



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS  
Cálculo de Várias Variáveis — Avaliação Final  
Prof. Adriano Barbosa

Matemática

13/08/2023

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a): .....

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Calcule as derivadas parciais das funções abaixo:

(a)  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(b)  $f(x, y, z) = e^{y \cos x} \ln(yz)$

2. Seja  $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$ . Encontre seus pontos críticos e classifique-os em ponto de máximo, de mínimo ou de sela.

3. Um morro possui sua forma definida pelo gráfico de  $f(x, y) = 1000 - 0,005x^2 - 0,01y^2$ .

- (a) Se um alpinista está no ponto com coordenadas  $x = 60$  e  $y = 40$ , que direção e sentido ele deve tomar para subir pela parte mais íngreme do morro? Qual a taxa de variação da altura neste ponto e nesta direção?
- (b) Se o alpinista se mover na direção do vetor  $v = (-1, -2)$ , ele estará subindo ou descendo? Qual a taxa de variação?

4. Utilizando uma integral dupla, calcule a área da região determinada por

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \leq 2, x \leq y \leq x + 1, x \geq 0\}$$

5. Calcule  $\iiint_E xyz \, dV$ , onde  $E$  fica entre as esferas  $\rho = 3$  e  $\rho = 6$ , com  $z \leq 0$ .

Boa Prova!