

Ahojte,

držíte v rukách zbierku úloh a vzorových riešení Matboja 2025.

Matboj 2025 je matematická súťaž pre žiakov piateho až siedmeho ročníka základných škôl a prímý a sekundý osemmročných gymnázií. Súťaž organizuje nezisková organizácia P-MAT, n. o. (organizátor korešpondenčných seminárov Pikomat, Pikofyz a Terabio).

Štvorčlenné tímy žiakov sú rozdelené do troch súťažných kategórií – 5, 6 a 7.

Súťaž prebieha 120 minút, počas ktorých sa súťažiaci snažia vyriešiť čo najviac úloh. Okrem toho dostanú za každú správne vyriešenú úlohu jeden ťah v strategickej hre. Konečné poradie tímov teda neovplyvňuje len počet vyriešených úloh, ale aj to, ako dobre sa im v tejto hre darilo.

Táto súťaž je zameraná na zlepšenie logického myslenia, matematického uvažovania a práce v tíme, no predovšetkým na možnosť objaviť radosť z matematiky. Vytvorili sme túto zbierku úloh, aby žiaci, ktorých úlohy zaujali, mali možnosť znova si ich preriešiť, poprípade si prečítali vzorové riešenia, z ktorých sa dá veľmi veľa naučiť, aj keď úlohu vyriešili správne. Taktiež môže slúžiť ako inšpirácia pre učiteľov na čerpanie netradičnejších úloh na hodiny matematiky.

Želáme Vám príjemné riešenie a veľa nových poznatkov!

Vaši organizátori

Úloha 01. Dominika veľmi rada pečie. Z minula jej zostal ešte jeden kúsok koláča a včera upiekla ďalší koláč, ktorý rozdelila na 15 kúskov. Doma dnes na raňajky 5 kúskov zjedla a v škole rozdala 8 kúskov spolužiakom. Koľko kúskov koláča zostalo Dominike?

Úloha 02. Patrik sa s kamarátmi hral hru: hodí dvoma kockami a oni si majú tipnúť súčet čísel, čo hodil. Avšak po chvíli ich to omrzelo, tak Patrikovi napadlo – čo tak použiť 20-stenné kocky? To sú také, čo majú na stenách čísla od 1 do 20. Koľko rôznych súčtov čísel, ktoré padnú na kockách, môže Patrik dostať, keď hodí dvomi takýmito 20-stennými kockami?

Úloha 03. Mirko má rád dvojciferné čísla, ktorých cifra na mieste desiatok je o 2 väčšia ako cifra na mieste jednotiek. Pritom Anička má rada dvojciferné čísla, ktorých cifra na mieste desiatok je 2-krát väčšia ako cifra na mieste jednotiek. Ktoré dvojciferné číslo majú radi obaja?

Úloha 04. Majo sa akurát hral so svojou novou drevenou kockou s hranou dĺžky 2 cm, keď v tom k nemu prišla Katka a nafarbila všetkých 12 hrán kocky na fialovo. Chvíľu sa spolu hrali s kockou, no spadla im na zem a rozbila sa na 8 menších kociek, pričom každá mala hranu dĺžky 1 cm. Koľko hrán na týchto menších kockách bolo teraz nafarbených na fialovo?

Úloha 05. Lucka si kúpila mlynček na čísla. Do mlynčeka sa hádžu dve čísla. Mlynček každé z nich zmenší o 4 a takto zmenšené čísla vynásobí. Výsledok potom vyjde z mlynčeka. Lucka raz do mlynčeka hodila dve čísla a na jej počudovanie z mlynčeka vyšlo číslo 0. Ktoré číslo určite bolo medzi číslami, ktoré Lucka hodila do mlynčeka?

Úloha 06. Marcel znova zabudol kód od svojho mobilu. Pamätal si len, že to bolo šesťciferné číslo, pre ktoré platilo:

- nezačínalo sa cifrou 0;
- prostredné dvojčíslicie kódu bolo súčtom prvého a posledného dvojčíslia;
- prvé trojčíslie kódu bolo rovnaké ako posledné trojčíslie;
- kód mal na mieste jednotiek cifru 1.

Aký je Marcelov kód od mobilu?

