



Cryptologie

Master Informatique :
Enjeux juridiques et déontologiques de l'informatique

Fabien LAGUILLAUMIE

Professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1

fabien.laguillaumie@ens-lyon.fr
<http://perso.ens-lyon.fr/fabien.laguillaumie>



Introduction

Risques informatiques

Recommandations sur la taille des clés

Un peu d'histoire et de principes

L'âge artisanal

L'âge technique

L'âge paradoxal

La confidentialité et un chiffrement parfait

Focus : Cryptographie à clé publique

RSA

Le paradoxe : Algorithmique efficace vs. algorithmique non-efficace

Échange de clé

Risques informatiques

Quels risques pour quels besoin ?



gestion de la comptabilité, cloud, développement, production logicielle, échanges bancaires, prévisions climatiques, secrétariat, défense,...

- ▶ Risques humains
- ▶ Risques techniques
- ▶ Risques juridiques

Risques informatiques

Quels risques pour quels besoin ?

- ▶ Risques humains

- ▶ maladresse
- ▶ inconscience
- ▶ malveillance ↵ **ingénierie sociale, espionnage**

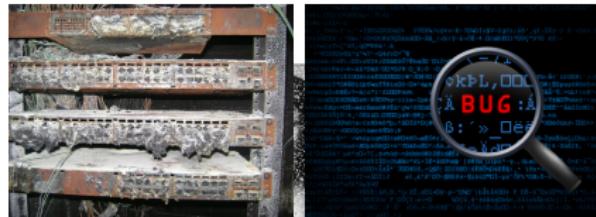


- ▶ Risques techniques
- ▶ Risques juridiques

Risques informatiques

Quels risques pour quels besoin ?

- ▶ Risques humains
- ▶ Risques techniques
 - ▶ incidents liés au matériel
 - ▶ incidents liés au logiciel
 - ▶ incidents liés à l'environnement



ARIANE 5 FAILURE

- ▶ BACKGROUND:-
 - ▶ European space agency's re-useable launch vehicle.
 - ▶ Ariane-4 was a major success
 - ▶ Ariane -5 was developed for the larger payloads
- ▶ LAUNCHED:-on June 4 1996
- ▶ MISSION was to delivered \$500 million payloads to the orbit
- ▶ THE MAIDEN FLIGHT OF THE ARIANE 5 ENDED IN A FAILURE.
- ▶ ONLY AFTER 40 SECONDS THE FLIGHT VEERED OFF ITS PATH AND BROKE UP AND EXPLODED
- ▶ CAUSE: Unhandled floating point exception in code
- ▶ ENGINEERS FROM THE ARIANE PROJECT STARTED TO INVESTIGATE THE CAUSES OF LAUNCH FAILURE.

Risques informatiques

Quels risques pour quels besoin ?

- ▶ Risques humains
- ▶ Risques techniques
- ▶ Risques juridiques
 - ▶ non-respect de la législation relative à la signature numérique
 - ▶ protection du patrimoine informationnel
 - ▶ non-respect de la vie privée
 - ▶ droit de la preuve

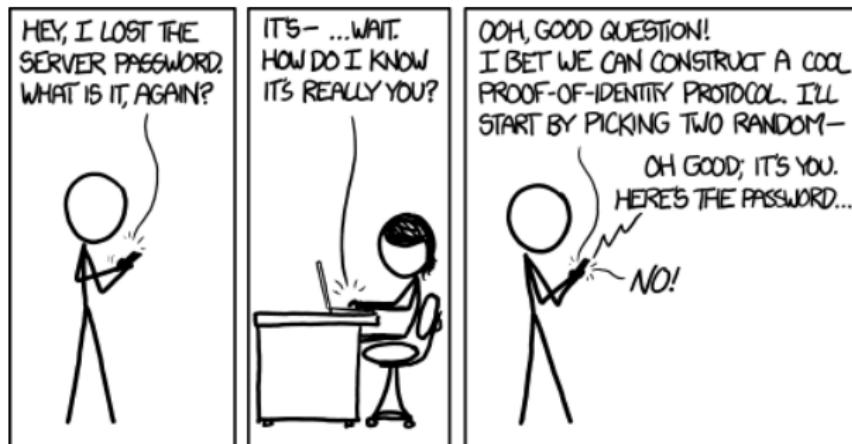


Risques informatiques

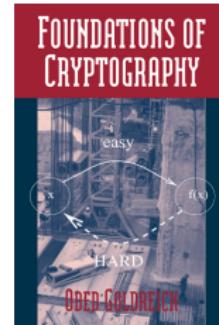
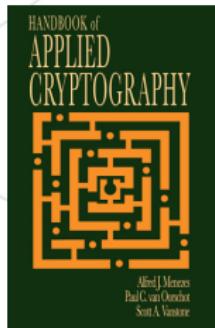
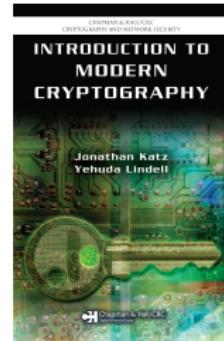
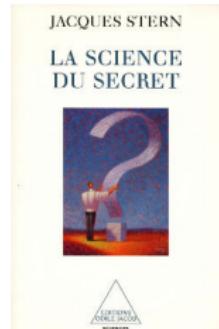
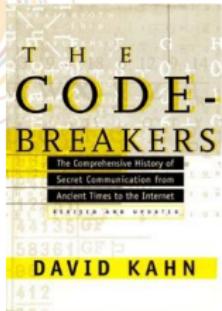
Conséquences :

- ▶ données perdues ou altérées, bref inexploitables
- ▶ données ou traitements durablement indisponibles ↪ arrêt d'une production ou d'un service
- ▶ divulgation d'informations confidentielles ou erronées ↪ profits à des sociétés concurrentes ou nuisance à l'image
- ▶ déclenchement d'actions pouvant provoquer des accidents physiques

LA CRYPTOGRAPHIE



Bibliographie



Introduction

Cryptologie = science du secret et de la confiance

► Oded Goldreich (Weizmann Institute of Science) :

« Cryptography is concerned with the construction of schemes that withstand any abuse : Such schemes are constructed so to maintain a desired functionality, even under malicious attempts aimed at making them deviate from their prescribed functionality. »



Introduction

Cryptologie = science du secret et de la confiance

Dans la vraie vie :

► Internet :

- sites bancaires
- sites de vente en ligne
- site d'enchères
- ...



Introduction

Dans la vraie vie :

- ▶ Carte à puce
 - ▶ cartes de paiements
 - ▶ carte vitale



Introduction

Dans la vraie vie :



- ▶ Signature électronique (<http://www.ssi.gouv.fr>)

La signature électronique permet, à l'aide d'un procédé cryptographique, de garantir l'intégrité du document signé et l'identité du signataire.

L'**écrit électronique signé électroniquement peut être reconnu comme preuve en justice**. L'ANSSI a publié un mémento visant à dresser le cadre juridique autour de la signature électronique. Partant d'un rappel sur le contexte législatif, il expose, au jour d'aujourd'hui, le cadre technique défini pour la mise en œuvre d'une signature électronique présumée fiable au sens du décret 2001-272 sur la signature électronique.

Pour l'ensemble du vocabulaire utilisé dans ce document il est conseillé de se référer à la FAQ «**Décret n° 2001-272 du 30 mars 2001 pris pour l'application de l'article 1316-4 du code civil et relatif à la signature électronique**».

