matboj

10.11.2022

Vzorové riešenia

Kategórie 5, 6, Príma

p-mat

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

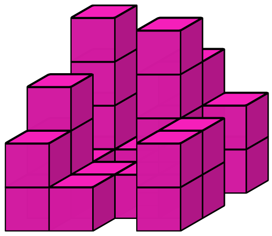
EURÓPSKA ÚNIA

Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

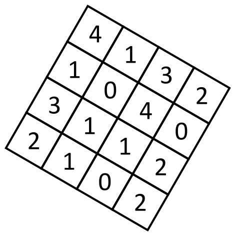
Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje.

Úloha 01. *Miško našiel doma veľa rovnakých kociek. Hneď sa s nimi začal hrať. Staval z nich stavby tak, aby každá kocka ležala buď na zemi, alebo celou stenou na niektorej inej kocke. Postavil tak stavbu na obrázku. Miško to spravil tak, aby z každého stĺpčeka kociek bolo vidieť aspoň časť kocky, ktorá je v ňom najvyššie. Koľko kociek Miško použil na túto stavbu?*



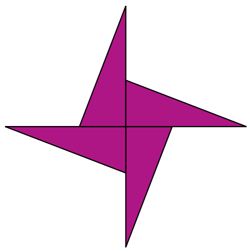
Výsledok: 27

Riešenie: Počty kociek na jednotlivých pozíciách si môžeme zakresliť do takejto schémy:



V tejto schéme sú zahrnuté všetky stĺpčeky, v ktorých vidíme najvrchnejšiu kocku (v niektorých prípadoch v danom stĺpčeku nie je žiadna kocka, teda ako by vidíme, že sa v tomto stĺpčeku nie je žiadna kocka). V tejto schéme sú preto podľa zadania zahrnuté všetky kocky, ktoré sa v stavbe nachádzajú. Miško tak použil 4 + 1 + 3 + 2 + 1 + 0 + 4 + 0 + 3 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1 + 0 + 2 = 27 kociek.

Úloha 02. *Miška si vystrihla 4 rovnaké trojuholníky so stranami dlhými 5 cm, 12 cm a 13 cm. Zložila ich do vrtuľky tak ako na obrázku. Aký bol obvod tejto vrtuľky v centimetroch?*



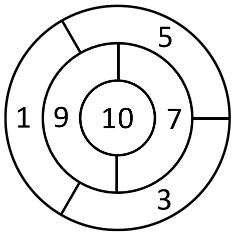
Výsledok: 80

Riešenie: Vieme, že obvod vrtuľky vypočítame ako súčet dĺžok strán, ktoré susedia s vonkajškom. Najdlhšia strana, dlhá 13 cm, všade susedí s vonkajškom. Taktiež vieme, že s vonkajškom susedí aj tá časť druhej najdlhšej strany, dlhej 12 cm, ktorá nie je zakrývaná stranou susediaceho trojuholníku, dlhou 5 cm. Obvod našej vrtuľky je teda 4 · (13 cm + (12 cm - 5 cm)) = 80 cm.

Úloha 03. *Ferko, Kubko a Jožko išli na výlet. Kubko urobil 9 žemlí a Jožko 6. Ferko vybavoval iné veci. Žemle si na výlete rozdelili tak, že každý mal 5 žemlí. Po výlete Ferko zaplatil ostatným za žemle 4,50 €. Kubko a Jožko si ich spravodlivo rozdelili. Koľko eur dostal Kubko?*

Výsledok: 3,6
Riešenie: Ferko dostal od ostatných 5 žemlí. Za každú z nich zaplatil 4,50 € : 5 = 0,90 €. Kubko spravil o 9 - 5 = 4 žemle viac, ako zjedol. Preto dostal z Ferkových peňazí 4 · 0,90 € = 3,60 €.

Úloha 04. *Osem kamarátov si vytvorilo terč na obrázku a šli doň hádzať šípky. Každý z nich hodil do terča 2 šípky a sčítal čísla napísané v oblastiach, ktoré trafil – toľko bodov získal. Všetci ôsmi trafili do terča obomi šípkami. Po odhádzaní si povedali svoje počty bodov, ktoré boli nasledovné: 14, 13, 6, 15, 13, 10, 11, 17. Koľkí z týchto ôsmich kamarátov zasiahli oblasť za 10 bodov?*

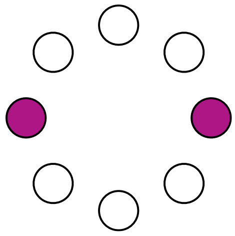


Výsledok: 5
Riešenie: Žiaden z kamarátov netrafil oblasť za 10 bodov dvakrát, keďže nikto nezískal 20 bodov. Takže tí, ktorí trafili oblasť za 10 bodov, ju trafili presne raz.
Všimnime si, že na terči je 5 oblastí za nepárny počet bodov (1, 3, 5, 7 a 9) a iba 1 oblasť za párny počet bodov (10). Takže tí, ktorí trafili oblasť za 10 bodov, sa trafili do oblasti za párny počet bodov a do oblasti za nepárny počet bodov. Spolu preto získali nepárny počet bodov. Všetci ostatní sa dvakrát trafili do oblasti za nepárny počet bodov, a teda získali párny počet bodov.
To znamená, že tých, ktorí sa trafili do oblasti za 10 bodov, vieme identifikovať podľa toho, že získali nepárny počet bodov. Nepárny počet bodov získalo 5 kamarátov (získali postupne 13, 15, 13, 11 a 17 bodov). Oblasť za 10 bodov tak zasiahlo 5 kamarátov.

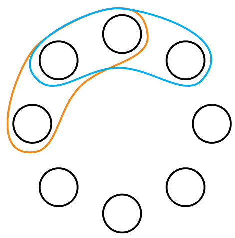
Úloha 05. *Na Marse sa konal snem mimozemšťanov. Stretli sa na ňom dva druhy mimozemšťanov – dvojrukí a trojrukí. Dvojrukí mimozemšťania vždy hovoria pravdu a trojrukí mimozemšťania vždy klamú. Na sneme sa 10 mimozemšťanov postavilo do kruhu a každý z nich povedal vetu „Mimozemšťan napravo odo mňa má 3 ruky.“ Koľko spolu rúk mali všetci mimozemšťania v tomto kruhu?*

Výsledok: 25
Riešenie: Ak vetu „Mimozemšťan napravo odo mňa má 3 ruky,“ povie dvojruký mimozemšťan, tak je táto veta pravdivá. Takže napravo od každého dvojrukého mimozemšťana je trojruký mimozemšťan. Ak by však túto vetu povedal trojruký mimozemšťan, tak táto veta je nepravdivá. Čiže napravo od tohto mimozemšťana nie je mimozemšťan s 3 rukami, a teda tam musí byť dvojruký mimozemšťan. Napravo od každého trojrukého mimozemšťana je teda dvojruký mimozemšťan.
To znamená, že v kruhu sa striedajú dvojrukí a trojrukí mimozemšťania. Každý druh mimozemšťanov tak tvorí polovicu všetkých mimozemšťanov v kruhu. V kruhu je preto 10 : 2 = 5 dvojrukých a 5 trojrukých mimozemšťanov. Tí majú spolu 5 · 2 + 5 · 3 = 25 rúk.

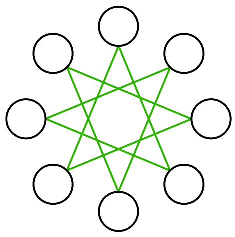
Úloha 06. *Adam si nakreslil 8 krúžkov umiestnených do kruhu. Teraz by do nich chcel vpísať čísla. Chce to spraviť tak, aby súčet čísel v každej trojici susediacich krúžkov bol 18. Aký bude súčet čísel v dvoch vyznačených fialových krúžkoch?*



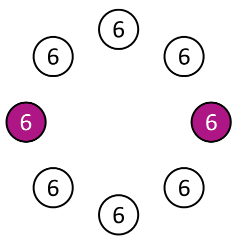
Výsledok: 12
Riešenie: Pozrime sa na trojice krúžkov vyznačené na tomto obrázku:



Tieto dve trojice majú rovnaký súčet (konkrétne 18). Avšak majú dva krúžky spoločné. Preto musia byť čísla v krúžkoch, ktoré nemajú spoločné, rovnaké. Ak by sme takýto argument použili pre iné dve trojice v takejto polohe, dostali by sme opäť dvojicu krúžkov s rovnakým číslom. Po dostatočne veľa opakovaniach dospejeme k tomu, že každá dvojica krúžkov, ktoré sú na tomto obrázku spojené čiarou, musí obsahovať rovnaké číslo:



Lenže takto sa po zelených čiarach vieme dostať z každého krúžku na každý, t.j. čísla vo všetkých krúžkoch musia byť rovnaké. Súčet čísel v každej trojici susediacich krúžkov je však 18, a teda v každom krúžku musí byť číslo 18 : 3 = 6.



