

Ahojte,

držíte v rukách zbierku úloh a vzorových riešení Jarného Matboja 2024.

Jarný Matboj 2024 je matematická súťaž pre žiakov piateho až siedmeho ročníka základných škôl a prímy a sekundy osemročných gymnázií. Súťaž organizuje nezisková organizácia P-MAT, n. o. (organizátor korešpondenčných seminárov Pikomat, Pikofyz a Terabio).

Štvorčlenné tímy žiakov sú rozdelené do troch súťažných kategórií – 5, 6 a 7.

Súťaž prebieha 120 minút, počas ktorých sa súťažiaci snažia vyriešiť čo najviac úloh. Okrem toho dostanú za každú správne vyriešenú úlohu jeden ľah v strategickej hre. Konečné poradie tímov teda neovplyvňuje len počet vyriešených úloh, ale aj to, ako dobre sa im v tejto hre darilo.

Táto súťaž je zameraná na zlepšenie logického myslenia, matematického uvažovania a práce v tíme, no predovšetkým na možnosť objaviť radosť z matematiky. Vytvorili sme túto zbierku úloh, aby žiaci, ktorých úlohy zaujali, mali možnosť znova si ich preriešiť, poprípade si prečítali vzorové riešenia, z ktorých sa dá veľmi veľa naučiť, aj keď úlohu vyriešili správne. Taktiež môže slúžiť ako inšpirácia pre učiteľov na čerpanie netradičnejších úloh na hodiny matematiky.

Želáme Vám príjemné riešenie a veľa nových poznatkov!

Vaši organizátori

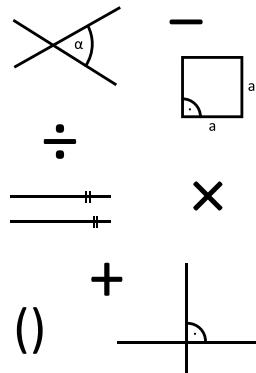
Úloha 01. Ninka sa často zamýšľa nad všetkým možným, keď kráča domov. Pozerá sa pritom na električky, skúma zastávky a prechody pre chodcov, no niekedy jej spadne zrak aj dole na chodník. Na jednom takom chodníku zbadala kriedou napísané čísla: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144. Kedže toto bola jednoznačne najzaujímavejšia vec široko ďaleko, dlho sa zamýšľala práve nad týmito číslami. Okrem toho, že o nich premýšľala, rozhodla sa, že ich aj sčíta. Aký výsledok dostane?

Úloha 02. Osemmerovka je hlavolam zložený z mriežky s písmenkami. Cieľom je nájsť slová ukryté v mriežke písmen. Slová pritom môžu byť vodorovne, zvislo alebo diagonálne. Hľadané slová sú uvedené vedľa mriežky. Po nájdení všetkých slov zostanú neškrtnuté písmená. Tie, keď prečítame zľava doprava, zhora nadol, dostaneme riešenie osemmerovky.

Kubo nakreslil jednu takú osemmerovku, v ktorej sa slova neprekryvali. Nechcelo sa mu však vypísať slová, ktoré sa v nej dajú nájsť. Napravo od osemmerovky preto napísal iba značky znamienok alebo nakreslil geometrické pojmy.

Koľko písmen v mriežke nie je súčasťou žiadneho pojmu nakresleného vedľa Kubovej osemmerovky?

R	O	V	N	O	B	E	Ž	K	Y
I	Š	Z	D	E	L	E	N	O	D
E	T	Á	V	P	Á	M	K	T	O
S	V	T	U	P	L	R	E	R	L
E	O	V	N	T	Á	U	A	K	M
Ď	R	O	A	T	U	L	S	Í	E
J	E	R	D	R	Ž	H	N	Í	M
E	C	K	V	Á	M	U	O	P	A
L	C	Y	E	O	S	R	G	L	O
K	O	L	M	I	C	A	V	I	A



Úloha 03. Anička zdedila po svojom starom otcovi hrubú knihu o ovocných stromoch. Strany tejto knihy sú očíslované číslami od 1 do 498. Aničku však viac ako ovocné stromy zaujíma matematika, a tak spočítala, koľkokrát sa v číslach strán nachádza cifra nula. Koľko cifier nula Anička napočítala?

Úloha 04. Aktívny turista Jožko je na túre v monokultúrnom lese. V ňom je vysadených 25 stromov, ktoré presne tvoria mriežku 5×5 . Kedže sa chce po lese poriadne porozhliadnuť, vytiahne svoju príručnú sekeru, vyrúbe jeden zo stromov v rohu tejto mriežky a postaví sa na peň, ktorý po tomto strome zostal. Koľko stromov odtiaľ uvidí? Poznámka: Jožko nevidí stromy, ktoré sú presne za inými stromami.