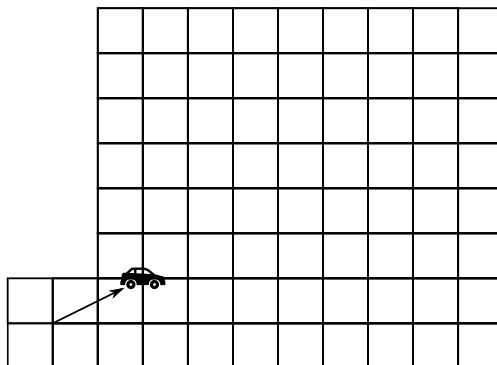
Úloha 07. Nicol našla v obchode dokonalý pohár tvaru kvádra s výškou 10 cm. Nicol si všimla, že keď do pohára naleje 90 cm^3 vody, tak výška hladiny v pohári stúpne o 5 cm (ak sa tým voda nepreleje cez okraj). Jedného dňa Nicol do prázdneho pohára naliala 126 cm^3 vody. Aká je vzdialenosť medzi hladinou vody v pohári a okrajom pohára?

Úloha 08. Timko našiel v zásuvke 4 kartičky – zelenú, žltú, modrú a červenú. Na každej kartičke bola napísaná nejaká cifra rôzna od 0 (cifry sa mohli aj opakovať). Timko si všimol, že

- súčin cifry na zelenej kartičke a cifry na žltej kartičke je rovný cifre na zelenej kartičke,
- súčin cifry na žltej kartičke a cifry na modrej kartičke je rovný cifre na červenej kartičke,
- súčin cifry na červenej kartičke a cifry na modrej kartičke je dvojciferné číslo zapísané cifrou na zelenej kartičke a cifrou na žltej kartičke, pričom cifra zo zelenej kartičky je na mieste desiatok.

Aké cifry boli na kartičkách?

Úloha 09. Zuzka šofériuje jedno z áut na dnešnom Rally. V tomto momente je na plániku na pozícii ako na obrázku. Na toto miesto sa dostala z miesta naznačeného na obrázku. Zuzka teraz spraví dva pohyby za sebou (oba za normálnu úlohu, nie vysvetľovaciu úlohu). Na koľkých rôznych miestach sa vie nachádzať po týchto dvoch pohnutiach?

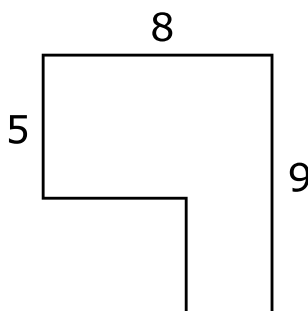


Úloha 10. Pizzéria pri Masívnom kaňone ponúka zákazníkom mať pizzu rozkrájanú na 8 alebo 10 častí. Leovi dnes už celkom vyhladlo, tak sa s niekoľkými kamarátmi dohodol, že po pretekoch sa pôjdu najesť do tejto pizzérie. Každý z nich si chce dať 2 kúsky pizze. Leo je však bystrý, a tak si všimol, že si nevedia navoliť počet píz a ich rozkrájanie tak, aby každý mal presne dva kúsky a nič nezvyšilo. Taktiež si uvedomil, že ak by so sebou zobral o ľubovoľný počet kamarátov viac, už by to bolo možné. Koľko kamarátov (vrátane Lea) chcelo ísť do pizzérie?

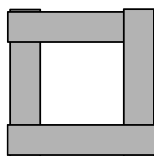
Úloha 11. Stano sa rozhodol umyť 2 zaprášené autá, aby mali menší odpor vzduchu, a teda vedeli ísť rýchlejšie na najbližšom Rally. Tlačí ho čas a chce si vypočítať, koľko bude trvať umytie 2 áut. Posledný raz umyl jedno auto za 3 hodiny. Na pomoc si ešte zavolá Kaju a Alexa, ktorí umývajú rovnakou rýchlosťou ako Stano. Koľko hodín bude všetkým trom trvať umytie oboch áut?

Úloha 12. Kamaráti Radke pripravili úžasnú narodeninovú oslavu – okrem balónikov či koláčov na nej prirodzene nechýbala ani torta so sviečkami. Pri kupovaní sviečok na tortu však kamaráti nenašli čísla, ktoré by ukazovali Radkin vek, dali preto na tortu miesto toho čísla, ktoré ukázali Radkin dátum narodenia. Keď Radka sfukovala sviečky, zarazila sa: všimla si, že keď vynásobí čísla na torte (deň jej narodenia a číslo mesiaca, v ktorom sa narodila), dostane svoje obľúbené číslo! Ak je Radkine obľúbené číslo 144, v ktorých mesiacoch sa mohla narodiť?