Súčet čísel vo vyznačených fialových krúžkoch je preto 6 + 6 = 12.

Úloha 07. *Nina veľmi rada pije kávu. Pije ju v kaviarni, kde jedna káva stojí 2 €. Tento obchod má ale vernostnú akciu. Vždy, keď zákazník dopije kávu, dostane jeden kupón. Za každých 5 kupónov dostane kávu zadarmo, ku ktorej taktiež dostane kupón. Nina tento rok na svoju záľubu minula už 290 € a všetky použité kupóny boli jej vlastné. Koľko najviac káv mohla Nina vypiť?*

<u>Výsledok:</u> 181
<u>Riešenie:</u> Vieme, že ak si Nina kúpi 5 káv za 10 €, jednu kávu dostane zadarmo. Za kávu sa jej jeden z piatich kupónov vráti a teda ďalšiu kávu zadarmo získa, ak si kúpi už len 4 kávy. Prvých 10 € teda minula na 6 káv. Zo zostávajúcich 290 € - 10 € = 280 € bude kupovať už po 5 káv za cenu štyroch, čo je 8 €. Vieme, že toto sa stane 280 € : 8 € = 35-krát. Teda Nina spolu vypila už tento rok 6 + 35 · 5 = 181 káv.

Úloha 08. *Peťo položil na podlahu baktériu do bodu X. Tá sa ihneď rozdelila na 4 baktérie, ktoré sa vydali do 4 svetových strán. Po minúte prešla každá baktéria 1 mm svojím smerom. Tu sa každá z nich opäť rozdelila na 4, ktoré sa rozbehli na všetky svetové strany, aby po ďalšej minúte spravili to isté. Koľko baktérií bude v bode X po 4 minútach?*

<u>Výsledok:</u> 36
<u>Riešenie:</u> Predstavme si miesta, v ktorých sa nachádzajú baktérie, ako políčka veľkej šachovnice. Každú minútu sa každá baktéria rozdelí na 4 nové baktérie, ktoré prejdú do 4 susedných políčok. To nám dáva pomerne jednoduchý spôsob, ako počítať počet baktérií v danom políčku v danej minúte: pozrieme sa na počet baktérií v políčkach susediacich s týmto políčkom v predošlej minúte a každá baktéria prispeje jednou baktériou do počtu batérií v tomto políčku na konci tejto minúty. Prakticky tak budeme do políčok šachovnice písať čísla – počet baktérií v tomto políčku na konci príslušnej minúty. Šachovnicu pre nasledujúcu minútu potom dostaneme z tejto tak, že pre každé políčko sčítame čísla v štyroch susediacich políčkach.
Na začiatku, v nultej minúte, máme jednu baktériu vo fialovom políčku (zodpovedajúcemu bodu X). Hľadáme číslo, ktoré bude vo fialovom políčku po 4 opakovaniach postupu z predošlého odseku. Tak ho spravme (pre prehľadnosť nepíšme nuly do políčok, v ktorých nie sú žiadne baktérie):

0. minúta

				1				

1. minúta

				1				
			1		1			
				1				

2. minúta

				1				
			2		2			
		1		4		1		
			2		2			
				1				

3. minúta

				1				
			3		3			
		3		9		3		
	1		9		9		1	
		3		9		3		
			3		3			
				1				

4. minúta

				1				
			4		4			
		6		16		6		
	4		24		24		4	
1		16		36		16		1
	4		24		24		4	
		6		16		6		
			4		4			
				1				

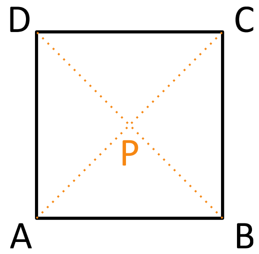
Počet baktérií vo fialovom políčku (resp. bode X) po 4 minútach je 36.

Poznámka: Vo výpočte v štvrtej minúte sme nepotrebovali spočítať čísla vo všetkých políčkach, ale stačilo by spočítať iba číslo vo fialovom políčku. Podobne sme si mohli niektoré počítania ušetriť aj v tretej minúte.

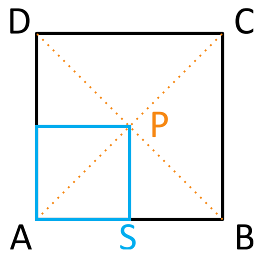
Úloha 09. *Miško si do školy nosí na desiatu buď chlieb, alebo rožok. Miško ale má rád zmenu, a preto by nechcel mať žiadne dva týždne rovnaké desiate. To, že by mal nejaké dva týždne rovnaké desiate znamená, že by mal v oboch týždňoch vždy v rovnaké dni to isté pečivo (teda napríklad, že by mal chlieb, rožok, chlieb, chlieb a rožok v tomto poradí v dvoch rôznych týždňoch). Koľko najviac týždňov vie Miško meniť svoje desiate tak, aby nemusel mať žiadne dva týždne rovnaké?*

Výsledok: 32
Riešenie: Pozrime sa na to, koľko má Miško rôznych možností, aké desiate si môže zobrať počas týždňa do školy. Každý deň má Miško na výber z dvoch možností, pričom školský týždeň má 5 dní. Počet všetkých možností, aké desiaty si môže počas školského týždňa zobrať, je teda $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$. Miško vie teda svoje desiate meniť najviac 32 týždňov tak, aby žiadne dva týždne nemal úplne rovnaké.

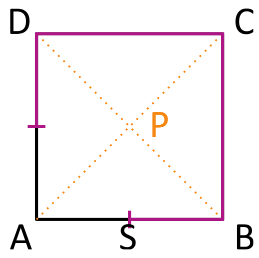
Úloha 10. *Laura si nakreslila štvorec ABCD so stranou dlhou 10 cm. Priesečník jeho uhlopriečok označila P. Potom na obvode vyznačila fialovou všetky body, ktoré sú bližšie k bodu P ako k bodu A. Tým dostala na obvode niekoľko fialových úsečiek. Aký je súčet dĺžok týchto fialových úsečiek v centimetroch?*



Výsledok: 30
Riešenie: Na obvode štvorca ABCD sú dva body, ktoré sú rovnako vzdialené od bodu A ako od bodu P. Konkrétne ide o stredy strán AB a AD. Tie sú rovnako vzdialené od bodov A a P, lebo sú vrcholmi modrého štvorca na obrázku:



Ak sa posunieme po strane AB od bodu S k bodu A, tak sa priblížime k bodu A a vzdialime od bodu P. Tieto body sú preto bližšie k bodu A ako k bodu P, a preto nebudú fialové. Ukážeme, že ostatné body strany AB sú bližšie k bodu P ako k bodu A. Nazvime X nejaký bod na úsečke SB. Vzdialenosť bodu X od bodu A vieme spočítať ako $|AX| = |AS| + |SX|$. Lenže úsečka XP je jednou stranou trojuholníka PSX. Dve jeho strany sú ale dlhé $|PS| = |AS|$ a $|SX|$. Aby to bol trojuholník, tak musí platiť trojuholníková nerovnosť $|PX| < |PS| + |SX|$. Takže $|PX| < |PS| + |SX| = |AS| + |SX| = |AX|$, čiže bod X je bližšie k bodu P ako k bodu A. K podobnému záveru dospejeme aj na strane AD.
Na stranách BC a DC je situácia ešte jednoduchšia. Všetky body týchto strán sú od A vzdialené o aspoň $|AB|$, kým od bodu P o najviac $|PB|$. Lenže zjavne je úsečka AB (strana štvorca) dlhšia ako úsečka PB (polovica uhlopriečky štvorca). To platí napríklad kvôli trojuholníkovej nerovnosti v trojuholníku PSB: $|AB| = |PS| + |SB| < |PB|$. Preto sú všetky body na stranách BC a DC bližšie k bodu P ako k bodu A.
Všetky fialové body sú tak vyznačené na tomto obrázku:



Na stranách AB a AD tvoria fialové úsečky polovicu tejto strany, takže sú dlhé 10 cm : 2 = 5 cm. Strany BC a DC sú celé fialové, takže tu majú fialové úsečky dĺžku 10 cm. Súčet dĺžok fialových úsečiek je tak 5 cm + 10 cm + 10 cm + 5 cm = 30 cm.