Le procédé de signature électronique est présumé fiable, au sens du décret 2001-272 sur la signature électronique, si :

- ▶ la signature électronique est sécurisée ;
- ▶ elle est créée par un dispositif sécurisé de création de signature, c'est à dire par un dispositif certifié conforme aux exigences de l'article 3. I du décret conformément à la procédure de "Certification de conformité des dispositifs de création de signature électronique" ;
- ▶ et la vérification de cette signature repose sur l'utilisation d'un certificat électronique qualifié. Les certificats délivrés par des "prestataires de services de certification électronique qualifiés" sont présumés qualifiés.

Introduction

Dans la vraie vie :



PREMIER MINISTRE
Secrétariat général de la défense nationale
Direction centrale de la sécurité des systèmes d'information
Sous-direction des opérations
Bureau conseil

Signature électronique Point de situation

MEMENTO

Version 0.94
25.08.04

Introduction

Dans la vraie vie :

- ▶ Vote électronique
 - ▶ machines à voter
 - ▶ vote en ligne

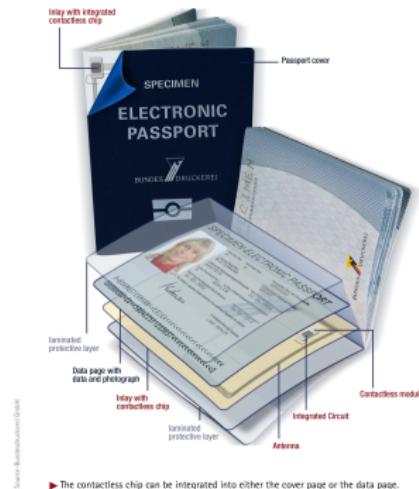
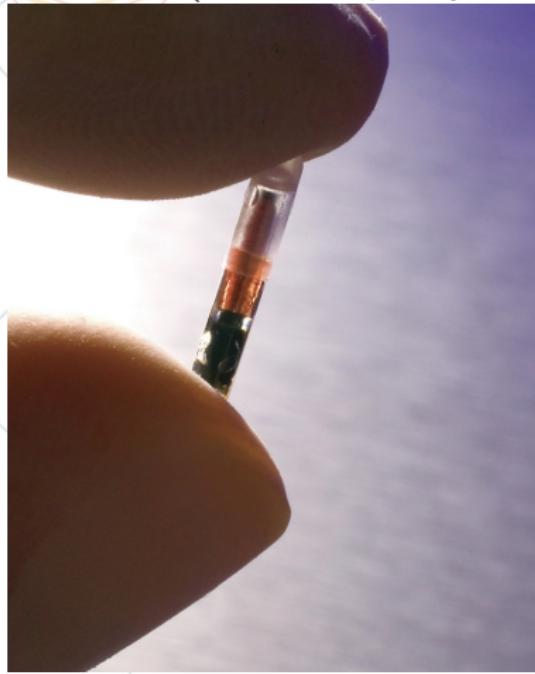


Introduction

Cryptologie = science du secret et de la confiance

Dans la vraie vie :

- ▶ RFID (Radio-Frequency IDentification)



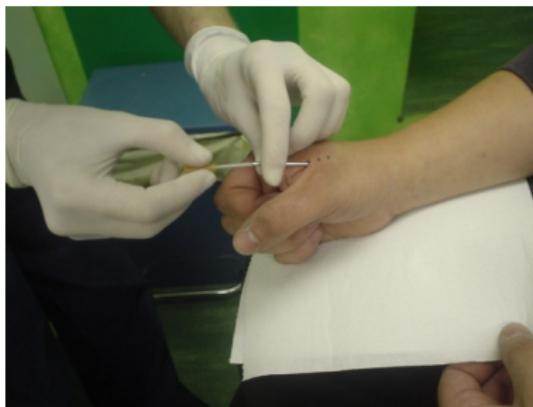
► The contactless chip can be integrated into either the cover page or the data page.

- ▶ RFID Security & Privacy Lounge <http://www.avoine.net/rfid/>

Introduction

Cryptologie = science du secret et de la confiance

Dans la vraie vie :



Introduction

Cryptologie = science du secret et de la confiance

Dans la vraie vie :

- ▶ identification animale
- ▶ identification VIP



Introduction

Cryptologie = science du secret et de la confiance

Dans la vraie vie :



Introduction

Cryptologie = science du secret et de la confiance

Dans la vraie vie :



Relay Attacks on Passive Keyless Entry and Start Systems in Modern Cars

Aurélien Francillon, Boris Danev, Srdjan Čapkun

Department of Computer Science

ETH Zurich

8092 Zurich, Switzerland

{aurelien.francillon, boris.danev, srdjan.capkun}@inf.ethz.ch

Introduction

Dans la vraie vie :

- ▶ Télé payante
- ▶ décodeur
- ▶ pay-tv



Introduction

Dans la vraie vie :

- ▶ Télécommunications
- ▶ GSM
- ▶ Wifi



Strongest and most secure algorithms available today - AES256 and Twofish, 4096 bit Diffie- Hellman key exchange with SHA256 hash function, readout-hash based key authentication, 256 bit effective key length encryption, key is destroyed as soon as the call ends. GSMK CryptoPhones are the only secure mobile phones on the market with full source code published for independent security assessments.

Introduction

► Mail à la liste Crypto de l'ÉNS (16 août 2010) : Vodafone Mobile Algorithms

New Mobile Phone Security Algorithms - Public Evaluation Invited

A new set of cryptographic algorithms is being proposed for inclusion in the "4G" mobile standard called LTE (Long Term Evolution).

The algorithms are :

- * a stream cipher called ZUC, which is the core of both new LTE algorithms;
- * the LTE encryption algorithm called 128-EEA3, defined straightforwardly using ZUC ;
- * the LTE integrity algorithm called 128-EIA3, designed as a Universal hash Function using ZUC as its core.

The algorithms are here : http://gsmworld.com/our-work/programmes-and-initiatives/fraud-and-security/gsm-security_algorithms.htm. All of the algorithms were designed by DACAS, the Data Assurance and Communication Security Research Center of the Chinese Academy of Sciences. They have been evaluated by the algorithm standardisation group ETSI SAGE, and also by two other teams of well known cryptologists, and are believed to be strong and suitable for LTE.

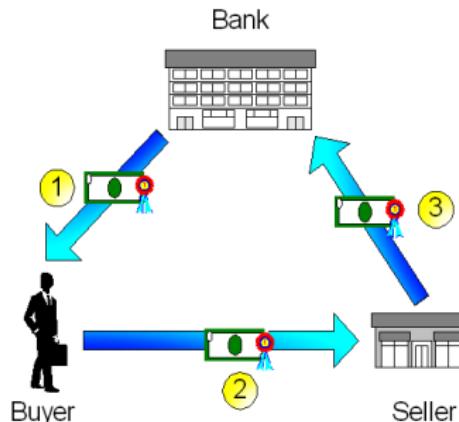
Now the algorithms are open for public evaluation. Comments and analysis are invited, before a final decision is taken in (probably) January 2011 as to whether to include the new algorithms in the LTE standard. A discussion forum <http://zucalg.forumotion.net/> has been created for this - please post any evaluation results there.