Úloha 05. Kubo je od prírody romantik, a preto vie, čo sa patrí robiť na sviatok svätého Valentína. Chce Hanku obdarovať kyticou. Kedže je mu Hanka drahá, chce na kyticu minúť práve 50 eur. Vošiel teda do blízkeho kvetinárstva, kde predávajú len ruže po 3 eurách za kus a gerbery po 2 eurách za kus. Koľko rôznych kytic môže Kubo pre Hanku kúpiť?

Úloha 06. Keď Marek v škole neposlúcha, núti ho pani učiteľka písat na tabuľu dookola tie isté výroky o tom, ako už bude poslúchať. Minule však počas hodiny občianskej náuky začal Marek písat dookola výroky úplne dobrovoľne, do vlastného zošita. Dokopy ich napísal presne 42. Boli to tieto:

„Aspoň 2 z týchto výrokov sú pravdivé.“

„Aspoň 3 z týchto výrokov sú pravdivé.“

„Aspoň 4 z týchto výrokov sú pravdivé.“

...

„Aspoň 43 z týchto výrokov je pravdivých.“

Koľko z týchto výrokov je pravdivých?

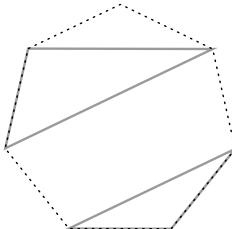
Úloha 07. Nina s Maťkom sa stále v niečom predbiehajú. Minule sa predbiehali v tom, kto bude stáť v rade viacej vpred. Dopadlo to tak, že za Ninou stálo v rade práve 16 ľudí, medzi ktorými bol aj Maťko. Pred Maťkom pre zmenu stálo presne 14 ľudí. Medzi Ninou a Maťkom stálo práve 7 ľudí. Koľko ľudí stálo v rade?

Úloha 08. Stano sa rozhodol, že usporiada parádnú pártu! Pre svojich párov partákov podával páry z prepravovaných párnokopytníkov. Tí mu na to povedali, že je teda riadne číslo... V tom okamihu sa Stano tuho zamyslel a zistil, že keby všetky tieto páry vynásobil, bolo by z toho riadne číslo! Pomôžte Stanovi ohľadom súčinu všetkých párnych čísel od 2 do 100. Koľkými nulami sa bude končiť tento súčin?

Úloha 09. Laura sa ako každé správne dieťa rada hráva v kuchyni. Tento raz si zobraťa fixky a začala si nimi čarbať na kredenc. Nakreslila naň 4 body: K, L, M a N. Kedže je zvedavým dieťaťom, hned' začala merať vzdialenosť medzi niektorými z týchto bodov a namerala nasledovné: $|KL| = 8 \text{ cm}$, $|KM| = 3 \text{ cm}$, $|KN| = 6 \text{ cm}$, $|LN| = 2 \text{ cm}$ a $|MN| = 9 \text{ cm}$. Potom jej však mama zhabala pravítko a poslala ju do izby, preto Laura nestihla zistiť, aká je vzdialosť bodov L a M. Spočítajte to pre ňu!

Úloha 10. Majo si upiekol svoju oblúbenú pizzu v tvaru pravidelného 7-uholníka. Keď ju vytiahol z pece, rozhodol sa ju narezat. To spravil tak, že zobraľ dve trojice vrcholov tohto 7-uholníka a spravil rez nožom medzi všetkými troma bodmi v rámci jednej trojice. Vznikli mu tak 2 narezané trojuholníky – pre každú trojicu jeden. Majo je však pedant, a preto ich narezal tak, že tieto dva trojuholníky nemali ani jeden spoločný bod (teda zároveň žiadnen spoločný vrchol). Koľkými spôsobmi mohol Majo narezat pizzu?

Poznámka: Jeden taký spôsob narezania pizze môžeš vidieť na obrázku:

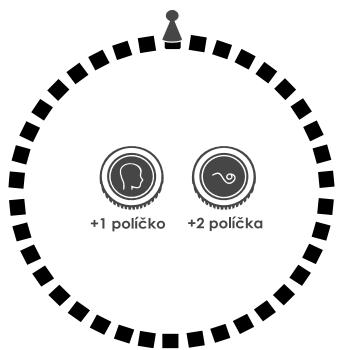


Úloha 11. Skupina kamarátov sa hrá nasledovnú hru: sedia v kruhu a hovoria pravdivé tvrdenia, ktoré im práve napadnú. Jeden z nich počas tejto hry povedal vetu: „Žiadni dvaja z nás sa nenarodili v rovnaký deň v týždni.“ Koľko najviac kamarátov mohlo sedieť v krúžku?

Úloha 12. Kai sa jedného dňa rozhadol šifrovať slova do palindrómov. Robí to tak, že slovo prekonvertuje do čísel. Robí to takým spôsobom, že písmenu priradí jeho poradové číslo v abecede. Takže napríklad A je 1, B je 2, ..., Z je 26 (písmena s diakritikou píše ako variant bez nej). Následne z čísla, ktoré dostal, vyčiarkne všetky párne cifry. Chcel by po tom dostať číselný palindróm. No zistil, že to nefunguje pre všetky slová. Pre ktoré zo slov AUTO, REZEN, KARTA, OPICA, PIERKO dostane číselný palindróm?