Úloha 11. *Šimon a Alex si dnes 10. novembra o 12:00 nastavili svoje ručičkové hodinky na správny čas. O niekoľko dní prišli na to, že Alexove hodinky idú mierne popredu – každú skutočnú hodinu sa posunú o sekundu dopredu. Šimonove hodinky sa zas oneskorujú – každú skutočnú hodinu sa oneskoria o jeden a pol sekundy. Šimon s Alexom sa hneď zamysleli: o koľko dní budú Šimonove a Alexove hodinky ukazovať rovnaký čas?*

Výsledok: 720
Riešenie: Každý deň sa posunú Alexove hodinky o 24 · 1 = 24 sekúnd dopredu, kým Šimonove hodinky sa posunú o 24 · 1,5 = 36 sekúnd dozadu. Každý deň sa tak zvýši rozdiel medzi Alexovými a Šimonovými hodinkami o 24 + 36 = 60 sekúnd, teda o presne 1 minútu. Hodinky majú ciferník s číslami od 1 do 12, takže Alexove a Šimonove hodinky budú ukazovať rovnaký čas najskôr vtedy, keď sa rozdiel medzi ich hodinkami zvýši na 12 hodín. Týchto 12 hodín obsahuje 12 · 60 = 720 minút. O toľko sa musí zvýšiť rozdiel medzi Alexovými a Šimonovými hodinkami. Keďže každý deň sa rozdiel medzi ich hodinkami zvýši o 1 minútu, tak dosiahnuť rozdiel 720 minút bude trvať 720 dní. Šimonove a Alexove hodinky preto budú ukazovať rovnaký čas o 720 dní (čiže skoro o dva roky).

Úloha 12. *Katka si myslí, že pekné čísla sú len také, ktoré sa dajú napísať ako súčin dvoch rovnakých prirodzených čísel. Koľko je takýchto pekných čísel väčších ako 101 a menších ako 9999?*

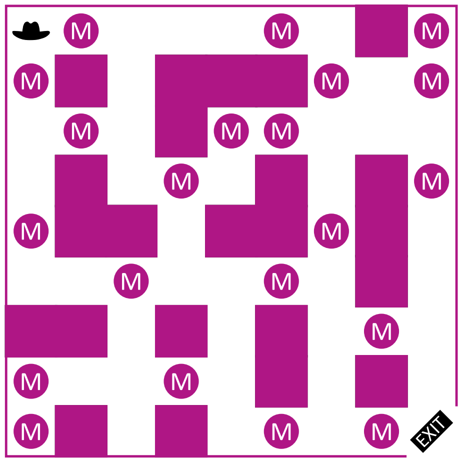
Výsledok: 89
Riešenie: Namiesto hľadania pekných čísel v danom rozmedzí hľadajme, ktoré čísla môžeme vynásobiť samé sebou, aby sme dostali číslo väčšie ako 101 a menšie ako 9999. Pri tom si všimnime, že 10 · 10 = 100 a 11 · 11 = 121. Takže najmenšie prirodzené číslo, ktoré môžeme vynásobiť samé sebou a dostať číslo väčšie ako 101, je číslo 11. Podobne z opačnej strany. Platí 100 · 100 = 10000 a 99 · 99 = 9801, takže najväčšie číslo, ktoré môžeme vynásobiť samé sebou a dostať súčin menší ako 9999, je číslo 99.
Pekné čísla väčšie ako 101 a menšie ako 9999 sú teda 11 · 11, 12 · 12, ..., 98 · 98 a 99 · 99. Každé z čísel 11 až 99 určuje presne jedno pekné číslo. Týchto čísel od 11 po 99 je 99 - 10 = 89. Pekných čísel väčších ako 101 a menších ako 9999 je preto 89.

Úloha 13. *Terka si začala na papier písať čísla. Na začiatok si na papier napísala číslo 24. Potom pridávala ďalšie čísla podľa nasledovných pravidiel:*
- Ak je posledné napísané číslo nepárne, tak ho Terka vynásobí tromi, pričíta jednotku a výsledok zapíše ako ďalšie číslo.
- Ak je posledné napísané číslo párne, tak ho Terka vydelí dvomi a výsledok zapíše ako ďalšie číslo. Po istom čase Terka na papier napíše prvýkrát číslo 1. Koľko čísel bude mať Terka v tom momente napísaných na papieri (vrátane čísel 24 a 1)?

<u>Výsledok:</u> 11

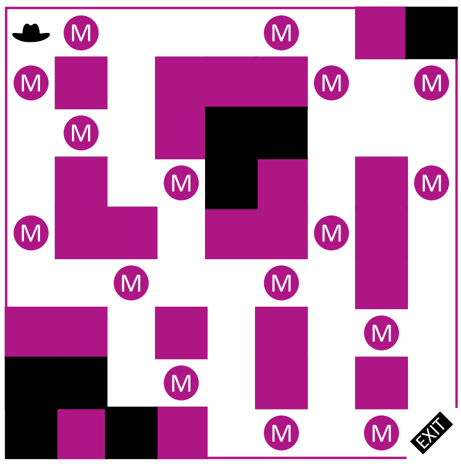
<u>Riešenie:</u> Terka si na papier postupne napíše čísla 24, 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2 a 1. To je spolu 11 čísel.

Úloha 14. *Indiana Jones sa ocitol v miestnosti s pokladom. Vyzerá tak ako na obrázku, pričom Indiana Jones sa nachádza v jej ľavom hornom rohu. Miestnosť je ale veľmi nestabilná a o chvíľu sa zrúti. Indiana Jones sa tak chce dostať k východu v pravom dolnom rohu najkratšou možnou cestou. Preto sa bude pohybovať iba doprava a nadol. Cestou bude zbierať matbojové dukáty. Koľko najviac matbojových dukátov môže Indiana pozbierať cestou k východu?*

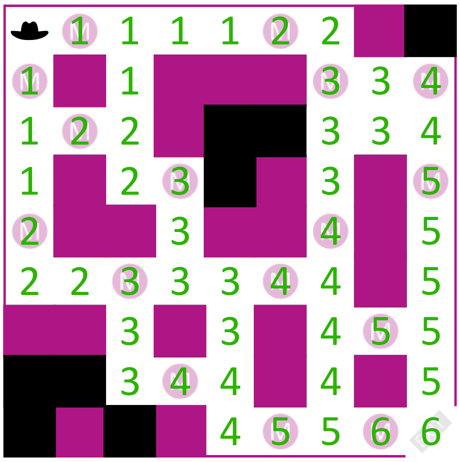


<u>Výsledok:</u> 6

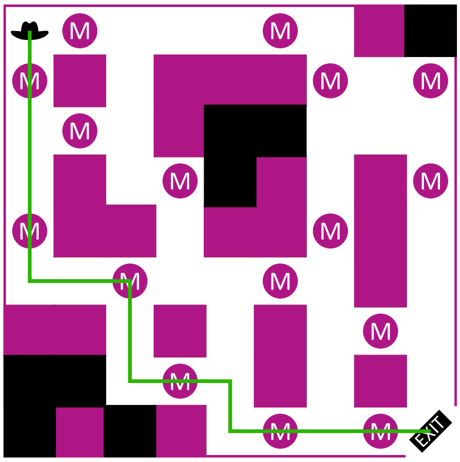
<u>Riešenie:</u> V miestnosti je niekoľko miest, do ktorých sa Indiana Jones nevie dostať pohybmi doprava a nadol. Taktiež sú v nej „políčka“, z ktorých sa Indiana Jones už nevie dostať k východu. Preto si všetky takéto políčka začiernime a neuvažujme ich:



