

## GUIAS DE AUTOAPRENDIZAJE

<b>DOCENTE: GILBERTO RODRÍGUEZ R</b> <i>Lic. en Matemáticas.</i>  <i>Facultad de Educación Universidad Católica de Oriente. (UCO)</i>  <i>Magister en Ciencias y Matemáticas. Escuela de ingeniería, Sistema de formación Avanzada. Universidad Pontificia Bolivariana (UPB).</i>		<b>ASIGNATURA:</b> <b>MATEMÁTICAS</b>	
<b>e-mail:</b> <a href="mailto:gilberto022013@gmail.com">gilberto022013@gmail.com</a>		<b>Teléfono:</b> 300 857 9131	
<b>FECHA:</b>	<b>PERIODO:</b> 1	<b>GRADO:</b> 9	<b>GUÍA N°:</b> 3

### EJE TEMÁTICO(Temas):

Concepto de Algebra, temas de repaso en algebra.  
Repasos algebraicos: términos, monomio, binomio, polinomio.  
Grado de expresiones algebraicas. Términos semejantes.  
Suma y resta de monomios. Producto de monomios.  
Cocientes de monomios (simplificación)

### DERECHO BÁSICO DE APRENDIZAJE (DBA):

**DBA 2:** Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.

### PROPÓSITO DE APRENDIZAJE (Objetivo):

- ✓ Identifica clases de expresiones algebraicas: monomios, binomios y polinomios, encuentra su grado.
- ✓ Resuelve operaciones entre monomios, binomios y polinomios aplicando los algoritmos adecuados.

### ORIENTACIÓN DIDÁCTICA:

En la realización de la guía 3, tendremos en cuenta el saber previo visto en la guía 2, sobre potencias y las propiedades de ésta. Con ello estaremos repasando conceptos algebraicos como: término, monomio, binomio, polinomio, grado de estas expresiones y algunas operaciones básicas en álgebra. Con este inicio, tendremos unas bases más sólidas para la posterior construcción de conceptos y operaciones en álgebra.

### FORMACIÓN INTELECTUAL (Explicación teórica)

#### TEMA 1: REPASO DE CONCEPTOS.

##### ALGEBRA

El Álgebra es una rama de las matemáticas que estudia los números y sus propiedades en forma general. No necesita el valor de un número para poder saber sus propiedades y operarlo, para ello lo sustituye por un símbolo que generalmente es una letra.

Al empezar con el estudio del Álgebra aparecen nuevas expresiones, a las que llamamos expresiones algebraicas, y conviene nombrarlas para identificarlas correctamente durante cualquier intercambio de información. De este modo, al conjunto de números y letras que representan operaciones entre cantidades se llama expresión algebraica. Esta expresión se puede separar en términos; Los términos se distinguen uno de otro porque están



separados por un signo de mas (+) o un signo de menos (-), esto significa que entre letras y números sólo puede haber multiplicaciones y divisiones para agruparlos.

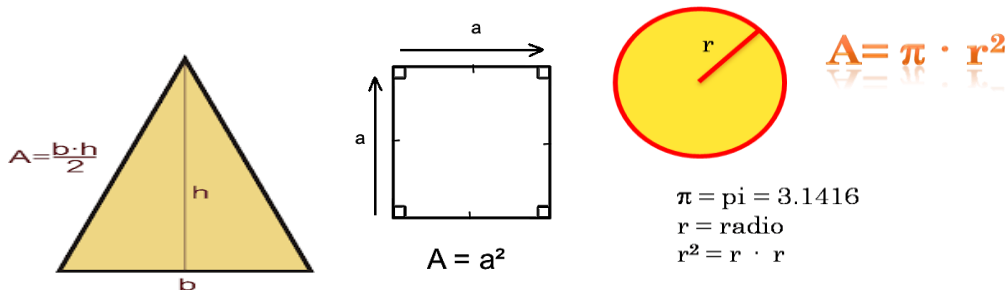
Dentro de cada término distinguimos números que llamamos Coeficientes y Letras que llamamos Incógnitas o variables. Estas incógnitas o variables pueden tener o no un exponente, que es un número que se escribe más pequeño y en la parte superior derecha de la incógnita. Este exponente representa la potencia de esa incógnita y a partir de éstos exponentes se obtiene el grado de un término.