Introduction

Dans la vraie vie :

- ▶ Paiement

- ▶ porte-monnaie électronique
- ▶ cryptocurrency
- ▶ e-cash



Introduction

Récemment :

Affaire Snowden : comment la NSA déjoue le chiffrement des communications

Le Monde.fr | 05.09.2013 à 23h28 • Mis à jour le 06.09.2013 à 19h14

Abonnez-vous
à partir de 1 €

Reagir ★ Classer



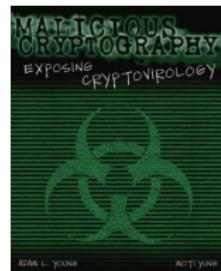
Partager



Recommander Envoyer 1 695 personnes le recommandent.



Les désormais célèbres documents d'Edward Snowden, l'ancien consultant de l'Agence de sécurité nationale (NSA) viennent d'éclaircir une facette encore



Introduction

SEARCH



EDITORIAL
Leaving the E.U. Would Hurt Britain's Economy



CHARLES M. BLOW
The End of American Idealism



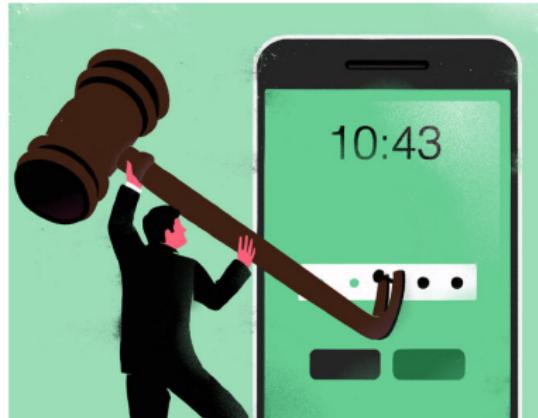
PAUL KRUGMAN
When Fallacies Coll

The New York Times

The Opinion Pages OP-ED CONTRIBUTORS

When Phone Encryption Blocks Justice

By CYRUS R. VANCE Jr., FRANÇOIS MOLINS, ADRIAN LEPPARD and JAVIER ZARAGOZA AUG. 11, 2015



François Molins: "Les nouveaux téléphones rendent la justice aveugle"

Actualité / Société / Propos recueillis par Emmanuel Paquette et Eric Peltier; publié le 02/09/2015 à 08:57

521



Emmanuel Paquette pour l'Express

"Nous ne cherchons pas à détruire le chiffrement, mais à permettre aux autorités judiciaires d'accéder aux données de manière légale et sûre." François Molins pour l'Express

Stealing Encryption Keys from Android & iOS Phones



Introduction

Google News : cryptograph(y/ie)

Agence Science-Presse

Accueil Articles Science On blogue Je vote pour la science

Blogue la science ! Actualité

Facebook Twitter Courriel

Capsule

Quatre scénarios d'avenir pour la cryptographie

(Agence Science-Presse), le 7 Janvier 2016, 11h50

Les révélations sur l'espionnage électronique dont nous sommes tous l'objet ont élevé le nombre de profanes à l'existence de la cryptographie : devrions-nous tous utiliser des logiciels d'encodage pour nos courriels ? Ou bien, à l'inverse, faudrait-il réduire l'encodage, pour empêcher les terroristes d'agir dans l'ombre ?



Il existe en fait quatre scénarios d'avenir pour la cryptographie, résume le New Scientist en jetant un regard sur un débat qui va occuper 2016 :

- Interdiction complète de l'encodage : c'en est fini de nos transferts bancaires et de nos paiements par Internet, il faut en revenir aux bonnes vieilles files d'attente au guichet — et le cybercommerce s'effondre.
- Installation d'une « porte arrière » : autrement dit, obliger les compagnies à laisser dans leurs systèmes une « porte » permettant à la police et aux gouvernements d'espionner transactions, courriels et autres échanges de données. Le problème est que si il existe une telle porte, d'habiles pirates informatiques la trouveront très rapidement.
- Statu quo : un géant comme Apple menace de retirer son appareil dernier cri si le gouvernement s'entête à lui imposer une « porte arrière ». L'opinion publique fait reculer le gouvernement : retour à la case départ.
- Encodage partout : les logiciels d'encodage deviennent de plus en plus conviviaux et se généralisent. Du coup, la cyberrriminalité décline et les services policiers peuvent dégager des ressources vers la surveillance plus conventionnelle.

RFE/RL Sites by Language ▾

Radio Free Europe Radio Liberty

Russia ▾ Middle East ▾ Central Asia ▾ Caucasus ▾ South Asia ▾ Balkans ▾

Protection des données : débatte pour résoudre la « crise de confiance »

Par Adèle Gobin - 26 Janvier 2016 à 11h41



Facebook Twitter Partager

The Register *Bring the load back in!*

DATA CENTRE SOFTWARE NETWORKS SECURITY INFRASTRUCTURE DEVS BUSINESS HARDWARE SCIENCE BOOTMOTES FORUMS

More like this Cryptography UK

Security

UK govt: No, really, we're not banning cryptography

The draft Investigatory Powers Bill debate goes on



SOFTPEDIA DESKTOP MOBILE WEB NEWS

Softpedia - News - Security

Cryptography Guru Announces Anonymous Communications Network Called PrivaTegrity

David Chaum announces new PrivaTegrity network, his own take on Tor and I2P, but with better encryption

Jan 10, 2016 14:50 GMT - By Cade Metz

David Chaum, the father of many encryption protocols, has revealed a new anonymity network concept that aims to fix many of Tor's current problems, both in the legal and technical department.

Many scientists have tried to fix Tor in the past with concepts like I2P, HORNET or Vortex. David Chaum's advantage is the fact that the Tor Project actually copied his work in the past, implementing an evolved version of one of his anonymity protocols called Mix Network, also used by Bitcoin's creators.



Introduction

Le cœur de la crypto :

- ▶ échange de clés
- ▶ sécurité des communications (confidentialité, intégrité)



Introduction

Le cœur de la crypto :

- ▶ échange de clés
- ▶ sécurité des communications (confidentialité, intégrité)

mais encore

- ▶ signatures numériques
- ▶ communications anonymes
- ▶ protocoles : vote, e-cash, enchères, interrogation anonyme de BD
- ▶ multi-party computation (thm : c'est possible !)



Introduction

Le cœur de la crypto :

- ▶ échange de clés
- ▶ sécurité des communications (confidentialité, intégrité)



mais encore

- ▶ signatures numériques
- ▶ communications anonymes
- ▶ protocoles : vote, e-cash, enchères, interrogation anonyme de BD
- ▶ multi-party computation (thm : c'est possible !)

et la magie :

- ▶ preuves à divulgation nulle de connaissance
- ▶ calculs secrets délégués

outsourcing computation

search
query



results

$E[\text{ query}]$
 $E[\text{ results}]$



Introduction

Recommandations ANSSI

Mécanismes cryptographiques - Règles et recommandations,
Rev. 1.20, ANSSI , 01/2010.

RègleCléSym-1. La taille minimale des clés symétriques utilisées jusqu'en 2020 est de 100 bits.

RègleCléSym-2. La taille minimale des clés symétriques devant être utilisées au-delà de 2020 est de 128 bits.

RecomCléSym-1. La taille minimale recommandée des clés symétriques est de 128 bits.

Introduction

Recommandations ANSSI



RègleAlgoBloc-1. Pour un algorithme de chiffrement ne devant pas être utilisé après 2020, aucune attaque nécessitant moins de $Nop = 2^{100}$ opérations de calcul doit être connue.

RègleAlgoBloc-2. Pour un algorithme de chiffrement utilisé au-delà de 2020, aucune attaque nécessitant moins de $Nop = 2^{128}$ opérations de calcul doit être connue.

RecomAlgoBloc-1. Il est recommandé d'employer des algorithmes de chiffrement par bloc largement éprouvés dans le milieu académique.

