



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS  
Números e Funções Reais — Avaliação AV1  
Prof. Adriano Barbosa

PROFMAT

12/05/2018

1	
2	
3	
4	
5	
6	
Nota	

Aluno(a): .....

1. Dados conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , mostre que:

(a)  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

(b)  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

2. Uma sequência  $(a_n)$  é tal que  $a_1 = 1$  e

$$a_{n+1} = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n+1}$$

para todo  $n \geq 1$ . Mostre que os valores de  $a_n$ , para  $n \geq 2$  são todos iguais.

3. Sejam  $f : X \rightarrow Y$  e  $g : Y \rightarrow X$  duas funções. Prove que:

(a) se  $g \circ f$  é injetiva, então  $f$  é injetiva.

(b) se  $f \circ g$  sobrejetiva, então  $f$  é sobrejetiva.

4. (a) Se  $r \neq 0$  é um número racional, prove que  $r\sqrt{2}$  é irracional.

(b) Dado qualquer número real  $\varepsilon > 0$ , prove que existe um número irracional  $\alpha$  tal que  $0 < \alpha < \varepsilon$ .

(c) Mostre que todo intervalo  $[a, b]$ , com  $a < b$ , contém algum número irracional.

5. Sejam  $x$  e  $y$  números reais quaisquer.

(a) Mostre que  $|x + y| \leq |x| + |y|$ .

(b) Mostre que  $||x| - |y|| \leq |x - y|$ .

6. Um pequeno barco a vela, com 5 tripulantes, deve atravessar o oceano em 30 dias. Seu suprimento de água potável permite a cada pessoa dispor de 2 litros de água por dia (e é o que os tripulantes fazem). Após 13 dias de viagem, o barco encontra 2 naufragos numa jangada e os acolhe. Pergunta-se:

(a) Quantos litros de água por dia caberão agora a cada pessoa se a viagem prosseguir como antes?

(b) Se os 7 ocupantes de agora continuarem consumindo 2 litros de água cada um, em quantos dias, no máximo, será necessário encontrar uma ilha onde haja água?

*Boa Prova!*