(Tomado de <http://matematicas-nestor.blogspot.com.co/2008/01/conceptos-bsicos-y-definiciones-lgebra.html>)

Desde el texto implementación de los estándares básicos de competencias en matemáticas (Gobernación de Antioquia, 2005) se propone como una nueva forma de pensar la matemática: la expresión de la generalidad, la generalización.

## EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Consideremos algunas expresiones conocidas en geometría, mediante las cuales podemos calcular áreas y perímetros.



Y como estas, muchas otras. En ellas las cantidades o magnitudes (medidas) están sustituidas por letras. Estas expresiones reciben el nombre de expresiones algebraicas.

Es decir que, una expresión algebraica es un símbolo formado por números y letras que representan números, además de un número finito de operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y extracción de raíces.

Son expresiones algebraicas:

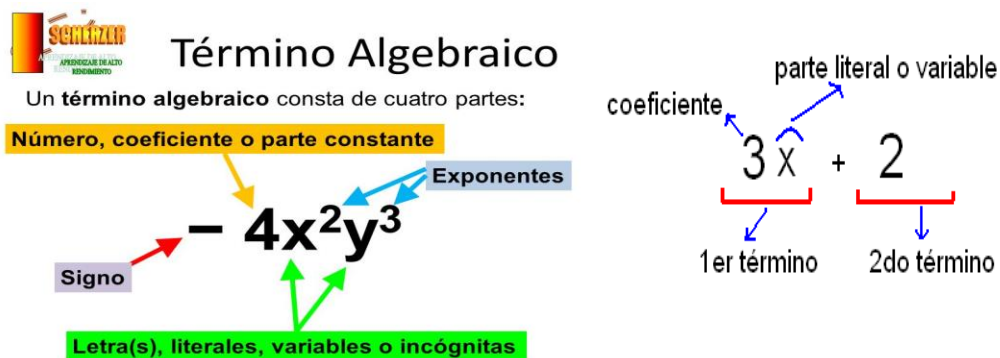
- ✓  $2x + 2y$
- ✓  $3ax^2 + \frac{7}{x}$
- ✓  $\sqrt{5x^2 - 6}$

**Términos de una expresión:** son las partes que conforman la expresión, las cuales deben estar separadas por las operaciones de **adición o sustracción**. Por ejemplo:  $4x + 2y$  contiene dos términos, aunque entre cada término exista un producto indicado.

La expresión  $3ax^2 + \frac{7}{x} - y$  contiene tres términos, aunque el segundo término posea un cociente indicado (División) ¿Cuántos términos posee la expresión  $a^2$ ? \_\_\_\_\_



Ahora veamos las partes de la expresión algebraica:



## MONOMIO

Expresión algebraica que posee un solo término. Ejemplos:

- ✓  $3a$
- ✓  $2xy$
- ✓  $4x^2$

## BINOMIO

Expresión algebraica que posee dos términos. Ejemplos:

- ✓  $4a + 2b$
- ✓  $x^2 - 3y$
- ✓  $xy + 2y^2$

## POLINOMIO

Expresión algebraica que posee tres o más términos. Ejemplos

- ✓  $x^2 + 2x - 3$
- ✓  $ab + bc - c$
- ✓  $a^2 + ab + b^2$

## GRADO DEL TÉRMINO Y GRADO DEL POLINOMIO

**Gado absoluto:** para expresiones con varias variables (letras) se calcula sumando los exponentes de sus partes literales (letras). Por ejemplo el grado absoluto del término  $xy^3$  es 4, porque la suma de los exponentes de las literales es  $1+3 = 4$ .

El grado absoluto del término  $ab$  es  $1+1 = 2$ . Por qué.

El grado absoluto del término  $y^2x^3z^4$  es 9.

**Para expresiones polinómicas en una sola variable**, el grado absoluto se calcula observando el exponente que posee la potencia en dicha expresión algebraica, por ejemplo, en la expresión:  $4x^2$  el grado es el exponente 2. Por tanto decimos que la expresión es de grado 2 o de segundo grado.

