<u>Задача №1.</u> Посудину з водою при температурі t_1=0°C внесли до великої кімнати з температурою повітря t_0=22°C. За час τ_1=15 хв температура води піднялася до t_2=2°C. Якщо в таку ж посудину покласти таку ж масу льоду при температурі t_1=0°C, то він розтане за час τ_2=10 годин. Користуючись цими даними, визначити питому теплоту плавлення льоду. Теплоємність посудини не враховувати.

***

<u>Розв'язання:</u>

Вважаємо кімнату великою настільки, що температура повітря в ній під час нагрівання води або танення льоду не змінюється. Потужність нагрівання води за законом Ньютона прямо пропорційна різниці температур повітря та води $P = \alpha(t_0 - t)$. Отже, під час нагрівання потужність змінюється зі збільшенням температури води, і для розрахунку кількості теплоти, що поглинає вода, будемо використовувати середнє значення потужності

$$cm(t_2 - t_1) = \langle P \rangle \tau_1. \qquad (1)$$

З визначенням середньої потужності маємо певні труднощі, бо не знаємо за яким законом змінюється температура води із плином часу. Для спрощення розв'язку будемо вважати, що температура лінійно залежить від часу. Тоді середню потужність можна записати як середнє арифметичне із початкового та кінцевого значень потужності

$$\langle P \rangle = \frac{\alpha}{2}(2t_0 - t_1 - t_2). \quad (2)$$

З таненням льоду ситуація набагато простіша, бо температура льоду є сталою під час усього процесу танення

$$\lambda m = \alpha \tau_2 (t_0 - t_1). \quad (3)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (1) – (3), знаходимо питому теплоту плавлення льоду

$$\lambda = \frac{2c\tau_2(t_0 - t_1)(t_2 - t_1)}{\tau_1(2t_0 - t_1 - t_2)} = \frac{2 \cdot 4200 \cdot 600 \cdot 22 \cdot 2}{15 \cdot 42} = 352 \text{ кДж/кг}$$

Розв'язок

1 частина

Знайдемо довжину стежки з умови задачі (100 м висоти - 1 км стежки, то 500 м висоти – 1 км стежки) : *L=5 км.*

Визначимо за скільки часу кожен пройде цей шлях, та відповідно у скількі годин буде на горі:

$t_б=L/\upsilon_б=5:2 = 2,5=5/2$ (год) на годиннику буде 6 год+2год 30 хв = 8 год 30 хв

$t_д=L/\upsilon_д=5:3 = 5/3$ (год) на годиннику буде 7год30 хв+1год 40 хв = 9 год 10 хв

Висновок: бабуся і дідусь зустрінуться но горі, куди бабуся прийде раніше на 40 хв.

Зустріч дідуся з бабусею відбудеться на висоті 500 м.

2 частина

Знайдемо відстань між дідусем і бабусею в момент часу, коли дідусь с собакою почав рух: $l_0= \upsilon_б\Delta t=2км/год \cdot 1,5\ год = 3\ км.$

Позначимо:

υ_1 – швидкість, з якою собака рухається вгору,

υ_2 – швидкість, з якою собака рухається вниз.

Час, за який Сірко наздожене бабусю 1-й раз:

$t_0= l_0/(\upsilon_1 - \upsilon_б)$ *(2.1)*

$t_0= 3\ км/(8км/год – 2\ км/год)= 0,5\ год = 30\ хв$

Відстань між дідом і бабою на момент, коли бабуся зустрілась с собакою 1-й раз:

$l_0{}'= l_0 -(\upsilon_д - \upsilon_б) \cdot t_0$ *(2.2)*

Підставимо (2.1) в (2.2) :

$l_0{}'= l_0 -(\upsilon_д - \upsilon_б) \cdot l_0/(\upsilon_1 - \upsilon_б) = l_0((\upsilon_1 – \upsilon_д)/(\upsilon_1 - \upsilon_б))$ *(2.3)*

Сірко подолає цю відстань за час (враховуючі (2.3)):

$t_0{}'= l_0{}' /(\upsilon_2 + \upsilon_д) = l_0(\upsilon_1 – \upsilon_д)/((\upsilon_1 - \upsilon_б) \cdot (\upsilon_1 + \upsilon_д))$

$t_0{}'= (1/6)$ *год = 10 хв.*

Знайдемо відношення часу руху вгору та часу руху вниз (2.4):

$$\frac{t_0}{t_0'} = \frac{l_0(\upsilon_2 + \upsilon_д)(\upsilon_1 - \upsilon_б)}{(\upsilon_1 - \upsilon_б)l_0(\upsilon_1 - \upsilon_д)} = \frac{(\upsilon_2 + \upsilon_д)}{(\upsilon_1 - \upsilon_д)}$$

Висновок: співвідношення часу руху собаки вгору і вниз не залежить від відстані між бабусею і дідусем, та від швидкості бабусі, а залежить лише від швидкості руху собаки вгору і вниз та швидкості дідуся. Тобто це співвідношення (2.4) можна узагальнити для всього часу руху собаки вгору і вниз (2.5):

$$\boldsymbol{\frac{t}{t'} = \frac{(\upsilon_2 + \upsilon_д)}{(\upsilon_1 - \upsilon_д)} = \frac{3}{1}} \qquad (2.5)$$

Загальний час руху собаки дорівнює загальному часу руху дідуся.