Poznámka: Palindróm je číslo, ktoré sa číta rovnako spredu ako od zadu. Napríklad číslo 12321 je palindróm.

Úloha 13. Mirko sa nerád hnevá. Preto, keď je osamelý, hrá sa sám so sebou hru človeče, nehnevaj sa. Jeho človeče pozostáva z 38 poličok usporiadaných do kruhu. Mirko na jedno z poličok postaví figurku. Kedže nemá po ruke kocku, používa miesto toho mincu, a to nasledovným spôsobom: Vždy si hodí mincou a keď na minci padne znak, pohne figurku o 2 polička, inak pohne figurku o 1 poličko. Po 26 hodoch mincou sa Mirkovi stalo, že figurka skončila presne na tom istom poličku, na ktorom začala. Koľkokrát Mirkovi padol na minci znak?

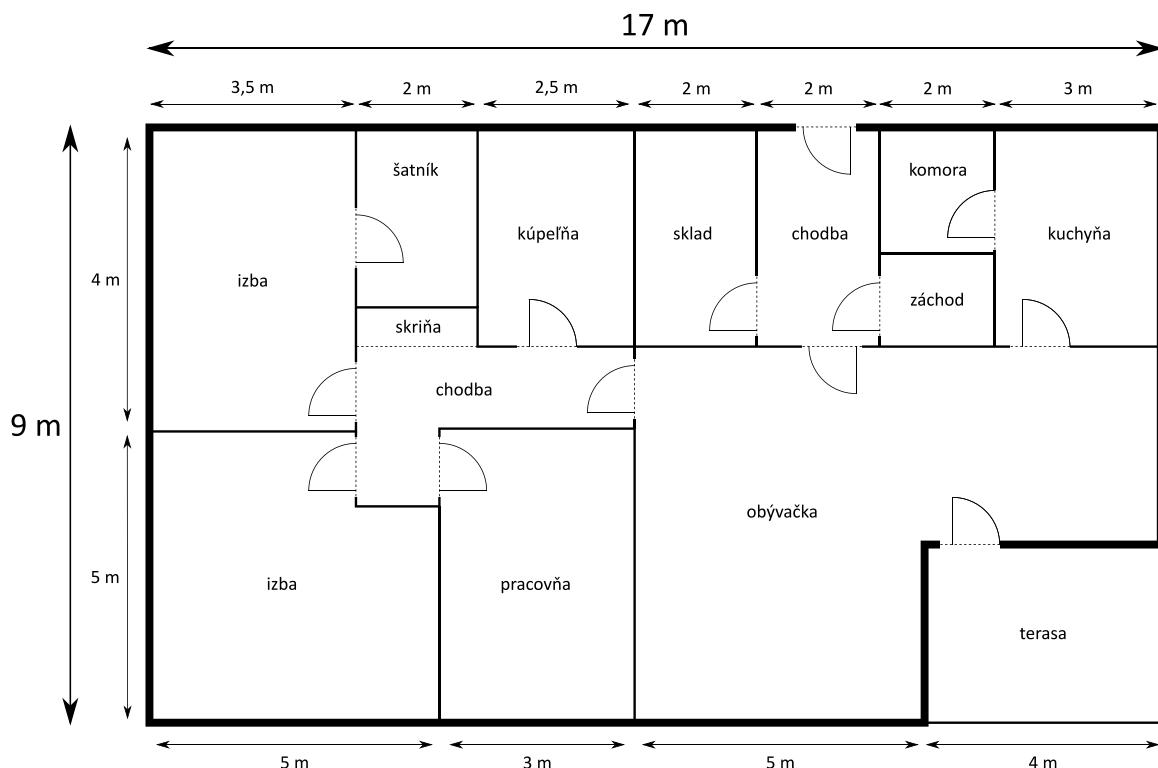


Úloha 14. Možno ste už videli alebo dopĺňali krížovku, v ktorej vyplňujete prázdné polička písmenami, ktoré vytvárajú slová na základe nápovedie vo vyznačených štvorčekoch. Niektoré krížovky používajú nadbytočné polička ako pomôcky pri vyplňovaní niektorých riadkov a stĺpcov. My sme pre vás pripravili matematickú krížovku – ako nápovedy sme napísali čísla. Vaším cieľom je doplniť cifry a znaky operácií (+, -, ·, :) do prázdných poličiek tak, aby sa výsledok výpočtu v riadku či stĺpci rovnal číslu v nápovednom štvorčeku. Vyplňte krížovku a následne získate výsledok tejto úlohy v hornom vyznačenom riadku.
Poznámka: Do každého prázdnego polička tabuľky treba doplniť buď práve jednu cifru (0 až 9), alebo práve znak operácie (+, -, ·, :).

pomôcka: $18 = 12 + 6$	27621 	780 	0 	25 	7 	18 	202 	11235
tajnička =								
266 =								
30 =				17 = 31 				
9 =					18 = 7 			
18517 =						25 =		

