



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Números e Funções Reais — Avaliação 2
Prof. Adriano Barbosa

PROFMAT

08/07/2022

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a):

1. Um time de futebol joga num estádio com capacidade para 15.000 espectadores. Com o ingresso custando R\$15,00, a média de público nos jogos é de 10.000 pessoas. Uma pesquisa de mercado indicou que o público aumentaria em 1.000 pessoas em cada jogo para cada R\$ 1,00 diminuído no valor do ingresso. Qual deve ser o preço do ingresso para que o faturamento com a venda de ingressos seja o maior possível?
2. Dada a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, consideremos as funções afins $g(x) = mx + t$, onde m é fixo e t será escolhido convenientemente. Prove que existe uma (única) escolha de t para a qual a equação $f(x) = g(x)$ tem uma, e somente uma, raiz x .
3. Seja $p(x)$ um polinômio cujo grau n é um número ímpar. Mostre que existem números reais x_1, x_2 tais que $p(x_1) > 0$ e $p(x_2) < 0$. Conclua daí que todo polinômio de grau ímpar admite pelo menos uma raiz real.
4. (a) Encontre uma expressão para $\sin(3x)$ como um polinômio de coeficientes inteiros em termos de $\sin x$.
(b) Mostre que $\sin 10^\circ$ é raiz de um polinômio com coeficientes inteiros.
5. Mostre que, para todo $m > 0$, a equação $\sqrt{x} + m = x$ tem exatamente uma raiz.
6. A grandeza y se exprime como $y = ba^t$ em função de t . Sejam d o acréscimo que se deve dar a t para que y dobre e m (meia-vida de y) o acréscimo de t necessário para que y se reduza à metade. Mostre que $m = -d$ e $y = b2^{t/d}$, logo $d = \log_a 2 = \frac{1}{\log_2 a}$.
7. A expressão $M(t) = 200e^{-(t \ln 2)/30}$ dá a massa em gramas do célio 137 que restará de uma quantidade inicial após t anos de decaimento radionativo.
(a) Quantos gramas havia inicialmente?
(b) Quantos gramas permanecem depois de 10 anos? Use, caso necessário, $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \approx 0,794$.
(c) Quantos anos levará para reduzir pela metade a quantidade inicial de célio 137?
8. Se $\operatorname{tg} x + \sec x = \frac{3}{2}$, calcule $\sin x$ e $\cos x$.

Boa Prova!