Ku každému políčku si vieme pripísať číslo, ktoré označuje, koľko najviac dukátov môže Indiana Jones pozbierať cestou na toto políčko. Spravíme to takto. Pôjdeme od ľavého rohu a na budeme na jednotlivé políčka písať čísla. Ak sa na nejaké políčko vieme dostať iba z jedného iného políčka, tak na toto políčko napíšeme číslo z toho políčka, z ktorého sa na toto políčko vieme dostať. Ak sa však dá na toto políčko dostať z viacerých políčok, tak na toto políčko napíšeme najväčšie z čísel z políčok, z ktorých sa dá na toto políčko dostať (Indiana Jones si cestou na toto políčko vyberie tú cestu, ktorou pozbiera viac dukátov). Okrem toho ak sa na políčku nachádza dukát, tak zvýšime číslo, ktoré máme napísať, o 1. Keď podľa týchto pravidiel vyplníme všetky políčka, dostaneme to, čo na tomto obrázku:



Z neho vidíme, že cestou k východu pozbiera Indiana Jones najviac 6 mincí, a to tým, že pôjde cez miestnosť takýmto spôsobom:



Úloha 15. *Partia kamarátov šla po škole na kofolu. Veľká kofola stojí 1,50 € a malá kofola 1,10 €. Kamaráti si objednali a zaplatili presne 14 €. Koľko nápojov si kamaráti objednali?*

Výsledok: 12

Riešenie: Sledujme centy. Suma, ktorú kamaráti zaplatili, je v celých eurách. Všetky zaplatené centy sa tak musia sčítať na celé eurá. Aby sa tak stalo, musí byť počet malých kofôl násobkom 5 – ináč by sme nevedel pomocou veľkých kofôl nasčítať sumu na celé eurá. Rozoberme tak jednotlivé možnosti:

Ak si kamaráti objednali 0 malých kofôl, tak veľké kofoly stáli 14 €. Lenže 9 veľkých kofôl stojí iba $9 \cdot 1{,}50$ € = 13,50 € a 10 veľkých kofôl až $10 \cdot 1{,}50$ € = 15 €. Táto možnosť nevyhovuje.

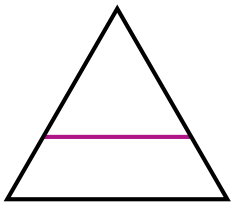
Ak si kamaráti objednali 5 malých kofôl, tak za ne zaplatili $5 \cdot 1{,}10$ € = 5,50 €. Veľké kofoly teda stáli spolu 14 € - 5,50 € = 8,50 €. Avšak 5 veľkých kofôl stojí iba $5 \cdot 1{,}50$ € = 7,50 € a 6 veľkých kofôl stojí až $6 \cdot 1{,}50$ € = 9 €. Preto ani táto možnosť nevyhovuje.

Ak si kamaráti objednali 10 malých kofôl, tak za ne zaplatili $10 \cdot 1{,}10$ € = 11 €. Veľké kofoly stáli 14 € - 11 € = 3 €, čo zodpovedá presne 2 veľkým kofolám ($2 \cdot 1{,}50$ € = 3 €).

Ak by si kamaráti objednali 15 alebo viac malých kofôl, zaplatili by aspoň $15 \cdot 1{,}10$ € = 16,50 €, čo je viac ako 14 €.

Kamaráti si teda objednali 2 veľké a 10 malých kofôl, čo je spolu 2 + 10 = 12 nápojov.

Úloha 16. *Paťo si nakreslil trojuholník, ktorého všetky strany mali dĺžku 24 cm. Nakreslil doň aj úsečku ako na obrázku. Táto úsečka rozdelila veľký trojuholník na menší trojuholník, ktorého všetky strany boli rovnako dlhé, a štvoruholník. Obvod vzniknutého štvoruholníka bol 54 cm. Aká bola dĺžka úsečky, ktorú Paťo nakreslil, v centimetroch?*

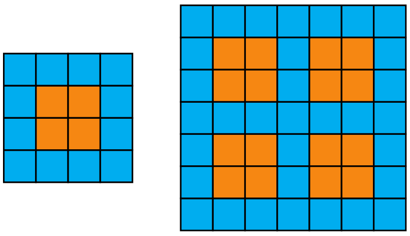


Výsledok: 18

Riešenie: Veľký trojuholník má všetky strany s dĺžkou 24 cm, čiže jeho obvod je 24 cm + 24 cm + 24 cm = 72 cm. Porovnajme obvod tohto trojuholníka a štvoruholníka s obvodom 54 cm. Na obvode tohto trojuholníka sa nachádzajú tri zo štyroch strán štvoruholníka. Štvrtá zo strán tohto štvoruholníka je tá, ktorej dĺžka nás zaujíma. Podľa zadania je rovnako dlhá ako zvyšné strany menšieho trojuholníka. Tieto dve strany ale tvoria tú časť obvodu veľkého trojuholníka, ktorá nie je spoločná so štvoruholníkom. Štvoruholník tak má oproti spoločnej časti navyše jednu úsečku s hľadanou dĺžkou, kým veľký trojuholník má na obvode o dve úsečky s hľadanou dĺžkou viac. Z toho vyplýva, že obvod veľkého trojuholníka je oproti obvodu štvoruholníka väčší presne o dĺžku hľadanej úsečky.

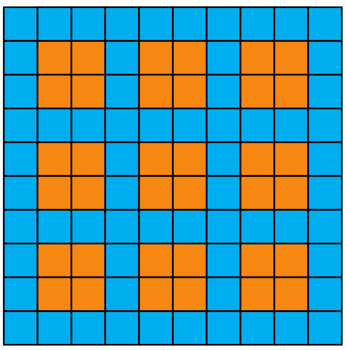
Paťo preto nakreslil úsečku dlhú 72 cm - 54 cm = 18 cm.

Úloha 17. *Adam vytvoril nový dizajn pre stenu z kachličiek vo svojej kúpeľni – takzvaný okienkový vzor. Okienkový vzor pre 1 okienko a pre 4 okienka vidíš na obrázku. V prvom prípade je použitých 12 modrých a 4 oranžové kachličky, v druhom prípade 33 modrých a 16 oranžových kachličiek. Koľko modrých kachličiek sa použije v okienkovom vzore pre 9 okienok?*



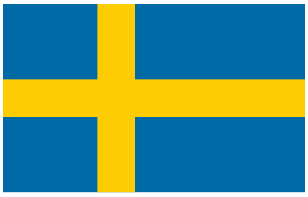
Výsledok: 64

Riešenie: Okienkový vzor pre 9 okienok bude vyzerať takto:

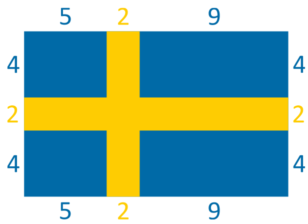


Počet modrých kachličiek môžeme rovno spočítať na obrázku. Počet modrých kachličiek by sme však vedeli spočítať aj bez nakreslenia si tohto obrázku. V okienkovom vzore pre 9 okienok tvoria kachličky „tabuľku“ s 10 riadkami a 10 stĺpcami: 3 · 2 = 6 stĺpcov zodpovedá stĺpcom, v ktorých sa nachádzajú okienka, 2 stĺpce oddeľujú okienka a 2 stĺpce sú po krajoch. Podobne to je aj s riadkami. V okienkovom vzore pre 9 okienok je preto 10 · 10 = 100 kachličiek oboch farieb. Oranžové kachličky tvoria 9 okienok, pričom v každom okienku sú 4 oranžové kachličky. Všetkých oranžových kachličiek je teda 9 · 4 = 36. To znamená, že v okienkovom vzore pre 9 okienok sa použije 100 - 36 = 64 modrých kachličiek.

Úloha 18. *Keď Róberta išla na výmenný pobyt do Švédska, rozhodla sa nakresliť si ich vlajku. Jej výtvor vidíš na obrázku. Nakreslila ju tak, aby aj zvislý, aj vodorovný žltý pás mali šírku 2 cm. Ľavé dva modré obdĺžniky majú rozmery 5 cm × 4 cm, pravé dva zas rozmery 9 cm × 4 cm. Aký je obvod celej vlajky v centimetroch?*

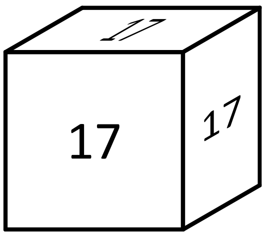


Výsledok: 52
Riešenie: Žlté pásy idú naprieč švédskou vlajkou tak, že ľavé modré obdĺžniky musia mať jednu stranu rovnako dlhú ako pravé modré obdĺžniky. Rozmery týchto obdĺžnikov sú také, že dĺžka tejto rovnako dlhej strany musí byť 4 cm. Všetky modré obdĺžniky tak majú zvislú stranu dlhú 4 cm. Vďaka tomu si do obrázka vieme vyznačiť dĺžky úsečiek na obvode vlajky v centimetroch:



Z toho už ľahko spočítame, že obvod celej švédskej vlajky je 52 cm.