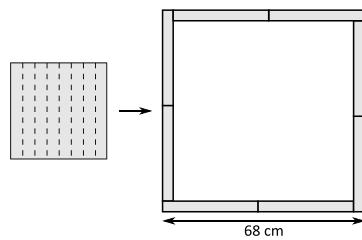
Úloha 15. Jurovi nevyšiel experiment s kyselinou a časť podlahy v pracovni má zničenú. Povedal si teda, že si v pracovni vymení parkety. Spotreboval na to presne 5 balení parkiet. Zistil, že menenie parkiet ho celkom baví. A keďže sa mu nepáčila podlaha ani v obývačke, rozhodol sa vymeniť parkety aj tam. Koľko balení parkiet bude Juro potrebovať v obývačke?

Poznámka: Juro je fakt macher, preto vie vyplniť pracovňu aj obývačku parketami tak, že mu nezvýši žiadnen odpad.

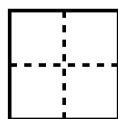


Úloha 16. Stano nevie zaokrúhľovať. Nedá sa nič robiť, musí si vymysliť vlastný spôsob zaokrúhľovania na desiatky. Konkrétnie si vezme číslo, škrte všetky cifry okrem prvej zľava a výsledné číslo vynásobí ciferným súčtom pôvodného čísla (teda pred škrtnutím). Bol však upozorený, že takto len zriedkavo dostane rovnaký výsledok ako zaokrúhlením na desiatky. Pre ktoré najväčšie ešte nezaokrúhlené a nevyškrtané číslo dostane Stano rovnaký výsledok ako zaokrúhlením na desiatky?

Úloha 17. Miška doma našla štvorcový kus látky. Rozhodla sa ho rozstrihať na 8 rovnako širokých prúžkov. Tie potom uložila tak ako na obrázku. Vyznačená strana výsledného útvaru má dĺžku 68 cm. Aká bola dĺžka strany pôvodného štvorcového kusu látky?

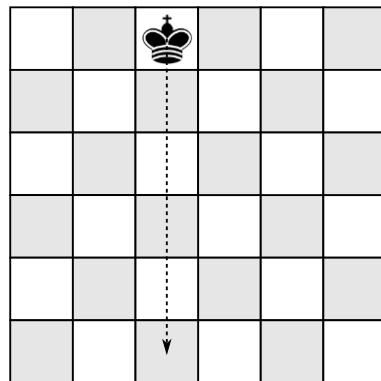
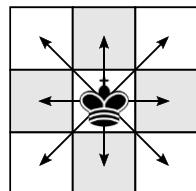


Úloha 18. Kaja sa nedávno priučila umenie origami. Od rána do večera skladá papier do komplikovaných obrazcov. Nedávno vystrihla z papiera štvorec so stranou dlhou 4 cm. Preložila ho na polovicu po dĺžke a následne na polovicu po šírke, čím získala štvorec $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$. Proces zopakovala, a tak jej vznikol štvorec so stranou dĺžky 1 cm. Tento štvorec potom rozstrihla po čiarkovanej čiare tak, ako je naznačené na obrázku. Na koľko samostatných kúskov sa papier rozpadne?



Úloha 19. Terka si na papier píše čísla. Začne trojciferným číslom. Každé ďalšie číslo, ktoré napíše, sa rovná súčinu cifier predošlého čísla. Takto pokračuje, až kým nenapíše nejaké jednociferné číslo. Takže napríklad ak začne číslom 428, tak postupne napíše čísla $428 \rightarrow 64 \rightarrow 24 \rightarrow 8$. Koľkými rôznymi trojcifernými číslami môže Terka začať, aby skončila číslom 9?

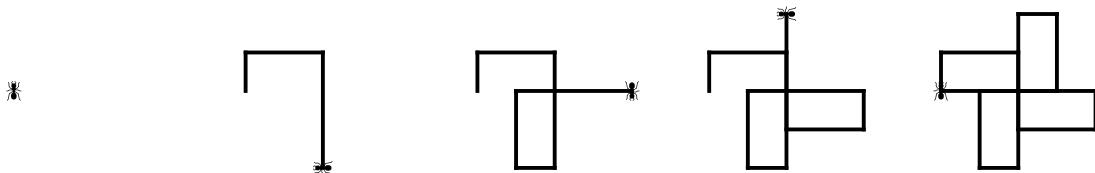
Úloha 20. Teo sa hral s kráľom na šachovnici 6×6 . Kráľ sa po šachovnici hýbe ako na obrázku vľavo. Teo už bol ale trochu znudený, a tak sa rozhodol urobiť z toho matematickú úlohu. Postavil teda kráľa na tretie poličko zľava v hornom riadku (viď obrázok) a rozhodol sa zistiť, kolkými spôsobmi sa vie dostať za 5 ťahov na poličko v spodnom riadku a rovnakom stĺpci ako na začiatku. Koľko takýchto navzájom rôznych cest existuje?