Úloha 13. Katka chce po celom obvode domu zavesiť reťaz so svetielkami. Na papier si nakreslila pôdorys domu a už stihla odmerať aj dĺžky niektorých stien ako na obrázku. Akú dlhú reťaz so svetielkami bude celkovo potrebovať?



Úloha 14. Ninka sa v škole často nudí, no baví ju vystrihovanie, preto si so sebou minule do školy priniesla nožničky. Zo svojho zošita nimi vystrihla 4 obdĺžniky, ktoré mali šírku 1 centimeter a obsah 5 centimetrov štvorcových. Chvilku nevedela, čo s nimi, no potom v taške našla lepidlo a tak ich zlepila tak, ako vidíš na obrázku. Aký je obsah útvaru, ktorý zlepila, v centimetroch štvorcových?



Úloha 15. Stano sa strašne rád hrá s palindrómami. To sú také čísla, ktoré sú rovnaké, keď ich čítame spredu, ako keď ich čítame odzadu. Napríklad také číslo 12321 je päťciferný palindróm.

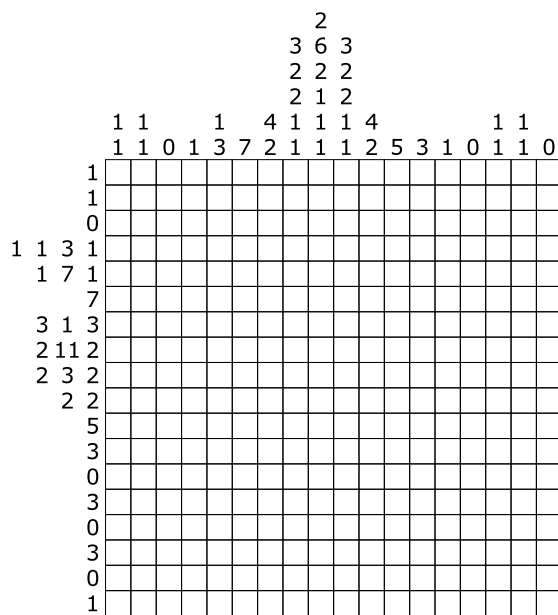
Pri poslednej hre s palindrómami sa Stano zamyslel: Ktorý najmenší palindróm väčší ako 0 je súčasne násobkom čísel 1, 2, 3 a 4?

Úloha 16. Miško by chcel Ninke vyrobiť diamantový prsteň. Diamant sa vyrába kreslením útvaru na obrázku. Miško chce, aby bol vyrobený diamant naozaj pekný, preto neprechádza ceruzkou po tej istej čiare dvakrát, no zároveň chce diamant nakresliť na čo najmenej ťahov (chce teda čo najmenej krát zdvihnúť ceruzku z papiera). Koľko najmenej ťahov musí Miško spraviť?

Úloha 17. Maťko sa hrá so svojím obľúbeným nepárnym číslom. Jedného dňa si na papier napísal všetky kladné čísla, ktorými možno toto jeho obľúbené číslo vydeliť bezo zvyšku. Všetky čísla na papieri sčítal a dostal číslo 40. Ďalší deň sa pokúsil spraviť niečo podobné s dvojnásobkom svojho obľúbeného čísla. Aký súčet Maťko dostane, ak v tomto prípade sčíta všetky čísla na papieri?