Úloha 19. *Kubo na povale vyhrabal starú drevenú kocku a osem nálepiek s číslami 1 až 8. Celý natešený z tohto objavu nalepil nálepky na vrcholy kocky, na každý vrchol jednu. Potom pre všetky steny spočítal súčet čísel vo vrcholoch prislúchajúcich danej stene a tento súčet napísal na túto stenu. Niektoré zo súčtov vidíš na obrázku. Aký súčet je napísaný na spodnej stene kocky?*



Výsledok: 19
Riešenie: Súčet čísel na všetkých nálepkách je 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36. Všimnime si, že každá nálepka prispieva buď do súčtu na hornej stene, alebo na spodnej stene kocky. Vieme, že čísla prispievajúce do súčtu na hornej stene, majú súčet 17, takže na spodnej stene musí byť napísaný súčet 36 - 17 = 19.

Úloha 20. *Maťkove obľúbené dni sú také v ktorých je poradové číslo dňa v mesiaci násobkom poradového čísla mesiaca. Napríklad Maťko má rád Štedrý deň (24.12.), lebo 24 je násobkom 12. Koľko dní v roku sa Maťkovi páči?*

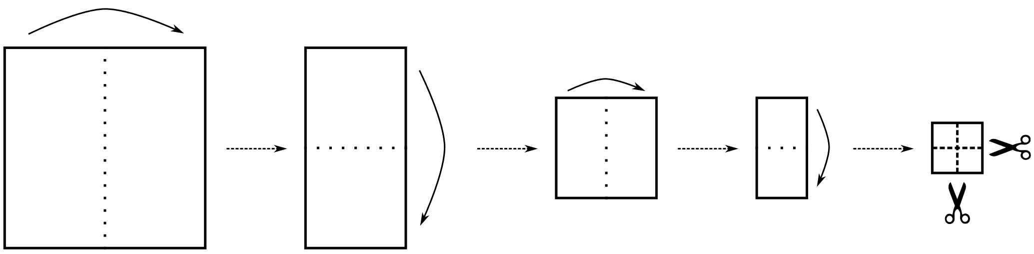
Výsledok: 90
Riešenie: V januári sa Maťkovi páči všetkých 31 dní, pretože všetky prirodzené čísla sú násobkom 1. Vo februári sa Maťkovi páčia všetky dni s párnym poradovým číslom, čiže 28 : 2 = 14 dní. (Môžeme si všimnúť, že počet dní, ktoré sa Maťkovi počas roka páčia, nezávisí od toho, či je rok priestupný.) V marci všetky dni s poradovým číslom deliteľným 3, čiže 31 : 3 = 10 zvyšok 1, nás ale zaujíma iba koľko dní je deliteľných tromi a to je teda 10.
V apríli všetky dni s poradovým číslom deliteľným 4, čiže 30 : 4 = 7 zvyšok 2, čiže 7 dní.
V máji všetky dni s poradovým číslom deliteľným 5, čiže 31 : 5 = 6 zvyšok 1, čiže 6 dní.
V júni počet dní vypočítame ako 30 : 6 = 5, čiže 5 dní.
Pre júl platí 31 : 7 = 4 zv. 3, čiže 4 dni.
Pre august platí 31 : 8 = 3 zv. 7, čiže 3 dni.
Pre september platí 30 : 9 = 3 zv. 3, čiže 3 dni.
Pre október platí 31 : 10 = 3 zv. 1, čiže 3 dni.
Pre november platí 30 : 11 = 2 zv. 8, čiže 2 dni.
Pre december platí 31 : 12 = 2 zv. 7, čiže 2 dni.
Spolu je to 31 + 14 + 10 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 = 90 dní.

Úloha 21. *Filip sa hral s palindrómami. Našiel najmenšie také trojciferné číslo, ktoré nebolo palindrómom, ale dalo sa zapísať ako súčet dvoch dvojciferných palindrómov. Aké číslo Filip našiel?*

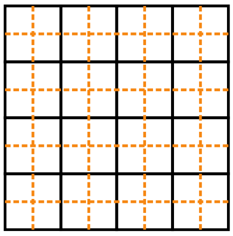
Poznámka: Palindróm je také číslo, ktoré je rovnaké, keď ho čítame odpredu aj odzadu. Napríklad číslo 12321 je päťciferný palindróm.

Výsledok: 110
Riešenie: Všetky dvojciferné palindrómy sú násobkami čísla 11, a teda aj súčet dvoch z nich musí byť násobkom čísla 11. Najmenší trojciferný násobok čísla 11 je číslo 110, ktoré vieme získať ako súčet dvoch dvojciferných palindrómov rovno viacerými spôsobmi (11 + 99, 22 + 88, ...). A keďže 110 nie je palindróm, Filip našiel práve číslo 110.

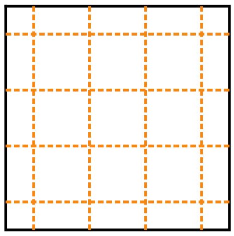
Úloha 22. *Jožko sa už pripravuje na Vianoce vystrihovaním ozdôb. Jeho výtvory však ani zďaleka nevyzerajú ako ozdoby. Dnes si zobral štvorcový papier a štyrikrát ho prehol ako na obrázku. Potom vzal nožnice a rozstrihol poskladaný papier podľa čiarkovaných čiar. Po rozprestrení papiera Jožko zistil, že dostal prekvapivo veľa kúskov papiera. Na koľko častí sa Jožkovi rozpadol papier?*



Výsledok: 25
Riešenie: Ak by Jožko poskladal papier, ale nerozstrihal ho, tak by na pôvodnom štvorcovom papieri tvorili ohyby papiera mriežku 4 × 4 štvorčeky. Každý zo štvorčekov tejto mriežky by bol rovnako veľký ako štvorček, ktorý napokon Jožko rozstrihol. Pri strihaní rozstrihol Jožko každý malý štvorček spomínanej mriežky dvomi strihmi. Strihy na tejto mriežke preto vyzerajú takto:



Alebo bez čiar naznačujúcich ohyby papiera:

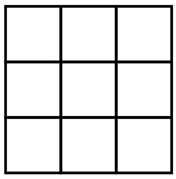


Tu už ľahko spočítame, že papier sa rozpadne na 25 častí.

Poznámka: Aby sme si zjednodušili záverečné počítanie všetkých kúskov, mohli sme si všimnúť, že každý kúsok, na ktorý sa Jožkov papier rozpadne, bude obsahovať presne 1 mrežový bod spomínanej mriežky 4 × 4.

Úloha 23. *Patrik je vášnivý šachista, ale aj matematik. Minule sa mu do rúk dostala šachovnica 3 × 3. Patrik hneď spočítal, koľko obdĺžnikov určujú čiary na tejto šachovnici. Koľko obdĺžnikov Patrik napočítal?*

Poznámka: Štvorce považujeme tiež za obdĺžniky.

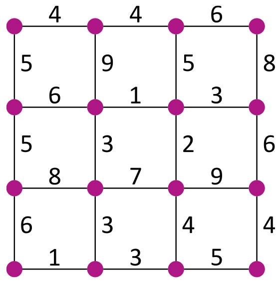


Výsledok: 36
Riešenie: Každý obdĺžnik, ktorý Patrik započíta, musí mať niekde svoje vrcholy. Počítajme obdĺžniky podľa toho, kde budú mať svoj ľavý horný vrchol. Ku každému priesečníku čiar na šachovnici si preto pripíšme, koľko obdĺžnikov má v tomto bode ľavý horný vrchol. Dostaneme niečo takéto:

9	6	3
6	4	2
3	2	1

Teraz už len stačí spočítať všetky napísané čísla. Dostávame, že Patrik napočítal 36 obdĺžnikov.