Úloha 21. Šimon nedávno objavil zdravý životný štýl! Kedže je však zaneprázdnenej matematik, musí často posilňovať a pripravovať zdravú stravu úplne naraz. Raz sa počas prípravy svojho banánového smoothie zamyslel, kolko gramov jeho biceps zdvíha, keď svoj pohár s objemom 500 ml a hmotnosťou 80 g úplne celý naplní ošúpanými banánmi. O jednom banáne vie, že celý (aj so šupkou) váži 100 g, bez šupky má objem 100 ml a šupka tvorí štvrtinu celkovej hmotnosti banánu. Zistite pre Šimona, kolko gramov váži pohár takto naplnený ošúpanými banánmi.

Úloha 22. Péder pri poslednej prechádzke lesom objavil mravce, čo sa čudne pohybujú do zaujímavo pospájaných štvorcov a obdlžníkov. Vždy prejdú pári krokov rovno a potom zabočia o 90° doprava. Nejaké mravce sa takto svojím pohybom zacyklia a po čase opakujú svoju predošlú cestu, iní sa pohybujú stále ďalej a ďalej od miesta, kde začali.

Napríklad mravec Majko vždy robí 1, 2 a potom 3 kroky. To znamená, že jeho pohyb vyzerá nasledovne: jeden krok, otočka o 90° doprava, dva kroky, otočka o 90° doprava, tri kroky, otočka o 90° doprava, jeden krok, otočka o 90° doprava, dva kroky... Jeho pohyb môže vidieť aj na obrázku:



Mravec Miško sa pohybuje rovnako, akurát on robí 2, 4 a 5 krokov.

Mravec Anička opakuje po Miškovi a na koniec pridá ešte 6 krokov, takže jej postupnosť je 2, 4, 5, 6. Napokon mravec Rašo opakuje po Majkovi, ale robí toho ešte viac. Jeho postupnosť vyzerá 1, 2, 3, 4, 5.

Ktorý z mravcov sa bude pohybovať stále ďalej a ďalej od miesta, kde začal, a teda nebude po nejakom čase opakovať svoju predošlú trasu? Ukážte opravovateľovi aj náčrt trasy tohto mravca.

Úloha 23. Anička má jednu (celkom príčetnú) geometrickú zábavku – hned’ čo zbadá protiľahlé vrcholy nejakého mnohouholníka, neprieči sa a nakreslí medzi ne uhlopriečku! To bolo radosti, keď doma na priečeli našla prečnievajúcu priečku v tvare 10-uholníka. Koľko uhlopriečok môže Anička narysovať v jednom 10-uholníku?

Úloha 24. Patrik k tohtoročným narodeninám dostal naozaj dychberúci darček – Magický naťahovací obdlžník! Ako správny vedec, s obdlžníkom sa nehrá len tak, ale uskutočňuje na ňom napínavé experimenty. Po tom, čo si nasadil ochranné rukavice, okuliare i biely plášť a splnil všetky podmienky bezpečnej práce v laboratóriu, začal obdlžník naťahovať! Všimol si, že ak jeden z rozmerov obdlžníka natiahol o 12 cm (a pritom zachoval všetky uhly pravé) celkový obvod tohto útvaru sa zdvojnásobil. Patrik nás však naťahuje a nechce nám prezradíť odpoved’... prídeť na obvod pôvodného obdlžníka aj vy?

Úloha 25. V starodávnom svete Sumerov boli Sumce vychýrená špecialita. Avšak, ako iste viete, v tom čase ľudia ešte nepoužívali desiatkovú sústavu. Preto aj ich mince vyzerali trochu inak ako tie naše. Konkrétnie hodnoty, ktoré by ste mohli nájsť na sumerských minciach, boli napríklad 11, 13 a 17. Koľkými spôsobmi môže pomocou týchto mincí Anička zaplatiť sumu 56, ktorú stojí jeden pekný súmerný sumec?

Úloha 26. Peťo má doma masívny kalkulovátor. Kalkulovátor má na displeji štyri riadky. Do prvého riadku vždy naťukáme nejaké dvojciferné číslo. Následne kalkulovátor do druhého riadku vypíše číslo z prvého riadku s vymenenými ciframi (čiže ak je v prvom riadku 12, tak v druhom bude 21). V treťom riadku sa nachádza súčin čísel z prvého a druhého riadku a vo štvrtom riadku sa nachádza súčet čísel z prvého a druhého riadku. Kalkulovátor ale nanešťastie Peťovi padol, displej sa rozbil a dá sa prečítať len tretí riadok. Na ňom je číslo 1300. Aké číslo by Peťo videl v štvrtom riadku, ak by displej neboli pokazený?

