque niveau de zoom, en prenant le zoom de l'affichage en compte.

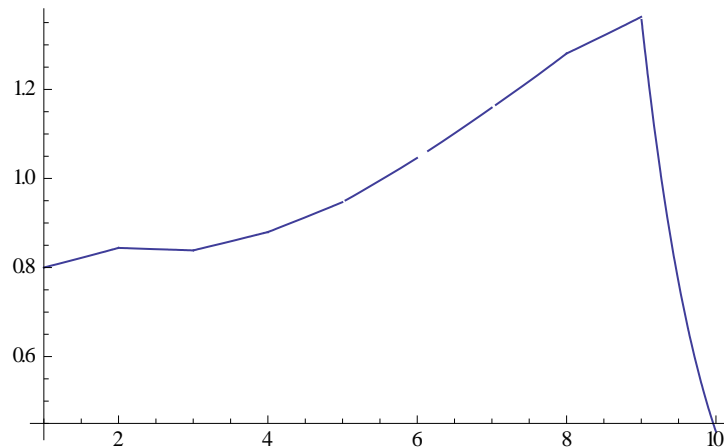


Fig. 4 - Evolution de la taille de la plus petite étoile affichée à chaque niveau de zoom

Elle montre une légère croissance de cette taille minimale avec l'augmentation du zoom, montrant une bonne stabilité de l'algorithme de zoom intelligent implémenté dans ce projet.

6.3.3. Projection

L'algorithme de projection de la page précédente est appliqué. L'emplacement de l'observateur est également converti en coordonnées cartésiennes pour déterminer l'emplacement du centre de la fenêtre d'affichage. On affiche ensuite tout ce qui se trouve dans les bornes de la fenêtre d'affichage, avec la taille indiquée à la page précédente.

Pour l'affichage par défaut au début du programme, les coordonnées de l'observateur sont définies comme étant les suivantes.

$$Az = 0^\circ$$

$$h = 45^\circ$$

Ceci est défini de telle sorte que l'ensemble du demi-cercle inférieur de la carte du ciel est affiché, centré à l'écran.

7. Algorithmes de conversion des vecteurs du pointeur

Afin de pouvoir déterminer la portion du ciel pointée à l'aide du pointeur matériel, il est nécessaire de connaître la hauteur et l'azimut du point observé. Ces paramètres peuvent être déterminés à partir des valeurs fournies par l'accéléromètre et le magnétomètre embarqués sur le pointeur. Cependant, ces deux composants ne fournissent pas des angles mais des vecteurs tridimensionnels qui doivent être convertis.

7.1. Sources

Les calculs utilisés pour l'affichage ont été entièrement imaginés, mis au point et validés par nos soins.

7.2. Fondements mathématiques

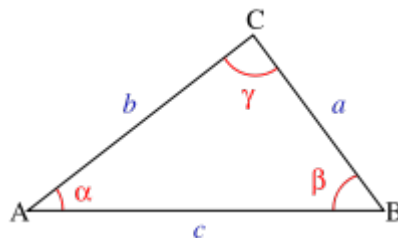
Les éléments mathématiques suivants sont à connaître afin de comprendre la suite des calculs.

7.2.1. Théorème du cosinus

On utilise le théorème du cosinus pour trouver l'angle séparant deux vecteurs en 3 dimensions. En effet, on connaît toujours 3 points de l'espace dans une telle configuration : l'origine, et les extrémités des deux vecteurs. Ces 3 points définissent un triangle quelconque dont on connaît par Pythagore les longueurs des 3 côtés. On peut ainsi calculer l'angle recherché.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b} \right)$$



7.2.2. Projection d'un vecteur sur un plan

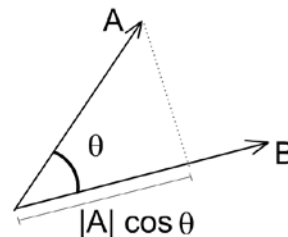
Soient un vecteur $\overrightarrow{OA} = \vec{v} \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix}$ et un plan π ayant pour vecteur normal $\overrightarrow{OB} = \vec{n} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$.

