

# Proyecto 3: Hamilton, Euler y Grafos, Parte I

Miembros del Grupo:

Ricardo Castro

Juan Carlos Valverde

Curso: Análisis de Algoritmos

Semestres: II 2025

November 6, 2025

# 1 William Rowan Hamilton

William Rowan Hamilton (1805-1865) fue un matemático, físico y astrónomo irlandés. Hizo importantes contribuciones al desarrollo del álgebra, la óptica y la mecánica. Es especialmente conocido por su trabajo en el álgebra de cuaterniones y por el problema del ciclo hamiltoniano, que lleva su nombre. El problema consiste en encontrar un ciclo en un grafo que visite cada vértice exactamente una vez.

## 2 Ciclos y Rutas Hamiltonianas

Un **ciclo hamiltoniano** es un ciclo en un grafo que visita cada vértice exactamente una vez y regresa al vértice inicial. Una **ruta hamiltoniana** es un camino simple que visita cada vértice exactamente una vez, pero no necesariamente regresa al punto de partida.

El problema de determinar si un grafo tiene un ciclo o ruta hamiltoniana es un problema NP-completo. En este proyecto, se utiliza un algoritmo de backtracking para determinar si existe al menos un ciclo o ruta hamiltoniana, aunque no se encuentra la solución específica.

## 3 Leonhard Euler

Leonhard Euler (1707-1783) fue un matemático y físico suizo considerado uno de los matemáticos más prolíficos de la historia. Realizó importantes descubrimientos en cálculo, teoría de grafos, teoría de números y muchas otras áreas. El problema de los puentes de Königsberg, que resolvió, es considerado el origen de la teoría de grafos.

## 4 Ciclos y Rutas Eulerianas

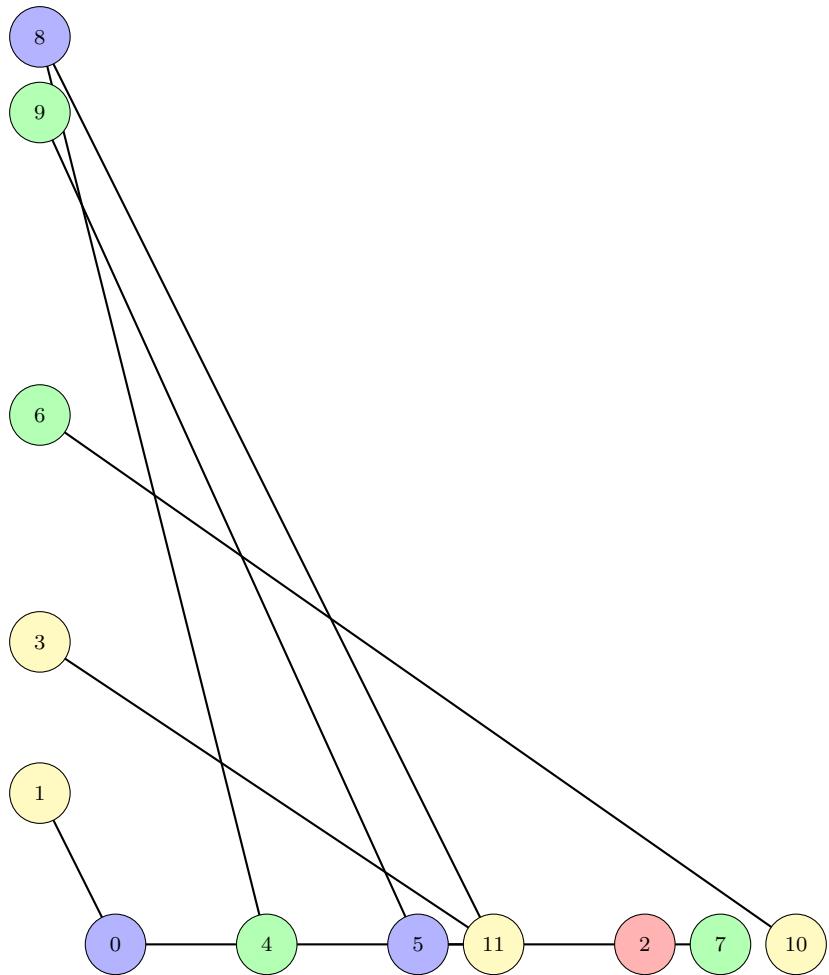
Un **ciclo euleriano** es un ciclo que recorre cada arista del grafo exactamente una vez y regresa al vértice inicial. Un **camino euleriano** (o ruta euleriana) es un camino que recorre cada arista exactamente una vez, pero no necesariamente regresa al punto de partida.

Un grafo es **euleriano** si tiene un ciclo euleriano. Un grafo es **semieuleriano** si tiene un camino euleriano pero no un ciclo euleriano.

Para grafos no dirigidos: un grafo es euleriano si y solo si es conexo y todos los vértices tienen grado par. Es semieuleriano si es conexo y tiene exactamente dos vértices de grado impar.

Para grafos dirigidos: un grafo es euleriano si y solo si es fuertemente conexo y cada vértice tiene el mismo grado de entrada que de salida. Es semieuleriano si es conexo y tiene exactamente un vértice con grado de salida mayor que el de entrada en una unidad, y exactamente un vértice con grado de entrada mayor que el de salida en una unidad, y todos los demás tienen grados iguales.

## 5 Grafo Original



### 5.1 Leyenda de Colores

- Grado de entrada par, grado de salida par
- Grado de entrada par, grado de salida impar
- Grado de entrada impar, grado de salida par
- Grado de entrada impar, grado de salida impar

## 6 Propiedades del Grafo

### 6.1 Ciclos y Rutas Hamiltonianas

El grafo **no contiene un ciclo hamiltoniano**. No existe un ciclo que visite cada vértice exactamente una vez.

El grafo **no contiene una ruta hamiltoniana**. No existe un camino que visite cada vértice exactamente una vez.

## 6.2 Propiedades Eulerianas

El grafo **no es euleriano ni semieuleriano**. No existe un ciclo ni un camino que recorra cada arista exactamente una vez.