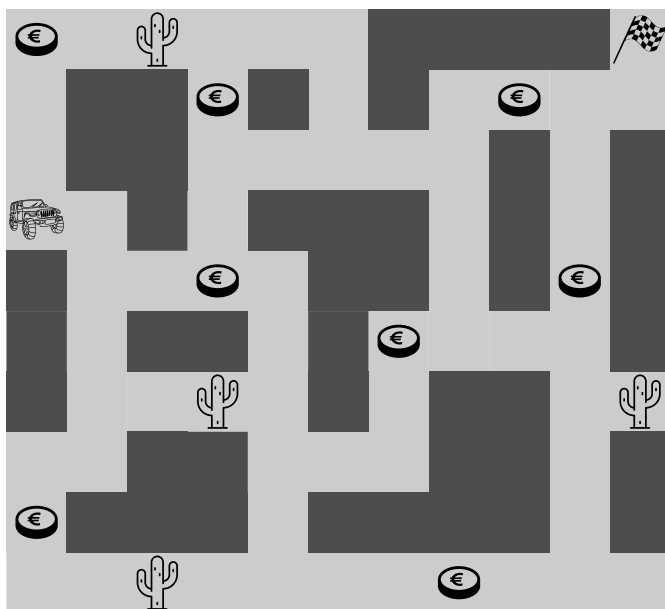
Úloha 18. Janka sleduje semafor počas rannej dopravnej špičky. O 7:00 pri semafore nečaká žiadne auto a práve naskočila červená. K semaforu teraz prichádza auto každých 5 sekúnd. Každú minútu naskočí na chvíľku na semafore zelená, vďaka čomu sa kolóna zmenší o 10 áut. Takto pred semaforom vznikne zápcha. Po 8:00 sa však situácia zlepší a k semaforu prichádza auto už len každých 15 sekúnd. V akom čase sa rozpustí zápcha, čiže v akom čase sa prvýkrát znova stane, že pred semaforom nebude čakať žiadne auto?

Úloha 20. Túto sériu odovzdalo riešenia do seminárov Pikomatu, Pikofyzy a Terabia 142 žiakov, pričom každý žiak sa zapojil aspoň do jedného semináru. Túto sériu odovzdalo riešenia do Terabia 47 žiakov, do Pikofyzy 63 a do Pikomatu 80 žiakov. Žiakov, ktorí riešia aj Terabio aj Pikofyz, ale nie Pikomat, je 21. Neexistuje riešiteľ, ktorý by zároveň riešil Pikomat a Terabio, ale neriešil Pikofyz. Iba Pikomat rieši 60 žiakov. Koľko žiakov rieši Pikomat a Pikofyz, ale nerieši Terabio?



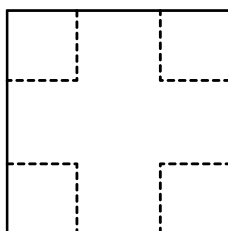
Úloha 21. Palko si vytvára kartičky. Na kartičku vždy napíše dve čísla, jedno z každej strany kartičky. Robí to pritom tak, aby obe čísla na kartičke mali súčet 10. Palko si zobral 8 takýchto kartičiek a položil ich na stôl. Bolo na nich vidno čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8. Aký bol súčet čísel, ktoré na kartičkách nebolo vidno?

Úloha 22. Poslednou dobou sa dal pretekár Kubo na zbieranie mincí. Ale taký pretekár nemá veľa času na rozdávanie, a tak sa snaží robiť všetko efektívne. Koľko najviac mincí vie pretekár Kubo zobrať, ak nemôže dvakrát prejsť cez to isté políčko a musí skončiť v cieľi? Taktiež pretekár Kubo nesmie ísť cez políčko s kaktusom, pretože by doň nabúral... Pretekár Kubo začína na políčku auta a snaží sa skončiť na políčku s vlajkou cieľa ako na obrázku.



Úloha 23. Členovia pretekárskeho tímu Ambroseho si na narodeninovej oslave svojho člena Paľka všimli, že ani jeden z členov sa nenarodil v tom istom mesiaci. Koľko najviac narodeninových osláv môžu ešte tento rok chystať pre členov pretekárskeho tímu Ambroseho, ak Paľkovi už vystrojili oslavu?

Úloha 24. Samko upiekol tortu tvaru štvorca. Potom z nej urezal niekoľko kúskov tvaru štvorca ako na obrázku. Dostal tým tortu tvaru dvanásťuholníka, ktorého každá strana mala rovnakú dĺžku. Keď ju zdobil po obvode, odmeral, že obvod tejto torty bol 48 cm. Aká bola dĺžka strany pôvodnej štvorcovej torty?