Introduction

Recommandations ANSSI



Factorisation

RègleFact-1. La taille minimale du module est de 2048 bits, pour une utilisation ne devant pas dépasser l'année 2020.

RègleFact-2. Pour une utilisation au-delà de 2020, la taille minimale du module est de 4096 bits.

RègleFact-3. Les exposants secrets doivent être de même taille que le module.

RègleFact-4. Pour les applications de chiffrement, les exposants publics doivent être strictement supérieurs à $2^{16} = 65536$.

Introduction

Recommandations ANSSI



RecomFact-1. Il est recommandé, pour toute application, d'employer des exposants publics strictement supérieurs à $2^{16} = 65536$.

RecomFact-2. Il est recommandé que les deux nombres premiers p et q constitutifs du module soient de même taille et choisis aléatoirement uniformément.

Introduction

Cryptologie :

▶ Cryptographie :

- ▶ conception de systèmes cryptographiques
- ▶ étude (preuve) de leur sécurité
- ▶ amélioration des performances

▶ Cryptanalyse :

- ▶ mise en défaut des systèmes cryptographiques
- ▶ attaque des problèmes algorithmiques sous-jacents
- ▶ observation des “canaux auxiliaires”

Introduction

Objectifs :

- 
- ▶ **confidentialité** : garantir que le contenu d'une communication (ou d'un fichier) n'est pas accessible à tout autre personne que le destinataire légitime
 - ▶ **authenticité** : s'assurer de l'identité d'une entité donnée ou de l'origine d'une communication (ou d'un fichier)
 - ▶ **intégrité** : s'assurer que le contenu d'une communication (ou d'un fichier) n'a pas été modifié de façon malveillante

Introduction

Objectifs :

- ▶ **confidentialité** : garantir que le contenu d'une communication (ou d'un fichier) n'est pas accessible à tout autre personne que le destinataire légitime

~~> chiffrement

- ▶ **authenticité** : s'assurer de l'identité d'une entité donnée ou de l'origine d'une communication (ou d'un fichier)

- ▶ **intégrité** : s'assurer que le contenu d'une communication (ou d'un fichier) n'a pas été modifié de façon malveillante

Introduction

Objectifs :

- ▶ **confidentialité** : garantir que le contenu d'une communication (ou d'un fichier) n'est pas accessible à tout autre personne que le destinataire légitime

~~> chiffrement

- ▶ **authenticité** : s'assurer de l'identité d'une entité donnée ou de l'origine d'une communication (ou d'un fichier)

~~> identification/signature

- ▶ **intégrité** : s'assurer que le contenu d'une communication (ou d'un fichier) n'a pas été modifié de façon malveillante

Introduction

Objectifs :

- ▶ **confidentialité** : garantir que le contenu d'une communication (ou d'un fichier) n'est pas accessible à tout autre personne que le destinataire légitime

~~> chiffrement

- ▶ **authenticité** : s'assurer de l'identité d'une entité donnée ou de l'origine d'une communication (ou d'un fichier)

~~> identification/signature

- ▶ **intégrité** : s'assurer que le contenu d'une communication (ou d'un fichier) n'a pas été modifié de façon malveillante

~~> hachage/signature

Introduction

La cryptologie n'est pas la stéganographie.



Introduction

La cryptologie n'est pas la stéganographie.



Je suis très émue de vous dire que j'ai bien compris l'autre soir que vous aviez toujours une envie folle de me faire danser. Je garde le souvenir de votre baiser et je voudrais bien que ce soit là une preuve que je puisse être aimée par vous. Je suis prête à vous montrer mon affection toute désintéressée et sans calcul, et si vous voulez me voir aussi vous dévoiler sans artifice mon âme toute nue, venez me faire une visite.

[...]

Introduction

La cryptologie n'est pas la stéganographie.



Je suis très émue de vous dire que j'ai
toujours une envie folle de me faire
baiser et je voudrais bien que ce soit
par vous. Je suis prête à vous montrer mon
cul, et si vous voulez me voir aussi
toute nue, venez me faire une visite.
[...]



Un peu d'histoire et de principes

Principes de Kerchoffs (La Cryptographie militaire – 1883)



Auguste Kerckhoffs von Nieuwenhof (19 janvier 1835 - 1903) est un cryptologue militaire néerlandais.

1. *Le système doit être matériellement, sinon mathématiquement indéchiffrable ;*
2. *Il faut qu'il n'exige pas le secret, et qu'il puisse sans inconvénient tomber entre les mains de l'ennemi ;*
3. *La clé doit pouvoir en être communiquée et retenue sans le secours de notes écrites, et être changée ou modifiée au gré des correspondants ;*
4. *Il faut qu'il soit applicable à la correspondance télégraphique ;*
5. *Il faut qu'il soit portatif, et que son maniement ou son fonctionnement n'exige pas le concours de plusieurs personnes ;*
6. *Enfin, il est nécessaire, vu les circonstances qui en commandent l'application, que le système soit d'un usage facile, ne demandant ni tension d'esprit, ni la connaissance d'une longue série de règles à observer.*

L'âge artisanal

- ▶ IRAK XVIème avant JC :
potier → recette secrète sur une tablette d'argile : suppression des consonnes et modification de l'orthographe
- ▶ -600 : Nabuchodonosor (Babylone) tatouage sur le cuir chevelu



- ▶ VIIème avant JC : scytale
- ▶ Ier avant JC : chiffrement de César
- ▶ transposition, substitution (mono/poly-alphabétique, homophonique,...) - Vigénère,

L'âge technique

- ▶ machine à chiffrer (Enigma)
~~ automatisation

- ▶ naissance de l'informatique
~~ Turing, Colossus à Bletchley Park

- ▶ **Data Encryption Standard**
~~ du militaire au civil, prémisses de la théorie



L'âge paradoxal

- ▶ naissance de la
cryptographie à clé publique

on ne s'échange plus de clé : on la publie !

~~ chaque utilisateur possède un **couple**

$$(sk, pk)$$

où pk est publique et sk est gardée secrète



$$sk \Leftrightarrow pk$$

il est « difficile » de retrouver sk à partir de pk .

New Directions in Cryptography. W. Diffie and M. E. Hellman,
IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-22, Nov. 1976, pp 644–654.

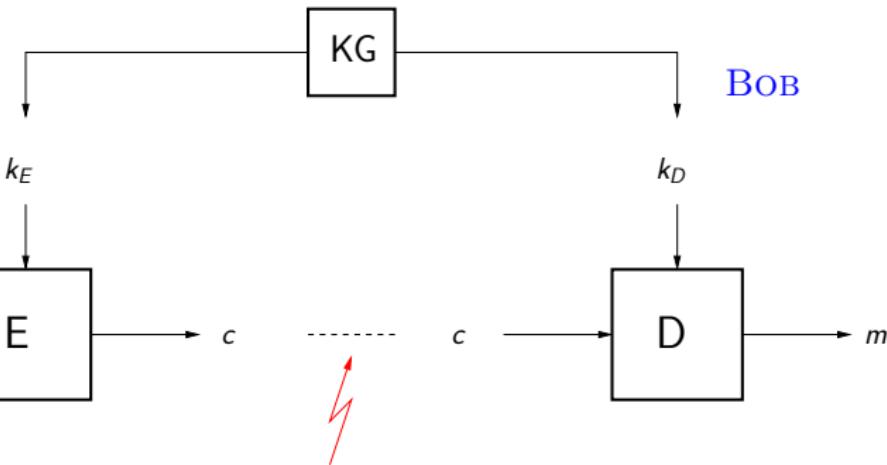


Dans tous les cas, un **secret**, partagé ou non, est nécessaire pour mettre en place un système cryptographique.