Úloha 27. Svetlana Štedrá dnes k meninám dostala balík sladkostí, ktorý obsahoval 60 cukríkov. Aby ukázala, aká Štedrá naozaj je, rozhodla sa, že ich všetky rozdá medzi svoje kamarátky a žiadny cukrík si nenechá. Svetlana by chcela, aby každá jej kamarátka dostala rovnaký počet cukríkov a aby jej žiadne cukríky nezvýšili. Ukázalo sa však, že Svetlane sa to nemôže podarí. Kolko najmenej kamarátok môže Svetlana mať?

Úloha 28. Zajko Bojko má veľmi rád mrkvičky. Na svojom poli pestuje mrkvičky tvaru takého trojuholníka ABC, že dĺžky všetkých jeho strán sú vyjadrené v centimetroch celým číslom. Zároveň pre dĺžky strán trojuholníkových mrkvičiek v centimetroch platí, že dĺžka strany AB je jednociferné číslo, dĺžka strany BC je dvojciferné číslo a dĺžka strany CA je trojciferné číslo. Zajka Bojka, ktorý má rád mrkvičky s veľkým obvodom, by teraz zaujímalo, aký najväčší obvod v centimetroch môže takáto mrkvička mať. Pomôžte mu to vypočítať.

Úloha 29. Popri tom, ako Kubko minule cestoval vlakom a hľadal svoje miesto na sedenie podľa čísla na svojej miestenke, všimol si, ako zaujímavo sú čísované miesta vo vlaku. Vo vozni, v ktorom bol, bolo 9 kupé a v každom z nich bolo 6 miest. Každé miesto bolo označené dvojciferným číslom, kde prvá cifra označovala poradové číslo kupé (od 1 do 9) a druhá cifra označovala poradové číslo miesta v rámci kupé (od 1 do 6). Takže napríklad v štvrtom kupé boli miesta s číslami 41, 42, 43, 44, 45 a 46. Keďže cesta bola Kubkovi dlhá, spočítal súčet čísel všetkých miest vo vozni. Aký súčet Kubko dostal?

Úloha 30. Pandu zaujali maľované križovky. Nebol by to ale Panda, keby nad nimi nezačal rozmyšľať matematicky. Zobral si preto tabuľku 3×3 a začal vyfarbovať niektoré jej polička. Takto zafarbil poličko vľavo hore. Vtom v jeho hlave skrsla otázka: Koľkými spôsobmi sa dajú vyfarbiť zvyšné polička tejto tabuľky tak, aby žiadne dve vyfarbené polička nemali spoločnú stranu?

Poznámka: Medzi vyhovujúce vyfarbenia počítame aj možnosť, že Panda už žiadne ďalšie poličko nevyfarbi.

Úloha 31. Ninka prednedávnom objavila jeden známy slovenský hudobný hit. Všimla si, že sa obzvlášť hodí na cestu po schodoch. Kedže však sama býva len na ôsmom poschodí, počas tejto cesty si ho nemôže vypočuť celý... Rozhodla sa preto, že si cestu trochu predĺži. Svoju cestu začala na prízemí (0. poschodí) a pokračovala na 5. poschodie, potom späť na 3. poschodie, následne na 7., neskôr na 6. a až potom domov na 8. poschodie. Koľko poschodí počas tejto cesty nastúpala (smerom nahor)?

Úloha 32. Nica má v nedeľu ráno vždy naponáhlo, chce stihnúť cestu do kostola aj nedeľný nákup, no vie, že potraviny zatvárajú už o dvanástej. Už vie, že cesta do kostola od bráničky jej domu trvá 5 minút. Cesta od bráničky do obchodu, ktorý má presne opačným smerom, jej pešo trvá 7 minút. Žiadnu z týchto vzdialenosí nikdy nezmerala, vie však, že od dverí jej domu k bráničke pred domom je to 100 metrov a prejsť tento úsek jej trvá presne jednu minútu. Koľko metrov je v tom prípade vzdialenosí kostol od obchodu?

Poznámka: Nica vždy kráča rovnako rýchlo.

Úloha 33. Kubo cestuje vlakom po mestách, ktorých vlakové stanice ležia na jednej priamke v poradí Matbojovo, Pikopretekovo, Pikomatovo, Pikofyzovo a Terabiovo. Matbojovo je od Pikopretekova vzdialenosí 5 km. Pikopretekovo od Pikomatova 6 km. Pikomatovo od Pikofyzova 7 km. No a Pikofyzovo od Terabiova 3 km. Kubko sa rozhodol, že vystúpiť z vlaku môže len vtedy, keď ním prejde nepárny počet kilometrov. Svoju cestu Kubo začína v Pikofyzove a chce sa dostať až do Matbojova, pričom na svojej ceste môže prestúpiť lubovoľne veľakrát, a to na každej stanici (ak pritom splní svoju podmienku). Koľko najmenej kilometrov musí Kubko prejsť aby splnil, čo si zaumienil?

