



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS  
Números e Funções Reais — Avaliação 1  
Prof. Adriano Barbosa

PROFMAT

20/05/2022

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a): .....

1. Sejam  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  subconjuntos do conjunto universo  $U$ . Suponha que  $X_1 \cup X_2 = U$  e  $Y_1 \cap Y_2 = \emptyset$ , que  $X_1 \subset Y_1$  e que  $X_2 \subset Y_2$ . Prove que  $X_1 = Y_1$  e  $X_2 = Y_2$ .

2. Considere as seguintes (aparentes) equivalências lógicas:

$$x = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$$

Conclusão:  $x = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$ . Onde está o erro?

3. Use indução para provar que  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$ .

4. Seja  $X \subset \mathbb{N}$  um conjunto não-vazio com a seguinte propriedade: para qualquer  $n \in \mathbb{N}$ , se todos os números naturais menores do que  $n$  pertencem a  $X$  então  $n \in X$ . Prove que  $X = \mathbb{N}$ . (Sugestão: boa ordenação)

5. Prove, por indução, que um conjunto com  $n$  elementos possui  $2^n$  subconjuntos.

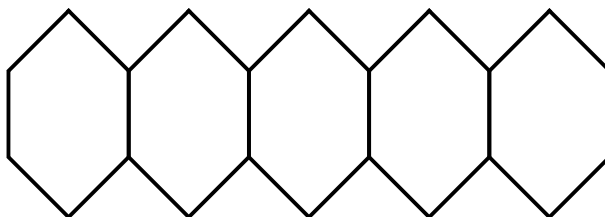
6. Verifique se cada passo na solução das inequações abaixo está correto:

(a)  $\frac{5x+3}{2x+1} > 2 \Rightarrow 5x+3 > 4x+2 \Rightarrow x > -1$

(b)  $\frac{2x^2+x}{x^2+1} < 2 \Rightarrow 2x^2+x < 2x^2+2 \Rightarrow x < 2$

7. Considere todos os intervalos da forma  $[0, \frac{1}{n}]$ , onde  $n \in \mathbb{N}$ . Existe um número comum a todos estes intervalos? E se forem tomados os intervalos abertos?

8. Um garoto brinca de arrumar palitos fazendo uma sequência de hexágonos como na figura. Se ele fez 2022 hexágonos, quantos palitos utilizou?



Boa Prova!