- ▶ cryptographie à clé secrète / cryptographie symétrique
clé secrète partagée
- ▶ cryptographie à clé publique / cryptographie asymétrique
clé secrète non divulguée

Confidentialité

Chiffrement



- ▶ Encryption
- ▶ Decryption
- ▶ Key Generation

Confidentialité

Chiffrement à clé secrète

Cryptographie à clé secrète :

$$k_E = k_D$$

Un exemple fondamental : le *one-time pad*

Chiffrement de Vernam (1917) - masque jetable



Confidentialité

Chiffrement à clé secrète

Cryptographie à clé secrète :

$$k_E = k_D$$

Un exemple fondamental : le *one-time pad*

Chiffrement de Vernam (1917) - masque jetable

Le message : $m \in \{0, 1\}^\ell$



$$m = m_1 m_2 \dots m_\ell$$

avec $m_i \in \{0, 1\}$ pour $1 \leq i \leq \ell$.

Confidentialité

Chiffrement à clé secrète

Cryptographie à clé secrète :

$$k_E = k_D$$

Un exemple fondamental : le *one-time pad*

Chiffrement de Vernam (1917) - masque jetable

Le message : $m \in \{0, 1\}^\ell$

$$m = m_1 m_2 \dots m_\ell$$

avec $m_i \in \{0, 1\}$ pour $1 \leq i \leq \ell$.

La clé : $k \in_R \{0, 1\}^\ell$,

$$k = k_1 k_2 \dots k_\ell$$

avec $k_i \in \{0, 1\}$ pour $1 \leq i \leq \ell$.



Confidentialité

Chiffrement à clé secrète

Le chiffrement : $c \in \{0, 1\}^\ell$:

$$\begin{array}{rccccccccc} m & = & m_1 & m_2 & \dots & m_\ell \\ \oplus & k & = & k_1 & k_2 & \dots & k_\ell \\ \hline c & = & c_1 & c_2 & \dots & c_\ell \end{array}$$

soit

$$c_i = m_i \oplus k_i \quad \forall 1 \leq i \leq \ell.$$

Confidentialité

Chiffrement à clé secrète

Le chiffrement : $c \in \{0, 1\}^\ell$:

$$\begin{array}{rccccccccc} m & = & m_1 & m_2 & \dots & m_\ell \\ \oplus & k & = & k_1 & k_2 & \dots & k_\ell \\ \hline c & = & c_1 & c_2 & \dots & c_\ell \end{array}$$

soit

$$c_i = m_i \oplus k_i \quad \forall 1 \leq i \leq \ell.$$

Le déchiffrement :

$$\begin{array}{rccccccccc} c & = & c_1 & c_2 & \dots & c_\ell \\ \oplus & k & = & k_1 & k_2 & \dots & k_\ell \\ \hline m & = & m_1 & m_2 & \dots & m_\ell \end{array}$$

soit

$$m_i = c_i \oplus k_i \quad \forall 1 \leq i \leq \ell.$$

Confidentialité

Chiffrement à clé secrète

En effet :

$$c \oplus k = m \oplus k \oplus k = m$$

Définition

Un chiffrement est dit parfait si l'on a

$$\Pr(M = m_0 \mid C = c_0) = \Pr(M = m_0).$$

Théorème

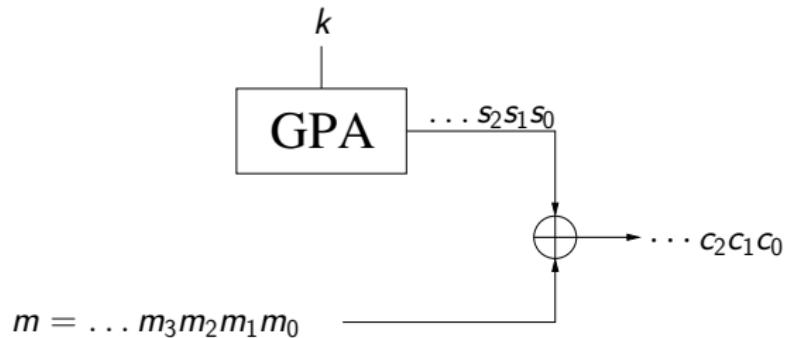
Si la clé k est tirée aléatoirement et uniformément parmi les chaînes binaires de longueur ℓ et n'est utilisée qu'une seule fois, le chiffrement de Vernam assure une confidentialité parfaite.

Confidentialité

Chiffrement à clé secrète

Deux grandes familles

- ▶ chiffrement par blocs (*block cipher*)
 - ▶ DES
 - ▶ 3-DES
 - ▶ AES
- ▶ chiffrement à flot (*stream cipher*)
 - ▶ A5/1 - GSM
 - ▶ E0 - Bluetooth
 - ▶ très durs à concevoir (eSTREAM – The ECRYPT Stream Cipher Project)





Focus : Cryptographie à clé publique

Cryptographie à clé publique



Méthodologie :

- ▶ Définition d'un **modèle de sécurité**
- ▶ **Conception** d'un protocole atteignant la fonctionnalité
- ▶ **Preuve** de la sécurité

Cryptographie à clé publique

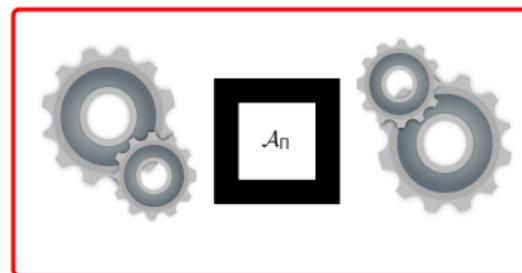
Que signifie « sûrs » ?

dépend de l'application

- ▶ \rightsquigarrow modèle de sécurité d'une primitive cryptographique
- ▶ \rightsquigarrow preuve de sa sécurité (insécurité ?)

prouver = réduire un problème difficile \mathbf{P} à une attaque contre le schéma Π

instance \mathcal{I} of \mathbf{P}



- ▶ Exhiber des problèmes “difficiles” :

- ▶ problèmes NP difficiles (e. g., euclidean lattices)
- ▶ problèmes arithmétiques : logarithme discret, factorisation

$$N = p \times q$$

(record in January 2010 : 768 bits)

Confidentialité

Chiffrement

Cryptographie à clé publique :

$$k_E \neq k_D \text{ et } \begin{cases} k_E = pk_{Bob} \\ k_D = sk_{Bob} \end{cases}$$

- ▶ Alice a obtenu la clé publique de Bob sur sa page web
- ▶ Bob et lui seul, grâce à sa clé secrète, peut déchiffrer

Remarque :

comment Alice est-elle sûre que la clé publique de Bob est bien la sienne ?

~~> certification des clés publiques par une autorité (ex. : VeriSign)

Confidentialité

Chiffrement

Cryptographie à clé publique :

$$k_E \neq k_D \text{ et } \begin{cases} k_E = pk_{Bob} \\ k_D = sk_{Bob} \end{cases}$$

- ▶ Alice a obtenu la clé publique de Bob sur sa page web
- ▶ Bob et lui seul, grâce à sa clé secrète, peut déchiffrer

Remarque :

comment Alice est-elle sûre que la clé publique de Bob est bien la sienne ?