Úloha 24. *Kráľ Matbojova sa rozhodol postaviť nové cesty medzi mestami v kráľovstve. Kráľovi radcovia zistili, koľko matbojových dukátov by takéto cesty stáli. Vytvorili plánik ako na obrázku – krúžky zodpovedajú jednotlivým mestám, čiary zodpovedajú možným cestám a číslo nad čiarou zodpovedá cene za postavenie tejto cesty. Kráľ by chcel postaviť cesty tak, aby sa z každého mesta v kráľovstve dalo po nových cestách dostať do každého iného mesta. Koľko najmenej matbojových dukátov bude takáto výstavba stáť?*

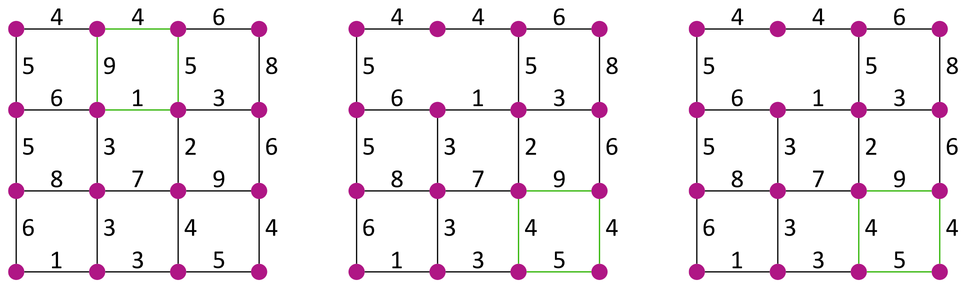


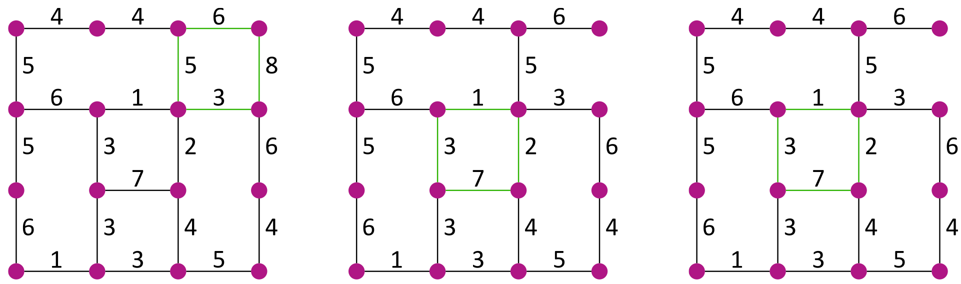
Výsledok: 54

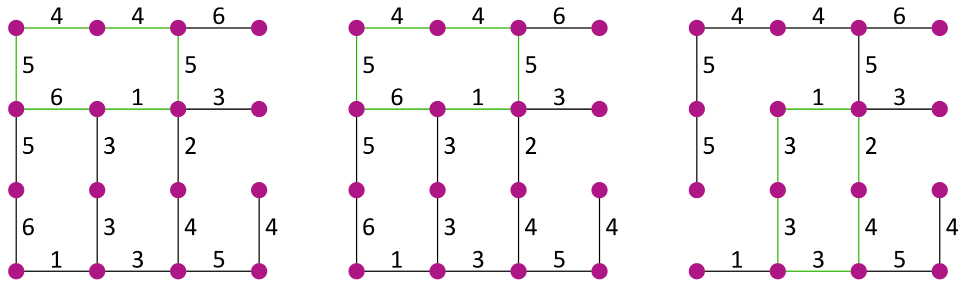
Riešenie: Zamyslime sa, ako bude situácia vyzerať po postavení všetkých ciest. Určite sa nemôže stať, že by sme mohli vyjsť z nejakého mesta, prejsť po cestách a vrátiť sa do tohto mesta inou cestou. Prečo? Predpokladajme, že vieme spraviť takúto okružnú trasu. Z každého mesta sa vieme na konci dostať do každého iného mesta. To je ale rovnaké, ako povedať, že z každého mesta sa vieme dostať do jedného konkrétneho mesta. Napríklad toho, z ktorého sme začali našu okružnú trasu. Ak by sme nepostavili niektorú z ciest tejto okružnej trasy, tak by sme znížili cenu všetkých ciest. Zároveň by sme ale zachovali, že sa dá z každého mesta dostať do začiatku tejto okružnej trasy – z miest na okružnej trase sa vieme dostať do tohto mesta a z ostatných miest sme sa vedeli dostať buď do začiatku okružnej trasy, alebo do nejakého iného mesta na okružnej trase, z ktorého sa potom už vieme dostať do začiatku okružnej trasy. Takže odstránením okružnej cesty sme znížili cenu za výstavbu ciest – preto v prípade s minimálnou cenou nebudú žiadne okružné trasy.

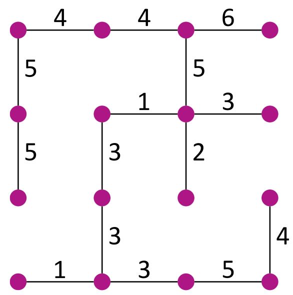
Po vybudovaní ciest tak nebudeme mať medzi mestami žiadnu okružnú trasu. My chceme, aby bola celá výstavba ciest čo najlacnejšia. Preto musíme z každej okružnej trasy, ktorej zamedzíme nevybudovaním niektorej cesty na nej, nevybudovať čo najdrahšiu cestu. Stratégia hľadania ciest, ktoré nevybudujeme, tak bude nasledovná: vždy sa pozrieme na nejakú okružnú trasu a zmažeme z nej najdrahšiu cestu. Toto budeme opakovať, kým budú existovať nejaké okružné cesty.

Aplikácia tohto postupu bude vyzerať ako na obrázku – zelenou je vždy vyznačená okružná trasa, na ktorú sa pozeráme, a potom z nej zmažeme najdrahšiu cestu:









Po dostatočne veľa krokoch už neexistuje žiadna okružná cesta. Dostávame cesty, ktoré máme postaviť, aby bola celá výstavba čo najlacnejšia. V tomto najlacnejšom prípade treba na výstavbu ciest 54 matbojových dukátov.

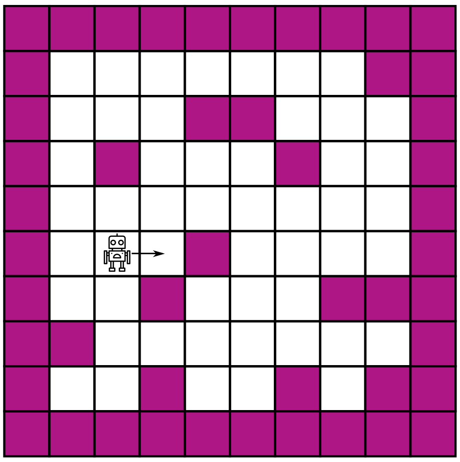
Úloha 25. *Majo, Maťo a Paťo boli na obede v reštaurácii. Keď doobedovali, priniesol im čašník účet na 27 €. Maťo však nemal pri sebe dostatok peňazí, aby zaplatil celú svoju časť. Preto Majo zaplatil za Maťa 3 €. Tým pádom platili všetci rovnako. Koľko eur mal platiť Maťo?*

Výsledok: 12
Riešenie: Ak nakoniec platili všetci rovnako, tak to znamená, že každý z nich musel zaplatiť 27 € : 3 = 9 €. Teda aj Maťo platil 9 €. Ale vieme, že Majo za neho zaplatil ešte 3 €, teda Maťo mal platiť 9 € + 3 € = 12 €.

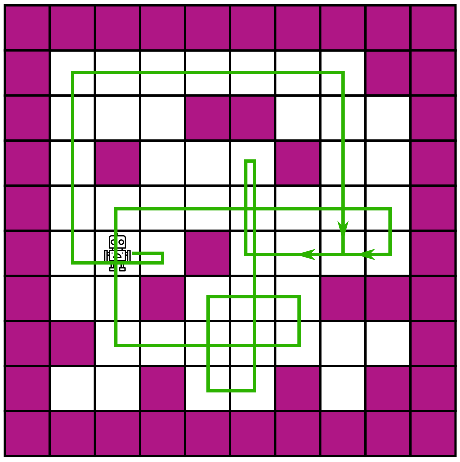
Úloha 26. *Minulú nedeľu sa konal zraz ľudí narodených v novembri. Pri pohľade na počet ľudí, ktorí prišli, zahlásil hlavný organizátor túto vetu: „Aspoň dvaja z nás sa narodili v rovnaký deň novembra.“ Koľko najmenej ľudí prišlo na tento zraz?*

Výsledok: 31
Riešenie: Čo by sa muselo stať, aby bol výrok hlavného organizátora nepravdivý? Musel by sa každý z prítomných na zraze narodiť v iný deň novembra. November má 30 dní, teda najviac 30 ľudí mohlo byť na zraze tak, že by sa narodili v rôzne dni, a teda by sa v žiaden deň nenarodili aspoň dvaja. Ak by ale prišlo čo i len 31 ľudí, tak už sa musia nájsť dvaja takí, ktorí sa narodili v rovnaký deň, takže muselo prísť najmenej 31 ľudí.