La projection \vec{v}_π du vecteur \vec{v} sur le plan π s'obtient en appliquant la formule suivante.

$$\vec{v}_\pi = \vec{v} - \vec{v}_n$$

$$\vec{v}_\pi = \vec{v} - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{\|\vec{n}\|^2} \cdot \vec{n}$$

$$v_\pi = \begin{pmatrix} x_v - \frac{x_v \cdot x_n + y_v \cdot y_n + z_v \cdot z_n}{x_n^2 + y_n^2 + z_n^2} \cdot x_n \\ y_v - \frac{x_v \cdot x_n + y_v \cdot y_n + z_v \cdot z_n}{x_n^2 + y_n^2 + z_n^2} \cdot y_n \\ z_v - \frac{x_v \cdot x_n + y_v \cdot y_n + z_v \cdot z_n}{x_n^2 + y_n^2 + z_n^2} \cdot z_n \end{pmatrix}$$



7.3. Système d'axes

Le système d'axes dans lequel les vecteurs sont exprimés est représenté ci-dessous.

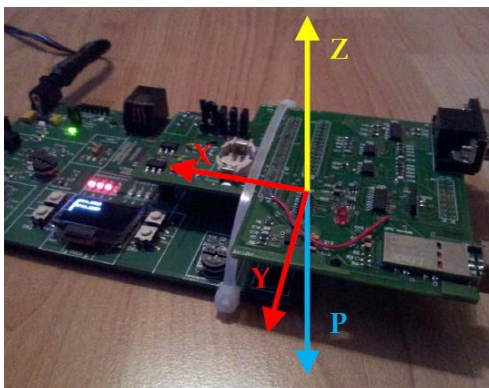


Fig. 5 - Système d'axes du pointeur

Les axes X, Y et Z forment le système de coordonnées cartésien habituel. Le vecteur P représente la direction du pointage. Le pointeur se manipule donc intuitivement comme on le ferait avec un appareil photo.

7.4. Conversion des vecteurs en angles

L'algorithme ci-dessous décrit la procédure à suivre pour convertir les vecteurs reçus en azimuth et hauteur. Les données reçues varient physiquement entre 0 et 65535. Il convient de bien noter que le « zéro » d'un vecteur est alors décrit par la valeur 32768. La taille du vecteur telle qu'utilisable dans les calculs est ensuite à diviser par 64 à partir des valeurs reçues, pour correspondre aux spécifications ci-dessous.

Le vecteur de l'accéléromètre indique le sol, et le vecteur du magnétomètre indique le nord magnétique.

7.4.1. Données

$G_x \in \mathbb{Z}$	$-512 \leq$	Coord. x accélero	$\leq +512$
$G_y \in \mathbb{Z}$	$-512 \leq$	Coord. y accélero	$\leq +512$
$G_z \in \mathbb{Z}$	$-512 \leq$	Coord. z accélero	$\leq +512$
$N_x \in \mathbb{Z}$	$-512 \leq$	Coord. x magnéto	$\leq +512$
$N_y \in \mathbb{Z}$	$-512 \leq$	Coord. y magnéto	$\leq +512$
$N_z \in \mathbb{Z}$	$-512 \leq$	Coord. z magnéto	$\leq +512$

V : direction du pointage (opposé de Z) : $\vec{V} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -512 \end{pmatrix}$

7.4.2. Calcul de la hauteur

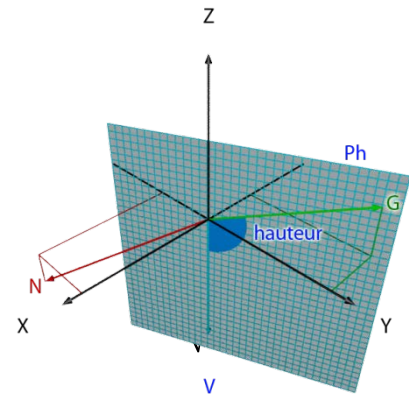
P_h est le plan contenant les vecteurs Z , V et G .