- ~~ certification des clés publiques par une autorité (ex. : VeriSign)
- ~~ **Public Key Infrastructure** (enregistrement des utilisateurs, génération de certificats, renouvellement, révocation, séquestre...)

RSA : petit rappel d'arithmétique

$a, b, N \in \mathbb{Z}$

- ▶ division euclidienne : $\exists! (q, r) \in \mathbb{N}^2$ tel que $a = bq + r$ avec $0 \leq r < b$

$$\begin{array}{r|l} 405 & 17 \\ 14 & 23 \end{array}$$

- ▶ $a \equiv b \pmod{N} \iff N \mid b - a$
- ▶ $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z} = \{0, 1, \dots, N-1\}$.
- ▶ $N = p \times q$ avec p et q deux entiers premiers

$$\varphi(N) = (p-1) \times (q-1)$$

RSA : petit rappel d'arithmétique

Le théorème au cœur de RSA :

Theorem (Euler)

$a, N \in \mathbb{Z}$

$$\text{pgcd}(a, N) = 1 \implies a^{\varphi(N)} \equiv 1 \pmod{N}$$

Introduction

1er exemple de cryptosystème : le chiffrement **RSA**



Introduction

1er exemple de cryptosystème : le chiffrement RSA



A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems. R. Rivest, A. Shamir, L. Adleman. Communications of the ACM, Vol. 21 (2), pp. 120–126 (1978)

Introduction

► La paire de clés :

- ▶ p et q sont deux grands premiers (1024 bits)
- ▶ $N = pq$
- ▶ e et d sont deux entiers premiers à $\varphi(N) = (p - 1)(q - 1)$ tels que

$$ed \equiv 1 \pmod{\varphi(N)}$$

► Finalement

- ▶ (N, e) est la clé publique (pk)
- ▶ (d, p, q) est la clé secrète (sk)

Introduction

- ▶ La paire de clés :

- ▶ p et q sont deux grands premiers (1024 bits)
- ▶ $N = pq$
- ▶ e et d sont deux entiers premiers à $\varphi(N) = (p - 1)(q - 1)$ tels que

$$ed \equiv 1 \pmod{\varphi(N)}$$

- ▶ Finalement

- ▶ (N, e) est la clé publique (pk)
- ▶ (d, p, q) est la clé secrète (sk)

- ▶ Pour chiffrer $m \in \mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$:

Introduction

- ▶ La paire de clés :

- ▶ p et q sont deux grands premiers (1024 bits)
- ▶ $N = pq$
- ▶ e et d sont deux entiers premiers à $\varphi(N) = (p - 1)(q - 1)$ tels que

$$ed \equiv 1 \pmod{\varphi(N)}$$

- ▶ Finalement

- ▶ (N, e) est la clé publique (pk)
- ▶ (d, p, q) est la clé secrète (sk)

- ▶ Pour chiffrer $m \in \mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$:

$$c \equiv m^e \pmod{N}$$

Introduction

► Pour déchiffrer $c \in \mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$

$$m \equiv c^d \pmod{N}$$

En effet :

$$c^d \pmod{N} \equiv m^{ed} \pmod{N}$$

Introduction

► Pour déchiffrer $c \in \mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$

$$m \equiv c^d \pmod{N}$$

En effet :

$$\begin{aligned} c^d \pmod{N} &\equiv m^{ed} \pmod{N} \\ &\equiv m^{1+k\varphi(N)} \pmod{N} \end{aligned}$$

Introduction

► Pour déchiffrer $c \in \mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$

$$m \equiv c^d \pmod{N}$$

En effet :

$$\begin{aligned} c^d \pmod{N} &\equiv m^{ed} \pmod{N} \\ &\equiv m^{1+k\varphi(N)} \pmod{N} \\ &\equiv m \times (m^{\varphi(N)})^k \pmod{N} \end{aligned}$$

Introduction

► Pour déchiffrer $c \in \mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$

$$m \equiv c^d \pmod{N}$$

En effet :

$$\begin{aligned} c^d \pmod{N} &\equiv m^{ed} \pmod{N} \\ &\equiv m^{1+k\varphi(N)} \pmod{N} \\ &\equiv m \times (m^{\varphi(N)})^k \pmod{N} \\ &\equiv m \end{aligned}$$

Confidentialité

Certificat X.509

Certificate:

Data:

Version: 1 (0x0)
Serial Number: 7829 (0x1e95)
Signature Algorithm: md5WithRSAEncryption
Issuer: C=ZA, ST=Western Cape, L=Cape Town, O=Thawte Consulting cc,
OU=Certification Services Division,
CN=Thawte Server CA/emailAddress=server-certs@thawte.com

Validity

Not Before: Jul 9 16:04:02 1998 GMT
Not After : Jul 9 16:04:02 1999 GMT

Subject: C=US, ST=Maryland, L=Pasadena, O=Brent Baccala,
OU=FreeSoft, CN=www.freesoft.org/emailAddress=baccala@freesoft.org

Subject Public Key Info:

Public Key Algorithm: rsaEncryption
RSA Public Key: (1024 bit)

Modulus (1024 bit):

00:b4:31:98:0a:c4:bc:62:c1:88:aa:dc:b0:c8:bb:
33:35:19:d5:0c:64:b9:3d:41:b2:96:fc:f3:31:e1:
66:36:d0:8e:56:12:44:ba:75:eb:e8:1c:9c:5b:66:
70:33:52:14:c9:ec:4f:91:51:70:39:de:53:85:17:
16:94:6e:ee:f4:d5:6f:d5:ca:b3:47:5e:1b:0c:7b:
c5:cc:2b:6b:c1:90:c3:16:31:0d:bf:7a:c7:47:77:
8f:a0:21:c7:4c:d0:16:65:00:c1:0f:d7:b8:80:e3:
d2:75:6b:c1:ea:9e:5c:5c:ea:7d:c1:a1:10:bc:b8:
e8:35:1c:9e:27:52:7e:41:8f

Exponent: 65537 (0x10001)



Le paradoxe :
Algorithmique efficace
vs.
algorithmique non-efficace

Génération des clés :

Soit $k \in \mathbb{N}$ le *paramètre de sécurité*

- Construire 2 nombres premiers p et q tels que $2^{k-1} \leq p, q \leq 2^k - 1$
- $N = p \times q$
- Choisir $e \in (\mathbb{Z}/\varphi(N)\mathbb{Z})^*$ et calculer d tel que

$$ed \equiv 1 \pmod{\varphi(N)}.$$

clé publique	(N, e)
clé privée	(d, p, q)

Génération des clés :

Soit $k \in \mathbb{N}$ le *paramètre de sécurité*

- Construire 2 nombres premiers p et q tels que $2^{k-1} \leq p, q \leq 2^k - 1$
Primalité ($\in \mathcal{P}$ depuis 2002)

- $N = p \times q$ Multiplication
- Choisir $e \in (\mathbb{Z}/\varphi(N)\mathbb{Z})^*$ et calculer d tel que

$$ed \equiv 1 \pmod{\varphi(N)}.$$

Euclide étendu

clé publique	(N, e)
clé privée	(d, p, q)

Arithmétique

Rappel sur RSA

► Chiffrement :

Un message m est un élément de $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$.

- Alice obtient (N_B, e_b) .

Arithmétique

Rappel sur RSA

► Chiffrement :

Un message m est un élément de $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$.

- Alice obtient (N_B, e_b) .
- $c = m^{e_b} \pmod{N_B}$.

Arithmétique

Rappel sur RSA

► Chiffrement :

Un message m est un élément de $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$.