De igual forma, para determinar el grado de un polinomio (con una variable), observamos el exponente de mayor valor numérico al comparar cada uno de los términos del polinomio. En el polinomio  $x^3 + 4x^2 + x - 2$  el exponente de mayor valor es el 3, decimos que este polinomio es de grado 3 o de tercer grado.

**Grado relativo:** el grado relativo se determina con relación a una variable o letra. El grado relativo del término  $a^2b^3c^5$  con relación a  $a$ , es 2. El grado relativo con relación a  $b$ , es 3. ¿Cuál es el grado relativo del término con relación a  $c$ ? \_\_\_\_

Otros ejemplos:



El polinomio  $x^5 + 2x^6 - 4x^2 + 1$  es de grado: \_\_\_\_\_

### TÉRMINOS SEMEJANTES (expresiones equivalentes)

Son aquellas que sin importar su parte numérica, poseen la misma parte literal (letras) y el mismo grado. Son expresiones equivalentes:

- ✓  $3x^2, 5x^2, 2x^2$
- ✓  $x^3, 4x^3$
- ✓  $-2a, 5a$
- ✓  $5ab, 3ab$
- ✓  $5x^2y, 4x^2y$

Por el contrario **no son** expresiones semejantes:

- ✓  $2x^2, 5x^3$  ¿Por qué?
- ✓  $2x, 3a$
- ✓  $7a^2b, 8ab$

De lo anterior se puede plantear el siguiente cuestionamiento: ¿qué condiciones debe cumplir un polinomio para ser semejante a otro?

---

---

## TEMA 2: REDUCCIÓN DE TERMINOS SEMEJANTES.

### SUMA Y RESTA DE MONOMIOS.

Para poder reducir monomios, estos deben ser semejantes, es decir; deben poseer la misma parte literal e igual grado.

Ahora con un ejemplo, recordemos como se interpreta la expresión  $3a + 4a$ .

Primero vemos que los términos  $3a$  y  $4a$  son semejantes y están relacionados con la operación adición. Esto se interpreta: *3 veces a, mas 4 veces a*. De lo que se obtendría *7 veces a*. Lo cual se escribe  $7a$

Entonces:  $3a + 4a = 7a$  Podemos aplicar el siguiente procedimiento: sumar los valores numéricos y poner la misma variable.

En una diferencia el procedimiento es similar, veamos: cuánto daría la reducción de:  $5x - 3x$  (Son término semejantes) entonces :  $5x - 3x = 2x$

Hay que tener cuidado con expresiones como:  $-5a + 2a$ , donde hay que recordar los fundamentos de las operaciones con enteros. Esta operación es equivalente a  $(-5 + 2)a = -3a$

Otra expresión de cuidado es  $-5b - 2b$ , que es equivalente a  $-(5 + 2)b = -7b$

Y finalmente, expresiones como  $9a^2b + 3a^2b$ , donde hay que observa la semejanza en los monomios, la respuesta es  $9a^2b + 3a^2b = 12a^2b$ . Sumamos los coeficientes (números) y se pone la misma parte literal (letras)

Otros ejemplos de sumas y restas con monomios:

- ✓  $3x + 5x = 8x$
- ✓  $7b + 4b = 11b$
- ✓  $a + a = 2a$  (ojo, el coeficiente (número) de la letra  $a$  es 1. En álgebra no se escribe).
- ✓  $x + x = 2x$



- ✓  $a - a = 0$
- ✓  $y - y = 0$
- ✓  $10a - 8a = 2a$
- ✓  $3z - z = 2z$
- ✓  $10c - c = 9c$
- ✓  $-4x + 2x = -2x$
- ✓  $-7a + 3a = -4a$
- ✓  $10a^2b + 3a^2b = 13a^2b$
- ✓  $x^3y + 3x^3y = 4x^3y$  (ojo, el coeficiente de  $x^3y$  es 1. En álgebra no se escribe).
- ✓
- ✓  $3x^{a+2} + 6x^{a+2} = 9x^{a+2}$  este exponente  $a + 2$  recibe el nombre de exponente con literales<sup>1</sup>
- ✓  $11a^{x-1} + 3a^{x-1} = 14a^{x-1}$
- ✓  $8a^{x+1} - 5a^{x+1} = 3a^{x+1}$