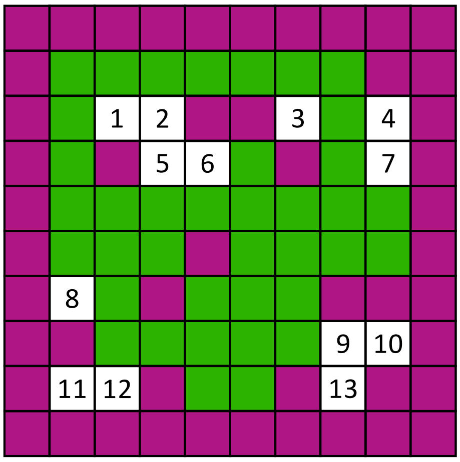
Úloha 27. *Tete si naprogramovala robota. Tete ho položila na štvorčekovú sieť natočeného doprava. Tá pozostáva z bielych políčok, ktoré sú prázdne, a fialových políčok, na ktorých je prekážka. Robot sa po štvorčekovej sieti pohybuje podľa nasledovných pravidiel:*
- Ak je pred robotom prázdne políčko (biele), tak sa naň pohne.
- Ak je pred robotom prekážka (fialové políčko), tak sa robot otočí doprava.
Tete spustila robota a pozorovala, ako sa pohyboval. Všimla si, že na niekoľko prázdnych políčok sa robot nikdy nedostane. Koľko takých políčok je na plániku?



Výsledok: 13
Riešenie: Nakreslime si dráhu robota. Ak v nejakom momente robot opustí štvorček, na ktorom už bol, smerom, ktorým z neho už išiel, tak môžeme prestať kresliť. V tom momente sa už totiž zacyklí a nenavštívi žiadne nové políčko. Dráha robota tak bude vyzerať takto:



Zvýraznime si políčka, na ktorých robot v nejakom momente bol, a spočítajme zostávajúce biele políčka.

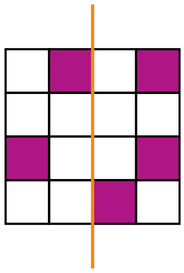


Takže robot sa nikdy nedostane na 13 bielych políčok.

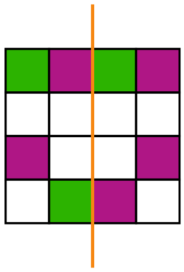
Úloha 28. *Adam osolil polievku 10 g soli. Pre vedúcich to bolo málo, a tak si vedúci museli polievku ešte prisoliť. Druhý raz dal Adam do rovnakého množstva polievky 20 g soli. Aj tak to však bolo málo, ale vedúcim už stačilo na dosolenie polievky dvakrát menšie množstvo soli než minule. Koľko gramov soli mal dať Adam do polievky, aby si ju vedúci nemuseli prisoliť?*

Výsledok: 30
Riešenie: Vedúci si k 20 g soli v polievke museli pridať o polovicu menej, ako keď bolo v polievke 10 g soli. To znamená, že 20 g - 10 g = 10 g soli, ktoré pridal Adam do polievky pri druhom varení, bola polovica toho, čo si tam pridali vedúci predtým. Vedúci si do prvej polievky pridali 2 · 10 g = 20 g soli. Čiže dokonalo osolená polievka podľa vedúcich obsahuje soľ, ktorú tam dal Adam (10 g), a soľ, ktorú ostatní vedúci (20 g), čo je spolu 10 g + 20 g = 30 g.

Úloha 29. *Maťko si nakreslil tabuľku 4 × 4 a niektoré jej políčka zafarbil nafialovo tak ako na obrázku. Chcel by zafarbiť niektoré políčka nafialovo tak, aby bola celá tabuľka súmerná podľa vyznačenej osi. Koľko najmenej políčok musí Maťko zafarbiť?*



Výsledok: 3
Riešenie: V osovej súmernosti budú políčkam v prvom stĺpci zodpovedať políčka v poslednom stĺpci a políčkam v druhom stĺpci zas políčka v treťom stĺpci. Takže ak je v prvom stĺpci nejaké políčko zafarbené, tak musí byť zafarbené aj políčko v poslednom stĺpci, ktoré sa nachádza v rovnakom riadku. Rovnako aj naopak a tiež aj pre druhý a tretí stĺpec. Týmto dostaneme všetky políčka, ktoré musí Maťko určite zafarbiť. Budú to políčka vyznačené zelenou na tomto obrázku:



Maťko teda musí zafarbiť najmenej 3 políčka.

Úloha 30. *Minulý víkend sa po dlhej dobe stretli kamaráti Pat a Mat. Okrem iného Pat v nejakom momente poznamenal: „Ak k svojmu obľúbenému číslu pripočítam tvoje obľúbené číslo, dostanem o 14 väčšie číslo, ako keby som od svojho obľúbeného čísla odčítal tvoje obľúbené číslo.“ Aké je Matovo obľúbené číslo?*

Výsledok: 7
Riešenie: Vieme, že rozdiel medzi číslami, ktoré Pat dostane, je 14. Tieto čísla vzniknú z rovnakého čísla, akurát k jednému pripočítame Matovo obľúbené číslo a od druhého ho odčítame. Preto rozdiel medzi týmito číslami je dvojnásobok Matovho obľúbeného čísla. Matovo obľúbené číslo je teda 14 : 2 = 7.

Úloha 31. *Do 5.A chodí 25 žiakov. Niektorí z nich hrajú volejbal a niektorí z nich hrajú tenis. Iba 3 žiaci nerobia žiaden z týchto dvoch športov. Počet žiakov, ktorí hrajú oba športy, je rovnaký ako počet žiakov, ktorí hrajú iba volejbal. Ak by 4 žiaci, ktorí hrajú iba tenis, prestali hrať tenis, tak by tenis hralo rovnako veľa žiakov ako volejbal. Koľko žiakov hrá aj volejbal, aj tenis?*

Výsledok: 6
Riešenie: Aspoň jeden šport robí 25 - 3 = 22 žiakov. Vieme, že rovnako veľa žiakov hrá iba volejbal a robí oba športy. Okrem toho vieme, že iba tenis hrá o 4 žiakov viac, ako iba volejbal. Takže o týchto 4 žiakoch z 22 vieme určite prehlásiť, že hrajú iba tenis a o zvyšných 22 - 4 = 18 vieme, že rovnako veľa z nich hrá iba volejbal, robí oba športy a hrá iba tenis. Takže oba športy robí 18 : 3 = 6 žiakov 5.A.

Úloha 32. *Štyria kamaráti išli na kúpalisko. Každý z nich dostal kľúč od jednej zo skriniek, kde si odložil veci. Keď kamaráti odchádzali z kúpaliska, pomiešali sa im kľúče, a tak si každý z nich zobral jeden z kľúčov a zamieril k svojej skrinke. Žiaden z kamarátov však nemal kľúč od svojej vlastnej skrinky. Koľkými spôsobmi si mohli zobrať kľúče, aby ani jeden z nich nemal svoj vlastný kľúč?*

