1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Verão 2018 — Avaliação de Números e Funções
Adriano Barbosa

PROFMAT 22/01/2018

Aluno(a):...

1. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função crescente tal que, para todo x racional, vale $f(x) = ax + b$ (com a, $b \in \mathbb{R}$ constantes). Prove que se tem $f(x) = ax + b$ também se x for irracional.

2. Um corpo está impregnado de uma substância radioativa cuja meia-vida é um ano. Quanto tempo levará para que sua radioatividade se reduza a 20% do que é?

3. Se a é irracional, prove que a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(ax) + \cos(x)$ não é periódica.

4. Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$ uma função quadrática com $a > 0$ e $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Considere o triângulo ABV, onde A e B são os pontos de interseção da parábola correspondente ao gráfico de f com o eixo das abcissas e V é o vértice da parábola.

   (a) Mostre que $\overline{BV} = \dfrac{\sqrt{\Delta(\Delta + 4)}}{4a}$.

   (b) Mostre que o triângulo ABV é equilátero se, e somente se, $\Delta = 12$.

5. Sejam x e y números reais positivos tais que $x + y = 1$. Prove que $\left(1 + \dfrac{1}{x}\right)\left(1 + \dfrac{1}{y}\right) \geq 9$.

Boa Prova!