**Aclaración:** si los monomios no son semejantes no se pueden sumar y restar. Veamos:

**Sumar  $3x + 2y =$  no se puede efectuar. ¿Por qué?**

Su respuesta se deja indicada:  $3x + 2y = 3x + 2y$

### TEMA 3: PRODUCTO DE MONOMIOS.

#### PRODUCTO DE MONOMIOS

En el producto y cociente de monomios aparecen expresiones con exponentes, lo que implica la aplicación de las propiedades de las potencias, las cuales se han visto con anterioridad, recordemos que:

- ✓  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  producto de potencia de igual base y diferentes expo.
- ✓  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$  potencia de una potencia.
- ✓  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  división de potencias de igual base y exponentes diferentes hay que recordar que si  $m > n$  entonces  $m - n > 0$  positivo  
y que si  $m < n$  entonces  $m - n < 0$  negativo
- ✓  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  Potencia de una fracción.
- ✓  $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$  Potencia con exponente negativo.
- ✓  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$  Fracción con exponente negativo.

En el desarrollo de la teoría de exponentes, se ha venido trabajando con estos temas, recomendando realizar un repaso de las temáticas abordadas en periodos pasados sobre la teoría de exponentes.

Veamos algunos ejemplos que pueden resultar familiares, espero que sea así, pues este tema no es nuevo....ojo.

Hallar el producto de los monomios:  $3x$  con  $5x$

Escribimos  $(3x)(5x) = 15x^2$  multiplicamos los coeficientes (los números) y el nuevo exponente es  $x \cdot x = x^2$  sumando los exponentes.

Hallar el producto de los monomios:  $2ab^2$  con  $7ab$

Escribimos  $(2ab^2)(7ab) = 14a^2b^3$  se multiplican los coeficientes y los nuevos exponentes son  $a \cdot a = a^2$  y  $b^2 \cdot b = b^3$  el punto se usa como por. Aquí aplicamos la propiedad:

<sup>1</sup> Exponentes literales: son exponentes que contienen variables (letras)



$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  producto de potencia de igual base y diferentes expo

Ejemplo:  $(2a^2b)(-3ab) = -6a^3b^2$

Hallar el producto de los monomios:  $(5xy)(2x^2y^3) = 10x^3y^4$  ¿por qué?

Hallar el producto de los monomios:  $(-7x^3y)(3x^2y^3) = -21x^5y^4$  ¿por qué?

Hallar el producto de los monomios:  $(-2a^3b^2)(-3a^2b^3) = 6a^5b^5$  ¿por qué?

Hallar el producto  $(4xyz)(6xy) = 24x^2y^2z$  ojo con este. La “z” no tiene con quien operar, se pone igual al final.

Hallar el producto.  $(-5abc^3)(3a^2b) = -15a^3b^2c^3$  Ojo.

Hallar el producto de los monomios:  $(x^a)(x^{a+1})$  **operación con exponentes literales.**

Los coeficientes son 1, en ambos casos:  $(1).(1) = 1$

El nuevo exponente es la suma de los exponentes, pues las bases son iguales:  $a + (a + 1) = 2a + 1$  entonces:

$(x^a)(x^{a+1}) = x^{a+(a+1)} = x^{2a+1}$  Un ejercicio interesante. Potencia la capacidad de análisis.

Hallar  $(2a^{x+2})(3a^2) = 6a^{x+4}$  multiplicamos los coeficientes y sumamos exponentes  $(x + 2) + 2 = x + 4$

**Nota: obsérvese que no es necesario que los monomios que se van a multiplicar sean semejantes, puesto que solo se procede a aplicar las propiedades de los exponentes y la ley de signos.**

Hallar el producto  $(a^x)(2a^{x-1}) = 2a^{2x-1}$  intenta justificar el procedimiento.

Es importante anotar que se pueden multiplicar más de dos monomios:

Hallar el producto  $(2xy^2)(x^2y^3)(4x^3y) = 8x^6y^6$  no son semejantes, pero se pueden multiplicar.