Výsledok: 9
Očíslujme kamarátov a aj ich kľúče číslami 1, 2, 3 a 4. Rozoberme možné prípady podľa toho, aký kľúč zobral kamarát 1.
- Ak kamarát 1 zobral kľúč 2.
► Ak kamarát 2 zobral kľúč 1, tak kamarát 3 mohol zobrať iba kľúč 4 a kamarát 4 iba kľúč 3.
► Ak kamarát 2 zobral kľúč 3, tak kamarát 4 mohol zobrať iba kľúč 1 a kamarát 3 iba kľúč 4.
► Ak kamarát 2 zobral kľúč 4, tak kamarát 3 mohol zobrať iba kľúč 1 a kamarát 4 iba kľúč 3.
- Ak kamarát 1 zobral kľúč 3.
► Ak kamarát 3 zobral kľúč 1, tak kamarát 2 mohol zobrať iba kľúč 4 a kamarát 4 iba kľúč 2.
► Ak kamarát 3 zobral kľúč 2, tak kamarát 4 mohol zobrať iba kľúč 1 a kamarát 2 iba kľúč 4.
► Ak kamarát 3 zobral kľúč 4, tak kamarát 2 mohol zobrať iba kľúč 1 a kamarát 4 iba kľúč 2.
- Ak kamarát 1 zobral kľúč 4.
► Ak kamarát 4 zobral kľúč 1, tak kamarát 2 mohol zobrať iba kľúč 3 a kamarát 3 iba kľúč 2.
► Ak kamarát 4 zobral kľúč 2, tak kamarát 3 mohol zobrať iba kľúč 1 a kamarát 2 iba kľúč 3.
► Ak kamarát 4 zobral kľúč 3, tak kamarát 2 mohol zobrať iba kľúč 1 a kamarát 3 iba kľúč 2.
Všetky možnosti, ktoré sme dostali, sú zachytené v tejto tabuľke:

kamaráti	1	2	3	4
možnosť 1	2	1	4	3
možnosť 2	2	3	4	1
možnosť 3	2	4	1	3
možnosť 4	3	4	1	2
možnosť 5	3	4	2	1
možnosť 6	3	1	4	2
možnosť 7	4	3	2	1
možnosť 8	4	3	1	2
možnosť 9	4	1	2	3

Kamaráti si mohli zobrať kľúče 9 spôsobmi.

Úloha 33. *Poštár Pat má naozaj náramný svet. Dnes rozvážal poštu na ulici, kde na jednej strane boli domy s nepárnymi číslami 1, 3, 5, ... a na druhej strane domy s párnymi číslami 2, 4, 6, ... Na oboch stranách ulice je rovnako veľa domov. Pat si všimol, že súčet čísel domov na párnej strane je o 21 väčší ako súčet čísel domov na nepárnej strane. Koľko domov je na tejto ulici?*

Výsledok: 42
Riešenie: Zoberme si, že by sme najskôr mali prázdnu ulicu, teda súčty čísel domov na oboch stranách by boli rovnaké. Vieme, že na oboch stranách má byť rovnaký počet domov, a sú číslované postupne od 1. Môžeme preto akoby pridávať postupne domy po dvojiciach, vždy na každú stranu ulice jeden dom, pričom na nepárnu stranu pridáme dom s číslom o jeden menším ako na párnu stranu. Každou pridanou dvojicou domov sa teda zvýši súčet čísel domov na párnej strane o 1 viac, ako súčet čísel

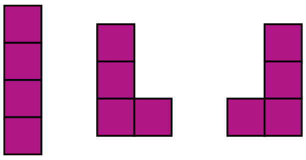
domov na nepárnej strane. My potrebujeme, aby bol súčet na párnej strane až o 21 väčší, teda potrebujeme pridať 21 dvojíc domov. Na ulici teda musí byť $21 \cdot 2 = 42$ domov.

Úloha 34. *Jaro dostal balenie malých plastových figúrok zvieratiek. Zistil, že keď skúsi rozložiť zvieratká do 3 rovnako veľkých radov, 1 zvieratko mu zvýši. Keď to skúsi so 4 radmi, zostanú mu 2 zvieratká. Podobne s 5 radmi mu zostanú 3 zvieratká a so 6 radmi až 4 zvieratká. Koľko najmenej zvieratiek mal Jaro v balení?*

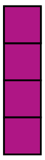
Výsledok: 58
Riešenie: Keby mal Jaro o 2 zvieratká viac, tak by mu vo všetkých prípadoch zostalo toľko zvieratiek, koľko mal radov. Takže by tieto zvieratká nazvyš vedel rozdeliť po jednom do všetkých radov a žiadne by mu nezvýšili. To znamená, že ak by mal Jaro o 2 zvieratká viac, vedel by ich rozdeliť do 3, 4, 5 a aj 6 radov. Počet zvieratiek tak musel byť násobkom týchto štyroch čísel. Najmenšie číslo, ktoré je násobkom 3, 4, 5 a 6, je číslo 60. Jaro mal preto v balení najmenej 60 - 2 = 58 zvieratiek.

Úloha 35. *Andrej si zariaďuje svoj nový byt. Kúpil si doň 4 úplne rovnaké taburetky, ktoré vyzerali ako veľké kocky. Rozhodol sa, že ich v byte umiestni tak, aby všetky taburetky stáli na zemi, a aby sa každá taburetka dotýkala celou bočnou stenou nejakej inej taburetky. Pred umiestňovaním si ale zistil, akými spôsobmi ich môže uložiť. Všetky takéto spôsoby si nakreslil. Koľko rôznych spôsobov uloženia týchto 4 úplne rovnakých taburetiek existuje?*

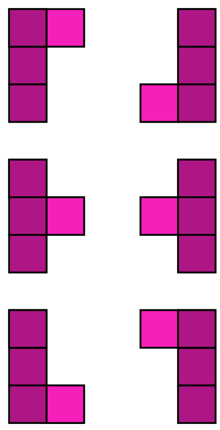
Poznámka: Uloženia taburetiek, z ktorých jedno vznikne otočením druhého, považujeme za rovnaké. Na obrázku sú nakreslené tri rôzne uloženia taburetiek.



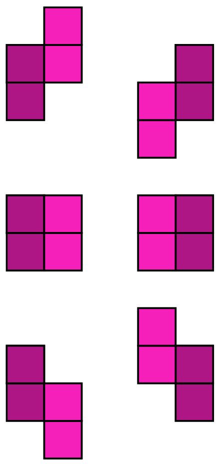
Výsledok: 7
Riešenie: Uloženia taburetiek si môžeme rozdeliť podľa toho, koľko najviac taburetiek je v jednom rade.
Prvá možnosť je, že budú všetky štyri taburetky v rade, taká možnosť je iba jedna:



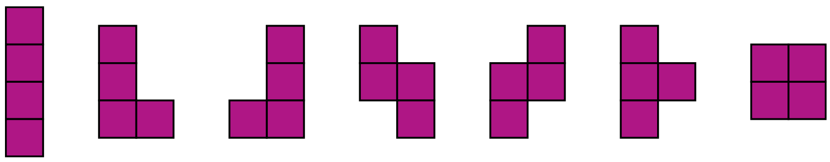
Ďalšia možnosť je, že budú v rade tri taburetky, a teda ešte k nim potrebujeme pridať štvrtú (na obrázkoch svetlejšou farbou). Tú vieme pridať k ľubovoľnej z týchto troch taburetiek buď zľava, alebo sprava, čo je $3 \cdot 2 = 6$ možností. Avšak každá z týchto možností má svoju dvojičku, ktorá je po otočení rovnaká. Takže rôzne možnosti sú iba 3:



Posledná možnosť je, že budú najviac dve taburetky v rade. Podobne ako predtým, ak už máme dve v rade, tak existuje 6 spôsobov, ktorými k nim vieme pridať zvyšné dve (na obrázku svetlejšou farbou) tak, aby sme nedostali nikde 3 v rade. Ale aj tu platí, že každá z týchto možností má svoju dvojičku, takže aj v tomto prípade máme 3 možnosti:



Najviac jedna taburetka v rade byť zjavne nemôže, keďže vždy musia byť aspoň 2 vedľa seba. Spolu teda máme 7 možných uložení taburetiek.



Úloha 36. *Tomáš má zvláštnu kalkulačku. Má na nej totiž len dve tlačidlá: „+ 2“ a „× 3“. Prvé z nich pričíta k číslu na displeji číslo 2 a výsledok vypíše na displej. Druhé z nich vynásobí číslo na displeji číslom 3 a výsledok vypíše na displej. Tomášovi teraz na displeji svieti číslo 1, no chcel by na displej dostať číslo 2022. Koľkými spôsobmi môže Tomáš postláčať tlačidlá, aby sa mu to podarilo?*

Výsledok: 0
Riešenie: Na začiatku má Tomáš na displeji číslo 1, čo je nepárne číslo. Keď k nepárnemu číslu pričítame párne číslo 2, dostaneme opäť nepárne číslo. Rovnako keď vynásobíme nepárne číslo nepárnym číslom 3, opäť dostaneme nepárne číslo. Z toho vyplýva, že akokoľvek bude Tomáš stláčať tlačidlá, vždy dostane na displeji nejaké nepárne číslo. Lenže chce dostať párne číslo 2022. To nikdy nedosiahne, takže Tomáš nemá žiadny spôsob, ako postláčať tlačidlá – číselne má 0 spôsobov.