Зі співвідношення (2.5) отримаємо для загального часу руху:

$T_1 / T_2 = 3/1$, звідси $T_1 = 3 T_2$, (2.6)

де T_1 - загальний час руху собаки вгору, *T_2* - загальний руху час собаки вниз.

Загальний час руху собаки вгору-вниз: *$T = T_1 + T_2 = T_д = L/ \upsilon_д$ (2.7)*

З (2.6) і (2.7) знайдемо $T_1 = 5/4$ год= 1 год 15хв, $T_2= 5/12$ год= 25 хв, *Розв'язок системи рівнянь (2.6)-(2.7)*

Шлях, що пройшов собака вгору: $L_1 = \upsilon_1 T_1$, *L_1 = 8км/год · 1год 15 хв= 10 км*

Шлях, що пройшов собака вниз: $L_2 = \upsilon_2 T_2$, *L_2 =12км/год · 25 хв= 5 км*

Загальний шлях : $\mathbf{L_{1\text{-}2} = \upsilon_1 T_1 + \upsilon_2 T_2 = 15}$ **км.**

3 частина

Втрата енергії на супротив силі тяжіння відбувається під час руху вгору:

Оскільки при *L = 5 км висота гори h= 0,5 км, то при L_1 = 10 км висота, що відповідає зміні потенціальної енергії собаки h_c= 2 h,*

$\Delta E/m = mgh_c/m$

$\Delta E/m = gh_c$ *= 9.8 м/с²·1000м= 9,8 кДж*

1 кал= 4,2 Дж

ΔE/m =(9800/4,2)кал = 2,33 ккал

Відповідь: h= ***500 м. $L_{1\text{-}2}$ =15 км, ΔE/m = 2,33 ккал***

Задача 3 (8 клас). Наповнений повітрям тонкостінний м'ячик, занурений у воду, спливає з постійною швидкістю V, а такий самий за розмірами суцільний гумовий тоне зі швидкістю U. Куди і з якою швидкістю W вони рухатимуться у воді, якщо їх з'єднати ниткою? Силу опору води при русі в ній вважати пропорційною швидкостям руху, а силу Архімеда – однаковою як у спокої, так і при русі.

Розв'язок.

У першому випадку $F_A=m_п g+kV$, у другому $F_A+kU=m_г g$, k - коефіцієнт пропорційності, однаковий для обох кульок.

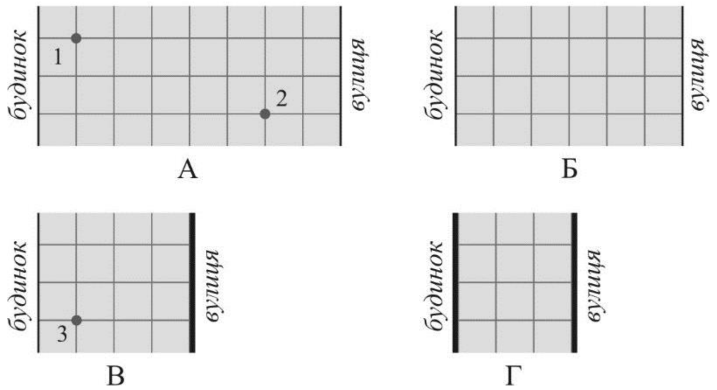
для зв'язаних тіл $2F_A=(m_п+m_г)\,g+2kW$,

звідки $W=(V-U)/2$.

При $V>U$ кульки спливають, а якщо $V<U$, то тонуть. При $V=U$ вони знаходитимуться у рівновазі, тобто $W=0$.

8 клас

Розв’язок задачі №4 теоретичного туру



Оскільки температура не змінюється, кожний шар речовини за певний час τ отримує та віддає однакову кількість теплоти Q. Звідси випливає, що всередині цегляної стінки температура змінюється лінійно: при переміщенні на одну клітинку перпендикулярно поверхні стінки зміна температури $\Delta t_{\text{кл}}$ буде однаковою (але різною для різних стінок). Через теплоізолюючий шар протягом часу τ теж проходить кількість теплоти Q. Вважатимемо, що для кожного шару речовини потужність теплопередачі через одиницю площі пропорційна різниці температур Δt на двох поверхнях цього шару (отже, потік тепла через кожну стінку пропорційний $\Delta t_{\text{кл}}$ для цієї стінки). Урахуємо також, що за відсутності додаткового теплоізолюючого шару температура поверхні стінки практично збігається з температурою повітря біля неї.

Для стінки А: $\Delta t_{\text{клА}} = \dfrac{t_1 - t_2}{5} = 5\,^\circ\text{C}$. Звідси випливає, що температура всередині будинку $t_{\text{буд}} = t_1 + \Delta t_{\text{клА}} = 24\,^\circ\text{C}$, а температура на вулиці $t_{\text{вул}} = t_2 - 2\Delta t_{\text{клА}} = -16\,^\circ\text{C}$. Позначимо Q_A втрати тепла протягом певного фіксованого часу через стінку А.