Úloha 25. Renka sa kedysi dávnejšie dozvedela, koľko presne obyvateľov má jej rodné mesto – bolo to päťciferné číslo. Toto číslo si zapísala na tabuľu, lebo tušila, že sa jej niekedy zíde – a mala pravdu! Dnes toto číslo potrebovala na domácu úlohu, tak sa išla pozrieť na tabuľu, no sklamente zistila, že posledné dvojčísle tohto čísla sa z tabule zotrelo. Zostalo tam iba 969, teda cifra na mieste desiatok a jednotiek chýbala. Renka si pamätá, že číslo bolo násobkom čísla 25. Na papier (odkiaľ sa to už snád' nezotrie) si napísala všetky cifry, ktoré pôvodne mohli byť na mieste desiatok a vedľa toho všetky cifry, ktoré mohli pôvodne byť na mieste jednotiek. Aký je súčet cifier, ktoré Renka napísala na papier?

Úloha 26. Patrik sa hrá s kartičkami. Má 5 kartičiek, na ktorých má postupne napísané cifry 1, 2, 3, 4 a 5. Patrik z nich zložil číslo 12345 a nechal ho na stole. V tom mu do izby vošla mladšia sestra Ika a začala sa hrať s kartičkami. Najprv vymenila nejakú dvojicu susedných kartičiek. Následne vymenila inú dvojicu susediacich kartičiek. Napokon vymenila inú dvojicu susediacich kartičiek inú ako v predošlých výmenách. Takto dostala nejaké iné číslo. Aké najmenšie číslo takto mohla Ika vytvoriť?

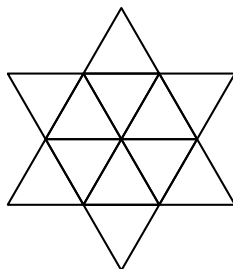
Úloha 27. Majo si jedného dňa povedal, že by si mal oddýchnuť od matematiky, a tak si začal kresliť. To by však nebol Majo, keby sa aj v jeho kreslení neobjavila matematika. Najprv si nakreslil úsečku AB dlhú 15 cm. Vyznačil na nej body C, D, E tak, že $|AC| = 8$ cm, $|CD| = 4$ cm, $|DE| = 2$ cm, $|EB| = 1$ cm. Potom nakreslil štvorce ACFG, CDHI, DEJK, EBLM tak, že bod I ležal na úsečke CF, bod K ležal na úsečke DH a bod M ležal na úsečke EJ. Zaujal ho útvar AGFIHKJMLB. Aký obvod má tento útvar?

Úloha 28. Ľubovi chutí čokoláda a mama mu na narodeniny dala 24 €. Ľubo sa rozhodol si za ne kúpiť čokoládu. V obchode mali 3 typy čokolád: čokoládu za 1 €, čokoládu za 3 € a čokoládu za 4 €. Vieme, že Ľubo minul všetky peniaze a že si z obchodu odniesol 12 čokolád. Z každého typu si pritom kúpil minimálne 1 čokoládu. Koľko čokolád za 1 € si mohol Ľubo kúpiť?

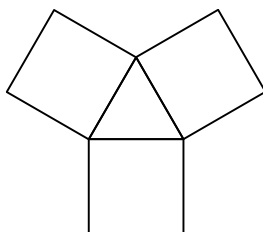
Úloha 29. Rodina Permonovcov má 4 deti: Andreja, Beátu, Cyrila a Danielu. Zhodou okolností sú ich výšky zoradené rovnako ako ich mená v abecede: Andrej je najnižší, Beáta vyššia, Cyril ešte vyšší a napokon Daniela je najvyššia. Jedného dňa sa chceli postaviť do zástupu. Pritom sa chceli postaviť tak, aby ich výšky postupne rástli odpredu. To sa im ale nepodarilo, pretože presne jedno z detí stálo tesne pred dieťaťom, ktoré bolo od neho menšie. Koľkými spôsobmi sa mohli postaviť do zástupu? Poznámka: Napríklad zástup Cyril, Daniela, Andrej, Beáta spĺňa ich požiadavky – všade výška detí narastá okrem dvojice Daniela a Andrej, kde vyššia Daniela stojí pred Andrejom.

Úloha 30. Každý deň presne o 12:00 vypláva z Rotterdamu parník do Miami a v tom istom okamihu aj druhý parník z Miami do Rotterdamu. Plavba medzi prístavmi trvá 60 hodín. Koľko lodí plávajúcich z Miami do Rotterdamu stretne parník, ktorý vypláva z Rotterdamu dnes o 12:00?

