**UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS**
**Cálculo Diferencial e Integral III — Avaliação Final**
**Prof. Adriano Barbosa**

Engenharia Mecânica 02/07/2019

| | |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| Nota | |

**Aluno(a):**........................................................................................

**Todas as respostas devem ser justificadas.**

1. Dada $f(x, y) = e^y(y^2 - x^2)$:

   (a) (0,5 pts) Calcule o gradiente de $f$.

   (b) (0,5 pts) Determine a taxa de variação máxima de $f$ em $(1, 0)$.

   (c) (1,0 pts) Encontre os pontos de máximo local, mínimo local e de sela de $f$.

2. (2,0 pts) Determine os valores máximo e mínimo da função $f(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2$ restrita ao círculo $x^2 + y^2 = 5$.

3. (2,0 pts) Calcule a integral dupla $\iint_D \frac{y}{1+x^2}\,dA$, onde $D$ é a região delimitada pelas curvas $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ e $x = 1$.

4. Sejam $F(x, y) = (e^{xy} + xye^{xy}, e^y + x^2e^{xy})$ e $I = \int_C F \cdot\, dr$, onde $C$ é o círculo $x^2 + y^2 = 4$

   (a) (0,5 pts) Parametrize a curva $C$.

   (b) (0,5 pts) O campo $F$ é conservativo?

   (c) (0,5 pts) É possível usar o Teorema de Green para calcular a integral $I$?

   (d) (0,5 pts) Calcule a integral $I$.

5. (2,0 pts) O Jacobiano de uma mudança de coordenadas $x = g(u, v)$ e $y = h(u, v)$, onde $g$ e $h$ têm derivadas parciais contínuas, é dado por

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}.$$

Podemos usar uma mudança de coordenadas para calcular uma integral dupla da seguinte forma:

$$\iint_R f(x, y)\, dA = \iint_S f(g(u, v), h(u, v))\, |J|\, du\, dv,$$

onde a região $S$ do plano $uv$ é mapeada pela mudança de coordenadas na região $R$ do plano $xy$. Use a mudança de coordenadas $x = \frac{1}{2}(u+v)$, $y = \frac{1}{2}(u-v)$ para calcular a integral $\iint_R e^{(x+y)/(x-y)}\, dA$, onde $R$ é trapézio com vértices $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, -2)$ e $(0, -1)$.

*Boa Prova!*