1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo de Várias Variáveis — Avaliação Final
Prof. Adriano Barbosa

Matemática 06/03/2024

Aluno(a):...

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. (2 pts) Dada $z = y + f(x^2 - y^2)$, mostre que $y\dfrac{\partial z}{\partial x} + x\dfrac{\partial z}{\partial y} = x$.

2. (2 pts) Dados os pontos $(1,2)$, $(2,5)$, $(4,7)$ e $f(x) = ax + b$, encontre os valores de a e b tais que
$$(f(1) - 2)^2 + (f(2) - 5)^2 + (f(4) - 7)^2$$
seja mínimo.

3. (2 pts) Sabendo que a derivada direcional de f no ponto $(3,-2,1)$ na direção $(2,-1,-2)$ é -3 e que $\|\nabla f(3,-2,1)\| = 3$, calcule a direção de maior crescimento de f no ponto $(3,-2,1)$. Quem é $\nabla f(3,-2,1)$?
Lembre que: $u \cdot v = \|u\|\|v\|\cos(\theta)$

4. (2 pts) Sendo f contínua, mostre que $\displaystyle\int_0^1 \int_{x^2}^1 \int_0^{1-y} f(t)\, dt\, dy\, dx = \frac{2}{3}\int_0^1 (1-t)^{3/2} f(t)\, dt$.
Dica: mude a ordem de integração para $dx\, dy\, dt$.

5. (2 pts) O Jacobiano de uma mudança de coordenadas $x = g(u,v)$ e $y = h(u,v)$, onde g e h têm derivadas parciais contínuas, é dado por
$$J = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial v} \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}.$$
Podemos usar uma mudança de coordenadas para calcular uma integral dupla da seguinte forma:
$$\iint_R f(x,y)\, dA = \iint_S f(g(u,v), h(u,v))\, |J|\, du\, dv,$$
onde a região S do plano uv é mapeada pela mudança de coordenadas na região R do plano xy.
Use a mudança de coordenadas $x = \frac{1}{2}(u+v)$, $y = \frac{1}{2}(u-v)$ para calcular a integral
$$\iint_R e^{(x+y)/(x-y)}\, dA,$$
onde R é trapézio com vértices $(1,0)$, $(2,0)$, $(0,-2)$ e $(0,-1)$.

Boa Prova!