Úloha 31. Matej sa unudene pozeral z okna počas hodiny geometrie a nevenoval pozornosť tomu, čo sa deje na tabuli. Pani učiteľka si ho všimla, pozrela naňho a s úsmevom ho vyvolala. „Matej, pod' k tabuli a zisti, koľko trojuholníkov sa ukrýva na tomto obrázku.“ Matej sa zmätene pozrel na tabuľu, ale bol stratený. Pomôžte Matejovi zistiť, koľko trojuholníkov (ľubovoľnej veľkosti) sa nachádza na obrázku.



Úloha 32. Matilda sa z dlhej chvíle rozhodla nakresliť rovnostranný trojuholník, ktorého všetky strany sú dlhé 6 cm. Ten sa jej prestal páčiť, a tak mu dokreslila na každú stranu jeden štvorec ako na obrázku. Aký je obvod útvaru, ktorý Matilda nakreslila?



Úloha 33. Matúš a jeho starší brat Dávid majú narodeniny v ten istý deň. Matúš sa zamyslel nad tým, že Dávid mal v nejakom momente dvakrát toľko rokov, čo on. V ktorom roku to tak mohlo byť, ak sa Matúš narodil v roku 2006 a Dávid v roku 1999?

Úloha 34. Keď sa Maťka pýtala Katky na jej obľúbené číslo, Katka zistila, že zabudla, ktoré to bolo! Pamätala si len, že bolo dvojciferné a že dávalo zvyšok 2 po delení 9 a zvyšok 3 po delení 10. Ktoré všetky čísla môžu byť Katkiným obľúbeným?

Úloha 35. Alica ide z Bratislavy autom do Žiliny. Na výjazde z Bratislavy si na dopravnej značke prečítala, že Trnava je od Bratislavy vzdialená 35 km a Žilina 181 km. Keď sa vracala, tak si na podobnej značke všimla, že Trenčín je od Žiliny vzdialený 72 km a Bratislava 181 km. Aká je vzdialenosť medzi Trnavou a Trenčínom?

Úloha 36. Stano chcel piecť palacinky, no keďže na internáte nemá odmerku, ale iba váhu, musel improvizovať. Rozhodol sa, že množstvo mlieka odmeria približne pomocou váhy. Zobral si pohár, ktorý najprv doplna naplnil mliekom a potom ho aj s pohárom odvážil. Váha mu napísala 650 g. To sa mu zdalo priveľa, tak sa rozhodol, že polovicu mlieka odpije. Potom pohár s mliekom zase položil na váhu, ktorá mu napísala 450 g. Koľko gramov váži Stanov pohár?

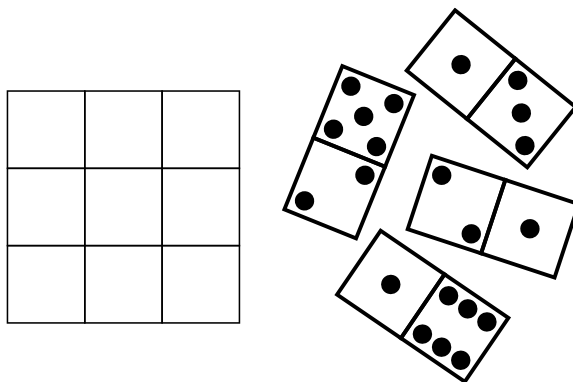
Úloha 37. Bača z Matbojova nerád hovorí o počte svojich ovečiek. O tomto počte tak vždy rozpráva v hádankách. Včera povedal, že ovečiek má viac ako 90, no menej ako 120. Zároveň povedal, že počet ovečiek je také číslo, že ak sčítame súčet jeho cifier a potom aj výsledku sčítame počet cifier, tak dostaneme číslo 1. Paholok si potom zistil všetky možné počty Bačových oviec a všetky tieto počty sčítal. Aké číslo paholok dostal?

Úloha 38. Veronika doma kachličkuje miestnosť so záchodom. Je to miestnosť s podlahou tvaru štvorca s rozmermi $2\text{ m} \times 2\text{ m}$, pričom na jednej stene sú hneď na kraji dvere široké 50 cm. Veronika používa kachličky rozmerov $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. Chce vykachličkovať podlahu a všetky steny do výšky 1 m (dvere samozrejme nekachličkuje). Koľko kachličiek Veronika potrebuje?