La **hauteur** h est l'angle entre les vecteurs V et G dans le plan P_h .

$$h = \cos^{-1} \left(\frac{\|\vec{V}\|^2 + \|\vec{G}\|^2 - \|\vec{V} - \vec{G}\|^2}{2 \cdot \|\vec{V}\| \cdot \|\vec{G}\|} \right)$$

$$h = \cos^{-1} \left(\frac{(-512)^2 + G_x^2 + G_y^2 + G_z^2 - (G_x^2 + G_y^2 + (G_z + 512)^2)}{2 \cdot 512 \cdot \sqrt{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2}} \right)$$

$$h = \cos^{-1} \left(\frac{-G_z}{\sqrt{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2}} \right)$$



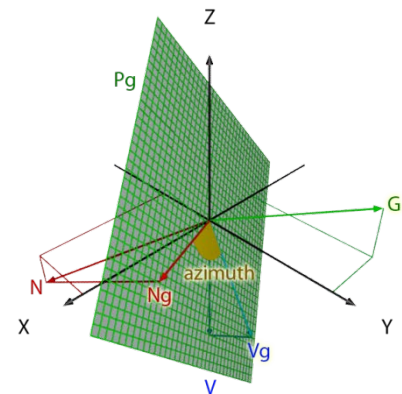
7.4.3. Calcul de l'azimuth

P_g est le plan ayant G pour vecteur normal, et passant par l'origine.

N_g est la projection du vecteur N sur le plan P_g .

V_g est la projection du vecteur V sur le plan P_g .

L'**azimuth** Az est l'angle entre les vecteurs N_g et V_g .



$$\omega = \frac{N_x \cdot G_x + N_y \cdot G_y + N_z \cdot G_z}{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2}$$

$$\delta = \frac{512 \cdot G_z}{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2}$$

$$\vec{N}_g = \begin{pmatrix} N_x - \omega \cdot G_x \\ N_y - \omega \cdot G_y \\ N_z - \omega \cdot G_z \end{pmatrix} \quad \vec{V}_g = \begin{pmatrix} \delta \cdot G_x \\ \delta \cdot G_y \\ -512 + \delta \cdot G_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{D}_g = \vec{N}_g - \vec{V}_g = \begin{pmatrix} N_x - (\omega + \delta) \cdot G_x \\ N_y - (\omega + \delta) \cdot G_y \\ N_z - (\omega + \delta) \cdot G_z + 512 \end{pmatrix}$$

$$a = \|\vec{N}_g\| = \sqrt{(N_x - \omega \cdot G_x)^2 + (N_y - \omega \cdot G_y)^2 + (N_z - \omega \cdot G_z)^2}$$

$$b = \|\vec{V}_g\| = \sqrt{(\delta \cdot G_x)^2 + (\delta \cdot G_y)^2 + (\delta \cdot G_z - 512)^2}$$

$$c = \|\vec{D}_g\| = \sqrt{(N_x - (\omega + \delta) \cdot G_x)^2 + (N_y - (\omega + \delta) \cdot G_y)^2 + (N_z - (\omega + \delta) \cdot G_z + 512)^2}$$

$$I = \frac{(\vec{N}_g \times \vec{V}_g) \cdot \vec{G}}{(\vec{N}_g \times \vec{V}_g) \cdot \vec{G}}$$

$$Az = I \cdot \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b} \right)$$

8. Table des illustrations

Fig. 1 - Système de coordonnées équatorial	3
Fig. 2 - Nombre d'étoiles concernées en fonction du facteur de zoom	10
Fig. 3 - Taille des étoiles en fonction de la magnitude au zoom minimal	11
Fig. 4 - Evolution de la taille de la plus petite étoile affichée à chaque niveau de zoom.....	12
Fig. 5 - Système d'axes du pointeur.....	14