- Alice obtient (N_B, e_b) .
- $c = m^{e_b} \pmod{N_B}$.

► Déchiffrement :

- Bob utilise sa clé secrète (d_B, p_B, q_B) .

Arithmétique

Rappel sur RSA

► Chiffrement :

Un message m est un élément de $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$.

- Alice obtient (N_B, e_b) .
- $c = m^{e_b} \pmod{N_B}$.

► Déchiffrement :

- Bob utilise sa clé secrète (d_B, p_B, q_B) .
- $c^{d_B} \pmod{N_B} = m$.

Arithmétique

Rappel sur RSA

► Chiffrement :

Un message m est un élément de $\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}$.

- Alice obtient (N_B, e_b) .
- $c = m^{e_b} \pmod{N_B}$.

Exponentiation Modulaire

► Déchiffrement :

- Bob utilise sa clé secrète (d_B, p_B, q_B) .
- $c^{d_B} \pmod{N_B} = m$.

Exponentiation Modulaire

Multiplication vs. Factorisation

Multiplication : $(p, q) \mapsto p \times q$

Factorisation : $N = p \times q \mapsto (p, q)$

Complexité :

► Multiplication :

$O(n^2)$	scolaire
$O(n^{1.585})$	Karatsuba
$O(n^{1.465})$	Toom-Cook
$O(n \log n \log \log n)$	Schönhage–Strassen
$O(n \log n 2^{O(\log^* n)})$	(Fürer)

► Factorisation :

$O(2^{n/2})$	division successive
$O(2^{n/4})$	Pollard
$L_{1/2,1}(N)$	crible quadratique
$L_{1/3,(64/9)^{1/3}}(N)$	Number Field Sieve

$$L_{t,c}(N) = e^{c(\log N)^t (\log \log N)^{1-t}}$$

Exponentiation modulaire

$$m^e \mod N$$

► `ExpModN(m, e, N)`

```
x=m  
for i from 1 to e-1  
    x = x*m mod N  
return x
```

Complexité :

► `ExpBinMod(m, e, N)`

```
b=m  
for i from t-1 to 0  
    b = b2 mod N  
    if (e[i] == 1) then  
        b=b*m mod N  
return b
```

Complexité :

Exponentiation modulaire

$$m^e \mod N$$

► `ExpModN(m, e, N)`

```
x=m  
for i from 1 to e-1  
    x = x*m mod N  
return x
```

Complexité :

► `ExpBinMod(m, e, N)`

```
b=m  
for i from t-1 to 0  
    b = b2 mod N  
    if (e[i] == 1) then  
        b=b*m mod N  
return b
```

Complexité :

Exponentiation modulaire

$$m^e \mod N$$

► ExpModN(m, e, N)

```
x=m  
for i from 1 to e-1  
    x = x*m mod N  
return x
```

Complexité : $O(e \times \log(N)^2)$

► ExpBinMod(m, e, N)

```
b=m  
for i from t-1 to 0  
    b = b2 mod N  
    if (e[i] == 1) then  
        b=b*m mod N  
return b
```

Complexité : $O(\log(e) \times \log(N)^2)$

Confidentialité

Chiffrement à clé publique

Les systèmes les plus classiques :

- ▶ RSA
- ▶ ElGamal
- ▶ NTRU
- ▶ McEliece

- ▶ Boneh-Franklin : chiffrement basé sur l'identité



Échange de clé

Échange de clé (Diffie-Hellman).

- ▶ \mathbb{G} est un groupe cyclique d'ordre un grand premier q , et g est un générateur.
- ▶ Alice tire au hasard $a \in \llbracket 1, q - 1 \rrbracket$ et pose $y_A = g^a$
- ▶ Bob tire au hasard $b \in \llbracket 1, q - 1 \rrbracket$ et pose $y_B = g^b$

Échange de clé

Échange de clé (Diffie-Hellman).

- ▶ \mathbb{G} est un groupe cyclique d'ordre un grand premier q , et g est un générateur.
- ▶ Alice tire au hasard $a \in \llbracket 1, q - 1 \rrbracket$ et pose $y_A = g^a$
- ▶ Bob tire au hasard $b \in \llbracket 1, q - 1 \rrbracket$ et pose $y_B = g^b$

couple de clés d'Alice	couple de clés de Bob
$sk_A = a$	$sk_B = b$
$pk_A = y_A$	$pk_B = y_B$

Échange de clé

Échange de clé (Diffie-Hellman).

- \mathbb{G} est un groupe cyclique d'ordre un grand premier q , et g est un générateur.
- Alice tire au hasard $a \in [1, q - 1]$ et pose $y_A = g^a$
- Bob tire au hasard $b \in [1, q - 1]$ et pose $y_B = g^b$

couple de clés d'Alice	couple de clés de Bob
$sk_A = a$	$sk_B = b$
$pk_A = y_A$	$pk_B = y_B$

Alice et Bob peuvent obtenir la clé partagée $K = g^{ab} \in \mathbb{G}$

Alice calcule	Bob calcule
y_B^a	y_A^b
\parallel	\parallel
$(g^b)^a$	$(g^a)^b$

Conclusion

- ▶ De nouveaux défis : protection des données **et** de leur traitement
- ▶ L'arrivée de l'ordinateur quantique
- ▶ Nouveaux paradigmes : chiffrement fonctionnel
- ▶ De nouvelles applications : obfuscation

Multiparty computation



- ▶ Alice et Bob ont eu un premier rendez-vous
- ▶ Ils veulent savoir s'il y en aura un second
mais...

ils ne veulent pas se prendre une veste en direct !

- ▶ Ils vont jouer à un jeu à l'issue duquel, la seule information connue sera la possibilité d'un second rendez-vous ou pas.

Multiparty computation



- ▶ Alice et Bob ont eu un premier rendez-vous
- ▶ Ils veulent savoir s'il y en aura un second
mais...

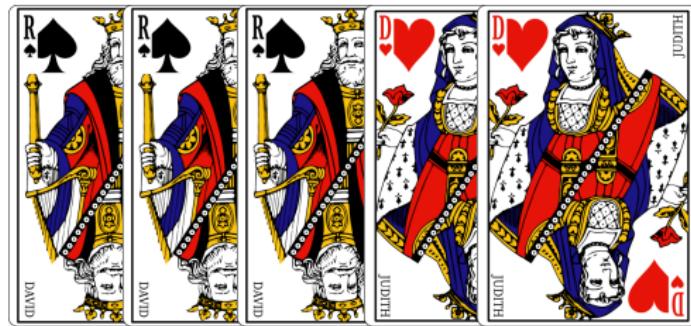
ils ne veulent pas se prendre une veste en direct !

- ▶ Ils vont jouer à un jeu à l'issue duquel, la seule information connue sera la possibilité d'un second rendez-vous ou pas.

Après le premier rendez-vous :

- ▶ Alice sait si elle veut un second rendez-vous
- ▶ Bob sait si il veut un second rendez-vous
- ▶ et c'est tout !