Úloha 34. Sedem súrodencov sa po náročnom dni vrátilo domov s hŕbou domácich úloh. Kedže sa chcú spolu ísť hrať čo najskôr, rozhodli sa, že si navzájom pomôžu a úlohy si rovnomerne prerozdelia. Anežka dostala 6 domácich úloh, Barborka 12, Cecil 7, Drahomíra 15, Emanuel 10 a Frederik len jednu. O počte Gabrielových domácich úloh vieme iba to, že ich je viac ako 20, ale menej ako 30. Koľko úloh musí mať Gabriel na to, aby sa im podarilo prerozdeliť všetky úlohy medzi súrodencov spravodlivo? Každé z detí počíta úlohy samostatne a vždy vypočítava úlohu celú.

Úloha 35. Saru nikdy nebavilo riešenie sudoku a vždy sa pri pohľade na hlavolam radšej zamerala na 9 menších štvorcov obtiahnutých hrubou líniou. Ako zručnú matematicku jej hned' napadlo mnoho ďalších možných prevedení tejto hry. Rozhodla sa preto, že zistí, koľko rôznych obdlížnikov sa dá vytvoriť obtahovaním existujúcich čiar v tejto tabuľke. Ako však rýchlo zistila, obtiahnuť takto celú tabuľku by bolo náročné a zdľavé. Zamerala sa preto na jej menšiu verziu s rozmermi 2×4 štvorčeky. Najviac koľko obdlížnikov dokážete nakresliť pomocou hrán tabuľky s rozmermi 2×4 ?

Poznámka: Štvorec tiež pokladáme za obdlížnik.

Úloha 36. Anička sa rozhodla si na staré kolená postaviť dom. Architektúru však nikdy neštudovala, takže bol jej projekt z veľkej časti založený na improvizácii. Jediné čo vedela je, že chce okolo svojej trojuholníkovej strechy presne obmotať šnúru vianočných svetielok dĺžky 7 metrov, ktorú má doma. Koľko rôznych trojuholníkov s celočíselnými dĺžkami strán splňa túto podmienku a má obvod 7 metrov?

Úloha 37. V krajinie Matbojovo jazdia dve autobusové linky – A a B. Obe linky jazdia v pravidelných intervaloch a obsluhujú aj zastávku „Námestie“. Jazdia tak, že obe ráno o 6:00 odídu zo zastávky „Námestie“ a prvýkrát sa opäť stretnú na zastávke „Námestie“ až v čase 6:20. Dopravný podnik Matbojovo by však chcel zaviesť novú linku C, ktorá by tiež obsluhovala zastávku "Námestie", ktorá by ráno tiež odchádzala o 6:00. Ak bude linka C premávať každých 9 minút, kedy sa prvýkrát (po 6:00) stretnú všetky tri linky na zastávke „Námestie“?

Úloha 38. Róberta rada cestuje vlakom po Slovensku a často sa jej pri tom stáva, že sa jej vlak hýbe pomalšie ako by mal... inými slovami – mešká. Tento raz si však všimla, že podľa hodín na stanici ide vlak predsa úplne načas a pritom hodinky na jej ruke ukazujú, že už tu mal dávno byť. Zistila tak, že tento raz nie je chyba na strane vlaku, ale jej pokazené hodinky sa hýbu rýchlejšie, ako by mali. Raz, keď išla vlakom z Prievidze do Bratislavu, všimla si, že presné hodiny na stanici a aj jej hodinky ukazovali čas 12:00. V Partizánskom si na presných hodinách na stanici všimla čas 12:30, kým jej hodinky ukazovali čas 12:35. Potom Róberta zaspala a zobudila sa, keď jej hodinky ukazovali čas 14:13. Aký bol vtedy presný čas?

Úloha 39. Paulínska doma maľovala steny na fialovo. Keď bolo vymaľované, stále jej ostala nejaké farba, a tak išla maľovať ďalšie steny. Konkrétnie nafarbila na fialovo steny svojho oblúbeného kvádra. Aj potom jej však kváder prišiel nudne monotonický, preto ho rozrezala na 42 rovnakých malých kociek. Pri tom platilo, že každá zo strán pôvodného kvádra bola dlhšia ako stena malej kocky. Koľko stien týchto malých kociek je nafarbených na fialovo?

Úloha 40. Štyria kamaráti chcú prejsť cez jaskyňu na druhú stranu hory. Majú však iba 1 baterku – do jaskyne sa nedá vstúpiť bez nej. Jaskyňa je úzka, a tak v nej môžu byť maximálne dvaja ľudia zároveň. Keď dvaja ľudia prechádzajú cez jaskyňu, vždy sa hýbu rýchlosťou pomalšieho. Časy na prejedenie jaskyňou sú postupne:

Adam: 1 minúta

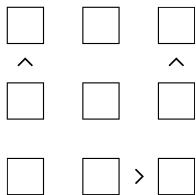
Beáta: 2 minúty

Cyril: 5 minút

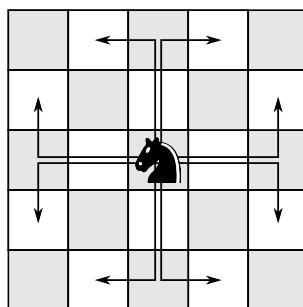
Daniel: 8 minút

Cez jaskyňu prešli najrýchlejšie, ako sa dalo. Ako dlho im to trvalo?

