



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo Diferencial e Integral III — Avaliação Final
Prof. Adriano Barbosa

Engenharia de Alimentos

03/07/2019

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a):

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Dada $f(x, y) = x^3 - 6xy + 8y^3$:
 - (a) (0,5 pts) Calcule o gradiente de f .
 - (b) (0,5 pts) Determine a taxa de variação máxima de f em $(1, 0)$.
 - (c) (1,0 pts) Encontre os pontos de máximo local, mínimo local e de sela de f .
2. (2,0 pts) Determine os valores máximo e mínimo de $f(x, y) = x^2y$ restrita ao círculo $x^2 + y^2 = 1$.
3. (2,0 pts) Calcule a integral dupla $\iint_D y \, dA$, onde D é a região do primeiro quadrante limitada pelas parábolas $x = y^2$ e $x = 8 - y^2$.
4. Sejam $F(x, y) = (4x^3y^2 - 2xy^3, 2x^4y - 3x^2y^2 + 4y^3)$ e $I = \int_C F \cdot dr$, onde C é o arco de parábola $y = 4x^2$ de $(0, 0)$ a $(1, 4)$.
 - (a) (0,5 pts) Parametrize a curva C .
 - (b) (0,5 pts) O campo F é conservativo?
 - (c) (0,5 pts) É possível usar o Teorema de Green para calcular a integral I ?
 - (d) (0,5 pts) Calcule a integral I .
5. (2,0 pts) O Jacobiano de uma mudança de coordenadas $x = g(u, v)$ e $y = h(u, v)$, onde g e h têm derivadas parciais contínuas, é dado por

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial y}{\partial u}.$$

Podemos usar uma mudança de coordenadas para calcular uma integral dupla da seguinte forma:

$$\iint_R f(x, y) \, dA = \iint_S f(g(u, v), h(u, v)) |J| \, du \, dv,$$

onde a região S do plano uv é mapeada pela mudança de coordenadas na região R do plano xy .

Use a mudança de coordenadas $x = 2u + v$, $y = u + 2v$ para calcular a integral $\iint_R x - 3y \, dA$, onde R o triângulo com vértices $(0, 0)$, $(2, 1)$ e $(1, 2)$.

Boa Prova!