FORMACIÓN PSICOMOTRIZ (Actividad)

ACTIVIDAD 1

Tema 1:

1. Completar la siguiente tabla, teniendo en cuenta los conceptos teóricos sobre expresiones algebraicas.

EXPRESIÓN	NOMBRE	N° DE TÉRMINOS	GRADO ABSOLUTO	VARIABLES/ LITERALES
$2x^2 + 3y$	Binomio	dos	3	x, y
$a$				
$x^3 - 4x^5 + x^2$				
$\frac{a^3}{2} + b - a^4 + a$				
$a^3b^2c^6$				
$5y^2z - 6yz^4$				
$3x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x - 4$				
$\frac{a}{3} + \frac{b}{4}$				



2. Para cada término, escriba uno semejante.

término	Semejante.
$4x^2$	
$-3a$	
$5xyz^2$	
$2a^{x+1}$	

Tema 2:

3. Resolver cada operación con términos semejantes.

Operación	Resultado.
$5xy + 2xy =$	
$-3ab^3 + 5ab^3 =$	
$7xyz - 2xyz + 3xyz =$	
$-4y^3 - 6y^3 =$	
$a^{x+2} + 3a^{x+2} =$	
$3x^2 + x^2 - 2x^2 + 4x^2 =$	

Tema 3:

4. Resolver cada producto.

Producto	Resultado.
$(2ab)(4a^2b^3) =$	
$(-2xy)(5xy^2) =$	
$(-4yz^4)(-5y^3z w) =$	
$(6abc)(-2ab)(a^2b^2c) =$	
$(7a^{x+1})(2a^x) =$	
$(-8a^{x+2})(2a^2)(a^{x+1}) =$	



***INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PILAR***  
***DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.***



### **AUTOEVALUACIÓN/EVALUACIÓN FORMATIVA**

Realizar la autoevaluación al final del período. Ver la hoja al final anexa.

Disciplina, honestidad y orden en la presentación del trabajo.

Seguir las recomendaciones hechas en las guías pasadas.

### **REFERENCIAS**

Algebra. Aurelio Baldor.





Formato de autoevaluación.

DANE 105321000025

FORMATO UNICO DE EVALUACIÓN. AUTOEVALUACIÓN, COEVALUACIÓN Y HETEROEVALUACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO DESDE CASA

Prof. \_\_\_\_\_ Área \_\_\_\_\_ Grado \_\_\_\_\_

Nombre del estudiante \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

Responde cada uno de los siguientes ítems a partir de lo realizado hasta ahora en el área \_\_\_\_\_ en el trabajo académico desde casa

	AUTOEVALUACIÓN	siempre	Casi siempre	nunca
1	Me he comprometido con el trabajo académico desde casa			
2	Me he esforzado en superar las dificultades para el trabajo académico desde casa			
3	He aprovechado los distintos canales de comunicación ofrecidos por la Institución y los docentes (blog, mail, whatsApp), para aclarar dudas y avanzar en el proceso			
4	He sido exigente conmigo mismo en el desarrollo de las guías de trabajo			
5	Conservo evidencias del trabajo académico realizado en casa			
	COEVALUACIÓN			
6	Tienen evidencias físicas del trabajo académico hecho en casa			
7	Han realizado búsqueda de información que les permita contar con más herramientas y recursos de estudio (tanto en internet, como libros, televisión, compañeros, docentes).			
8	Han sido honestos y responsables con el desarrollo de las guías asignadas			
9	Han establecido diálogo con los docentes cuando requiero ayuda sobre las actividades y tareas.			
10	Perciben en el blog institucional, los blogs docentes, los mails y los whatsApp, canales de comunicación eficientes en este tiempo de trabajo en casa			
	HETEROEVALUACIÓN			
11	Reciben apoyo docente para el desarrollo de las diferentes guías de trabajo en casa			
12	Durante el tiempo de trabajo académico en casa, se promueven relaciones interpersonales regidas por la tolerancia, el respeto y la colaboración			
13	Se manejan con autodominio y seguridad situaciones no previstas durante el tiempo de trabajo académico desde casa			
14	Se abordan estrategias de aprendizaje autónomo ara el desarrollo de actividades académicas desde casa			