1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

Tópicos de Álgebra Linear — Avaliação P2

Prof. Adriano Barbosa

Matemática 25/08/2017

Aluno(a):...

1. Sejam E e F espaços vetoriais e $B : E \to F$ um isomorfismo. Mostre que $T : \mathcal{L}(E; E) \to \mathcal{L}(F; F)$, $T(A) = BAB^{-1}$ é um isomorfismo.

2. Seja A um operador linear em $\mathbb{R}^2$ definido por $A(x, y) = (-y, x)$.

   (a) Calcule a matriz de A relativa a base canônica de $\mathbb{R}^2$.

   (b) Calcule a matriz de A relativa a base $\beta = \{(1, 2), (1, -1)\} \subset \mathbb{R}^2$.

   (c) Mostre que para todo número real c o operador $A - cI$ é invertível.

   (d) Mostre que se β é uma base qualquer de $\mathbb{R}^2$ e $[A]_\beta^\beta = [a_{ij}]$, então $a_{12}a_{21} \neq 0$.
   ($[A]_\beta^\beta$ denota a matriz de A relativa a base β)

3. Mostre que se F_1 e F_2 são subespaços invariantes por um operador linear $A : E \to E$, então os subespaços $F_1 + F_2$ e $F_1 \cap F_2$ também são invariantes por A.

4. Dado o operador linear $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $A(x, y) = (x + 2y, 2x + y)$, encontre uma base de $\mathbb{R}^2$ tal que a matriz de A relativa a essa base seja diagonal e escreva essa matriz diagonal.

5. Suponha que o operador $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ é não nulo e que $A^2 = 0$. Mostre que $\dim Im(A) = 1$.

Boa Prova!