Multiparty computation



Multiparty computation

Dans ce jeu :

- ▶ Un **roi** de ♠ est face cachée sur la table
- ▶ Alice et Bob reçoivent un **roi** et une **reine**
- ▶ Bob pose ses cartes face cachée par dessus le **roi** de ♠
 - ▶ si il veut un second rendez-vous : **reine** au dessus
- ▶ Alice pose ses cartes face cachée sur le dessus du paquet
 - ▶ si elle veut un second rendez-vous : **roi** sur le dessus



Multiparty computation

Dans ce jeu :

- ▶ Un **roi** de ♠ est face cachée sur la table
- ▶ Alice et Bob reçoivent un **roi** et une **reine**
- ▶ Bob pose ses cartes face cachée par dessus le **roi** de ♠
 - ▶ si il veut un second rendez-vous : **reine** au dessus
- ▶ Alice pose ses cartes face cachée sur le dessus du paquet
 - ▶ si elle veut un second rendez-vous : **roi** sur le dessus



Multiparty computation

Dans ce jeu :

- ▶ Un **roi** de ♠ est face cachée sur la table
- ▶ Alice et Bob reçoivent un **roi** et une **reine**
- ▶ Bob pose ses cartes face cachée par dessus le **roi** de ♠
 - ▶ si il veut un second rendez-vous : **reine** au dessus
- ▶ Alice pose ses cartes face cachée sur le dessus du paquet
 - ▶ si elle veut un second rendez-vous : **roi** sur le dessus



Multiparty computation

Dans ce jeu :

- ▶ Un **roi** de ♠ est face cachée sur la table
- ▶ Alice et Bob reçoivent un **roi** et une **reine**
- ▶ Bob pose ses cartes face cachée par dessus le **roi** de ♠
 - ▶ si il veut un second rendez-vous : **reine** au dessus
- ▶ Alice pose ses cartes face cachée sur le dessus du paquet
 - ▶ si elle veut un second rendez-vous : **roi** sur le dessus



- ▶ Alice et Bob coupent

Multiparty computation

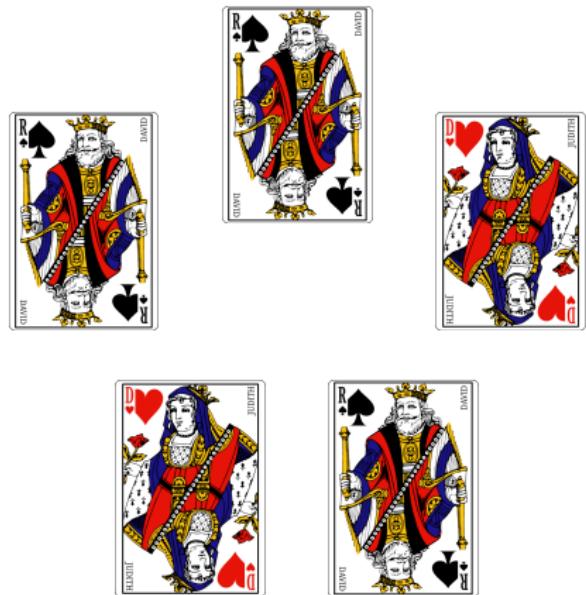
- ▶ Si les reines sont côté à côté :
Alice et Bob sont amoureux !



Multiparty computation

- ▶ Si les reines sont côté à côté :
Alice et Bob sont amoureux !

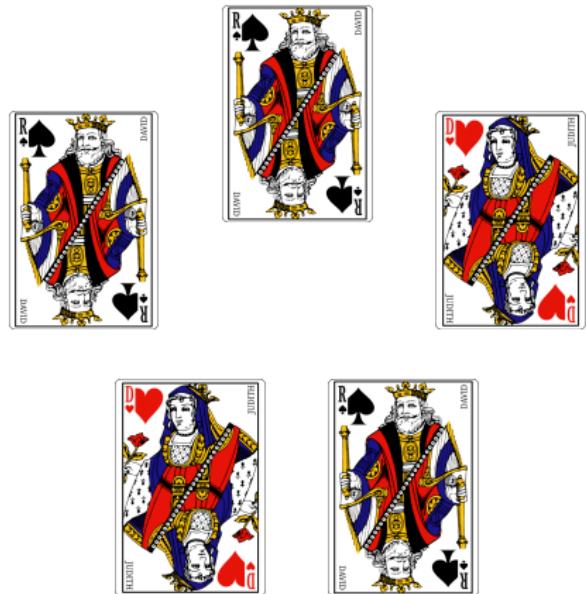
- ▶ Sinon :
Rien n'est révélé si les reines ne sont pas côté à côté



Multiparty computation

- ▶ Si les reines sont côté à côté :
Alice et Bob sont amoureux !
- ▶ Sinon :
Rien n'est révélé si les reines ne sont pas côté à côté

i.e., on ne sait pas si seul l'un des deux n'aime pas l'autre, ou aucun ne s'aiment



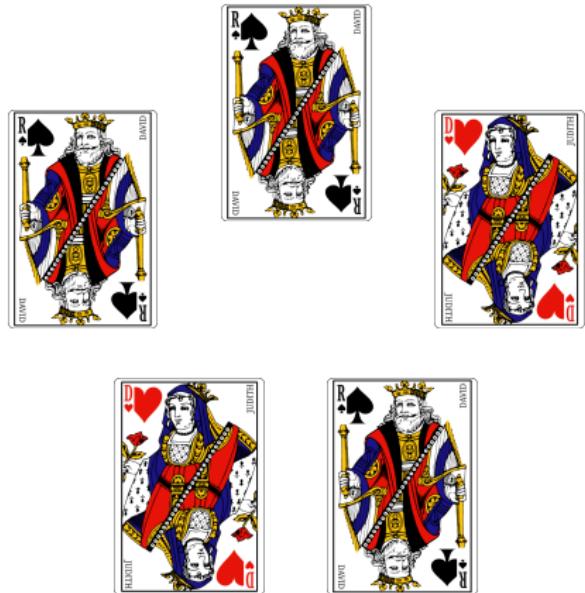
Multiparty computation

- ▶ Si les reines sont côté à côté :
Alice et Bob sont amoureux !

- ▶ Sinon :
Rien n'est révélé si les reines ne sont pas côté à côté

i.e., on ne sait pas si seul l'un des deux n'aime pas l'autre, ou aucun ne s'aiment

- ▶ fonction “et”



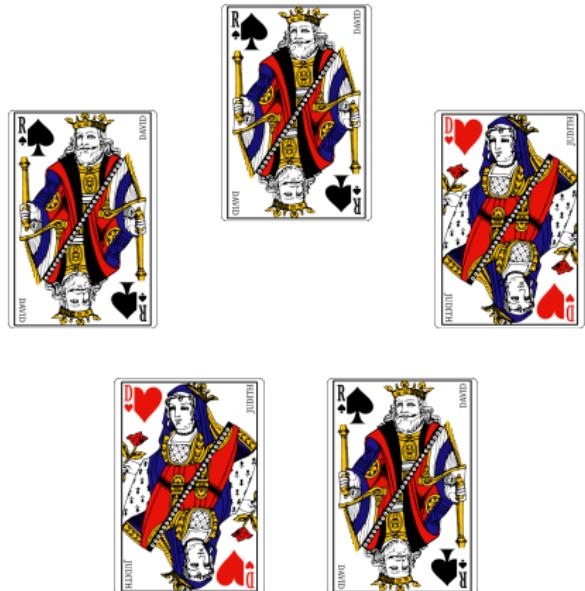
Multiparty computation

- ▶ Si les reines sont côté à côté :
Alice et Bob sont amoureux !

- ▶ Sinon :
Rien n'est révélé si les reines ne sont pas côté à côté

i.e., on ne sait pas si seul l'un des deux n'aime pas l'autre, ou aucun ne s'aiment

- ▶ fonction “et”



Multiparty computation : calcule une fonction de sorte à ce qu'une entrée secrète ne soit pas révélée aux autres parties
(attention : de l'information peut se déduire du résultat de la fonction)