Úloha V1. Kubo našiel na povale zvláštnu dosku, ktorú vidíš na obrázku. Dovtípil sa, že ju má vyplniť číslami 1, 2 a 3 tak, aby v každom riadku a každom stĺpci bolo každé číslo presne raz. Navyše majú medzi číslami v políčkach platíť nerovnosti naznačené (rôzne pootočenými) znamienkami „>“ medzi niektorými políčkami. Ako má Kubo vyplniť dosku?



Úloha V2. Miškovi moc nejde normálny šach, no rád sa zamýšľa nad jednotlivými figúrkami. Naposledy ho zaujal jazdec. I zobrať si Miško hneď šachovnicu 3×3 a uvažoval, ako by tam toho jazdca vedel dať. Jazdec sa pohybuje vždy o dve polička rovno, potom sa otočí o 90° buď doľava, alebo doprava a pohnie sa o jedno poličko. Akoby do písmena L (vid' obrázok). Koľko najviac jazdcov môže Miško umiestniť na šachovnicu 3×3 tak, že sa navzájom nebudú ohrozovať? Ak sa dve figúrky v šachu ohrozujú, znamená to, že sa navzájom vedia vyhodiť, čiže jedna z nich sa vie dostať na poličko, kde stojí tá druhá. Nezabudnite vysvetliť, prečo tam viac jazdcov už Miško uložiť nevie.



Úloha V3. Po objednaní dokonalej nehmotnej kladky™ z fyzikálneho obchodu prišiel Maťkovi potvrzovací kód. Kedže to však nie je hocaký obchod, na bezpečnosti svojich transakcií si dávajú obzvlášť záležať. Overovací kód Maťkovej objednávky je 8-miestne číslo, ktorého súčet cifier je 14. Pre toto číslo platí, že neexistuje úsek zasebou-idúcich cifier, ktorý má súčet 3 (teda ani žiadna z cifier nie je 3) a zároveň sú všetky cifry väčšie ako 0. Do overovacej SMS má Maťko zadať toto 8-miestne číslo. Viete na základe týchto informácií toto 8-miestne číslo uhádnuť?

Úloha V4. Sonička má 15 mentolových tričiek s vtákopyskom a 5 čiernych tričiek s vtákopyskom. Okrem toho nosí buď modré, hnedé, alebo šedé nohavice. Má ešte jednu zlatú makinu a jednu tmavozelenú makinu. Vždy si berie so sebou buď pingpongovú raketu, alebo biliardové tágo.

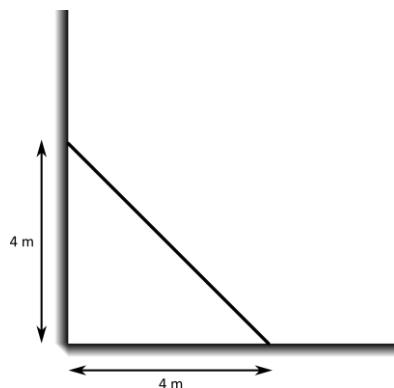
Oblieka sa podľa nasledovných podmienok:

- zlatú makinu má vtedy, keď má pri sebe pingpongovú raketu
- keď má na sebe čierne tričko s vtákopyskom, nosí tágo
- k čierному tričku s vtákopyskom nenosí modré nohavice
- šedé nohavice nosí len so zlatou makinou
- Sonička nosí každý deň nové tričko, pričom čierne tričko nosí len v tie dni, ktoré dávajú po delení 4 zvyšok 2.

Akú farbu nohavíc mala Sonička v 18. deň?

Poznámka: Sonička nosí každý deň práve jedno tričko, jedny nohavice, jednu makinu a jeden doplnok (buď raketu, alebo tágo).

Úloha V5. Záhradník Adam má v rohu svojej záhrady trávnik, ktorý by chcel pokosiť. Využije na to svoju ovečku. V rohu záhrady pevne natiahol lano tak ako na obrázku. Na toto lano priviazał ovečku na lane, ktoré sa po tom prvom mohlo voľne pohybovať. Výsledkom bolo, že ovečka sa vedela dostať na všetky miesta, ktoré sú od prvého lana vzdialené 2 metre. Nakreslite celú plochu, ktorú vie ovečka spásť.



Úloha V6. Žaba rád chodí k štvorcovému jazeru a skáče tam po štvorcových leknách, ktoré sú usporiadané do mriežky 8×8 . Neskáče ale len tak náhodne, Žaba vždy skáče rovnobežne s brehom (čiže so stranou lekna, t.j. štvorca v mriežke). Okrem toho vždy strieda dĺžku skoku: najprv skáče o jedno lekná, potom o dve, o jedno, o dve... Začína na ľubovoľnom lekne. Je možné, aby sa po 10 skokoch ocitol opäť tam, kde začína?