Для стінки Б: $\Delta t_{\text{клБ}} = \dfrac{40\,^\circ\text{C}}{6} = \dfrac{4}{3}\Delta t_{\text{клА}}$. Отже, втрати тепла через стінку Б дорівнюють $Q_Б = \dfrac{4}{3}Q_A$.

Для стінки В: $\Delta t_{\text{кл}}$ має таке саме значення, як для стінки А. Це означає, що різниця температур між поверхнями тонкого додаткового теплоізолюючого шару дорівнює 20 °C, як і між поверхнями цегляної стінки. Отже, цей додатковий шар еквівалентний цегляній стінці завтовшки 4 клітинки. Втрати тепла $Q_В = Q_А$.

Для стінки Г: з урахуванням додаткових теплоізолюючих шарів ефективна товщина цієї стінки становить 11 клітинок. Отже, $\Delta t_{\text{клГ}} = \dfrac{8}{11}\Delta t_{\text{клА}} \approx$ 3,64 °C. Отже, $Q_Г = \dfrac{8}{11}Q_А$.

Тепер можна дати відповіді на поставлені запитання.

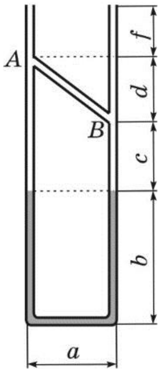
1) $\dfrac{Q_Б}{Q_Г} = \dfrac{4/3}{8/11} = \dfrac{11}{6} \approx 1{,}8$.

2) Додаткові теплоізолюючі шари збільшують ефективну товщину стінки Г від 3 до 11 клітинок, тобто зменшують теплові втрати в 11/3 разу (приблизно в 3,7 разу).

3) Різниця температур між будинком і вулицею становить 40 °C. На кожний із додаткових теплоізолюючих шарів припадає по 4/11 від цієї різниці температур, тобто по 14,5 °C. Отже, температури на межах цегляної стінки з додатковими шарами дорівнюють 9,5 і –1,5 °C.

4) За нових умов потік тепла через стінки становить 55 % від початкового. Отже, різниця температур усередині та ззовні дорівнює 0,55 · 40 °C, тобто 22 °C. Отже, температура в будинку тепер 22 °C, а на зовнішній поверхні цегляної стінки $\dfrac{4}{11} \cdot 22\,^\circ\text{C} = 8\,^\circ\text{C}$.

На рисунку показано посудину, виготовлену з тонкостінних скляних трубок з площею поперечного перерізу 0,2 см². Розміри відрізків трубок $a =$ 20 см, $b =$ 60 см (це рівень води в посудині), $c =$ 30 см, $d = f =$ 15 см. До лівого вертикального коліна посудини потроху наливають гас, він не змішується з водою. Густини води та гасу дорівнюють відповідно 1 і 0,8 г/см³. У правому вертикальному коліні посудини плавають дві маленькі кульки густиною $\rho_1 =$ 0,5 г/см³ і $\rho_2 =$ 0,9 г/см³. Побудуйте графіки залежності висот h_1, h_2 цих кульок над дном посудини від об'єму V налитого гасу.



Розв'язання.

Розглянемо три етапи процесу.

1. Рівень води в правому вертикальному коліні зростає від b до $b + c$, при цьому рівень води в лівому коліні зменшується на c. Очевидно, на цьому етапі (як і на наступних) залежність висот h_1, h_2 від V є лінійною (на цьому етапі $h_1 = h_2$). Коли кульки піднімаються до точки B, висоту стовпа гасу $h_{гас}$ можна знайти з умови рівності тисків в обох колінах на рівні межі обох рідин: $\rho_{гас} g h_{гас} = 2\rho_{вод} g c$, звідки $h_{гас} = 2\rho_{вод} c/\rho_{гас} = 75$ см. Зазначимо, що гас у лівому коліні посудини доходить якраз до точки A. Об'єм налитого гасу $V_1 = S h_{гас} =$ 15 см³.
2. Заповнення похилої трубки AB гасом. При цьому гас потрапляє й у праве коліно, тисне на воду та спричиняє зворотне перетікання води в ліве коліно. Цей етап закінчується, коли гас у *обох* колінах посудини встановиться на рівні точки A. При цьому й рівні води мають бути однаковими, тобто повернутися до початкових. Наприкінці цього етапу $h_1 = b + c + d =$ 105 см (перша кулька плаває на поверхні гасу), $h_2 = b =$ 60 см (друга кулька плаває на межі води та гасу), а загальний об'єм налитого гасу $V_2 = 2S(c + d) + S\sqrt{a^2 + d^2} =$ 23 см³.
3. На останньому етапі йде заповнення верхніх ділянок вертикальних трубок, рівень гасу в них однаковий. Рівні води не змінюються, $h_2 = b = \text{const}$. Наприкінці процесу $h_1 = b + c + d + f =$ = 120 см, об'єм гасу $V_3 = V_2 + 2Sf =$ 29 см³.

Графіки залежностей $h_1(V), h_2(V)$ наведені на рисунку.