

---

Álgebra Linear  
Avaliação PS — 12/05/2016  
Engenharia Mecânica

Nome:  
Avaliação respondida:

---

VOCÊ DEVE RESPONDER APENAS AS QUESTÕES REFERENTES A  
SUA MENOR NOTA OU APENAS AS QUESTÕES MARCADAS COM (\*).

---

**Avaliação P1:**

1. Defina e dê um exemplo de:

- (a) Matriz simétrica
- (b) Matriz transposta

2. Determine  $k$ , para que o sistema admita única solução

$$\begin{cases} -4x + 3y = 2 \\ 5x - 4y = 0 \\ 2x - y = k \end{cases}$$

3. Verifique se as retas  $r_1$  e  $r_2$  possuem interseção:

$$r_1 : \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = x \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x = -t \\ y = 4 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

4. (\*) Encontre a equação paramétrica da reta que passa pelo ponto  $A = (3, 2, 1)$  e é simultaneamente perpendicular as retas  $r_1$  e  $r_2$ :

$$r_1 : \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} y = x - 3 \\ z = 2x + 3 \end{cases}$$

5. (\*) Encontre a equação geral do plano que passa pelos pontos  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 2, 0)$  e  $(0, 0, 3)$ .

---

**Avaliação P2:**

1. O conjunto  $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \text{ e } b = c \right\}$  é um subespaço das matrizes  $2 \times 2$ ?

2. Decida se os conjuntos de vetores são LI ou LD:

- (a)  $\{(1, 2, 4), (5, -10, -20)\}$  em  $\mathbb{R}^3$ .

- (b)  $\{-x^2 + 6x, x^2 + x + 1\}$  em  $\mathcal{P}_2$ .
- (c)  $\left\{ \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \right\}$  em  $M(2, 2)$ .
3. (\*) Decida se o conjunto  $\{1 + x + x^2, x + x^2, 1 + x^2\}$  é uma base de  $\mathcal{P}_2$ .
4. Combine as matrizes de rotação no sentido anti-horário de  $60^\circ$  e  $-45^\circ$  para calcular a matrizes de rotação no sentido anti-horário de  $15^\circ$ .
5. (\*) Determine se a transformação linear associada a matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$  dada nas bases canônicas é injetiva.

### Avaliação P3:

1. Encontre o polinômio característico das matrizes:
- (a)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
- (b)  $\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -9 & -10 \end{bmatrix}$
2. Calcule os autovalores e autovetores das matrizes da questão acima.
3. Dada a matriz  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  calcule os autovalores de  $AA^T$  e  $A^T A$ .
4. Se o polinômio característico da matriz  $A$  é  $p(\lambda) = (-1 - \lambda)(-2 - \lambda)^2(3 - \lambda)^2$ , responda:
- (a) Quais as dimensões da matriz  $A$ ?
- (b) Quantos autovalores distintos a matriz  $A$  possui?
- (c) Quais são os autovalores de  $A$ ?
5. (\*) Dada a matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
- (a) Exiba uma base de  $\mathbb{R}^3$  formada por autovetores de  $A$ .
- (b) Diagonalize a matriz  $A$ .