Úloha 39. Mirko zľavil zo svojich nárokov a už má rád dvojciferné čísla, ktorých cifra na mieste desiatok je aspoň o 2 väčšia ako cifra na mieste jednotiek. Koľko takých dvojciferných čísel existuje?

Úloha 40. Nicol si v škole píše poznámky zásadne iba čiernym, zeleným a fialovým perom, preto v peračníku nosí iba perá týchto farieb. Vieme, že v peračníku sú všetky perá okrem 16 čierne, všetky perá okrem 10 sú zelené a všetky perá okrem 12 sú fialové. Koľko pier má Nicol v peračníku?

Úloha V1. Panda sa niekedy v práci nudí. Našťastie, Logik mu na narodeniny daroval hru, s ktorou sa môže v práci zabávať. Hru tvorí tabuľka 3×3 a štyri dominá, ako vidíš na obrázku. Vždy si vezme domino kocku a zakryje ňou presne dve políčka tabuľky, ktoré ešte nie sú zakryté. Takto položí všetky štyri dominá s tým, že susediace dominá nemusia mať na sebe zhodné čísla. Jedno políčko potom zostane nezakryté. Pandu však aj táto hra čoskoro začne nudiť, lebo už zistil, ktoré všetky políčka môžu byť tým posledným, nezakrytým políčkom. Ktoré políčka to sú?



Úloha V2. *Piati kamaráti sa rozprávajú o nejakom dvojčifernom čísle. Pritom o ňom rozprávajú tvrdenia:*

Andrea povedala: „Toto číslo má na mieste desiatok cifru 5.“

Beáta povedala: „Toto číslo je násobkom čísla 11.“

Cyprián povedal: „Toto číslo nie je násobkom čísla 5.“

Damián povedal: „Toto číslo je nepárne.“

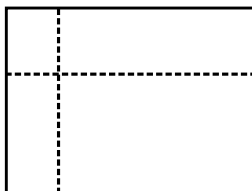
Ela povedala: „Súčet cifier tohto čísla je 10.“

Ukázalo sa, že iba jeden z kamarátov vyslovil nepravdivé tvrdenie. O akom čísle sa kamaráti rozprávali? Nájdite všetky možnosti.

Úloha V3. *Ninka si na papier nakreslila 4 rôzne priamky. Pri tom platilo, že každá priamka bola rovnobežná s nejakou inou priamkou. Ninka spočítala počet priesečníkov týchto priamok. Aké rôzne počty priesečníkov mohla dostať?*

Úloha V4. *Na dnešnom Rally sa pretekajú 5 kamaráti, každý v aute inej farby – modrom, bielom, červenom, fialovom a zelenom. Hodinu pred koncom boli autá v nejakom poradí. Počas poslednej hodiny najprv modré auto naraz predbehlo 4 autá, potom červené auto naraz predbehlo 3 autá a nakoniec biele auto naraz predbehlo 2 autá. Ktoré auto skončilo predposledné, ak bolo hodinu pred koncom fialové auto druhé? Nájdite všetky možnosti.*

Úloha V5. *Alex si kúpil veľkú deku – teda, skôr veľký obdĺžnikový kus látky s obvodom 700 cm, z ktorej chce vyrobiť 4 menšie deky tvaru obdĺžnika. Na túto obdĺžnikovú látku by chcel nakresliť jednu zvislú a jednu vodorovnú úsečku, ktoré by rozdelili látku na štyri obdĺžniky (na obrázku sú úsečky naznačené čiarkovanou čiarou). Látku by potom rozstrihal po týchto úsečkách a každú zo štyroch diek by chcel po obvode obšít. Nechce sa však upracovať, tak uvažuje, ako látku rozdeliť na 4 obdĺžniky tak, aby súčet ich obvodov bol čo najmenší. Aký najmenší a aký najväčší súčet obvodov štyroch diek v centimetroch môže Alex dostať?*



Úloha V6. Istá železničná spoločnosť má nové trojvozňové vlakové súpravy bez lokomotívy. Chce do nich rozmiestniť 2 hasiace prístroje a to takým spôsobom, aby najdlhšia možná vzdialenosť z ktoréhokoľvek miesta vlaku k najbližšiemu hasiacemu prístroju bola čo najmenšia. Ak má jeden vozeň dĺžku 24 metrov, a teda celá súprava má dĺžku 72 metrov, koľko metrov od začiatku súpravy sa má uložiť prvý hasiaci prístroj?