



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS**  
**Cálculo Diferencial e Integral III — Avaliação PS**  
**Prof. Adriano Barbosa**

Engenharia Mecânica

01/06/2021

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a): .....

**Todas as respostas devem ser justificadas.**  
**Resolva apenas a avaliação referente a sua menor nota.**

**Avaliação P1:**

1. Determine se as afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique sua resposta:

(a) Seja  $f(x, y) = \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}$ . Tomando o caminho  $y = x^3$ :

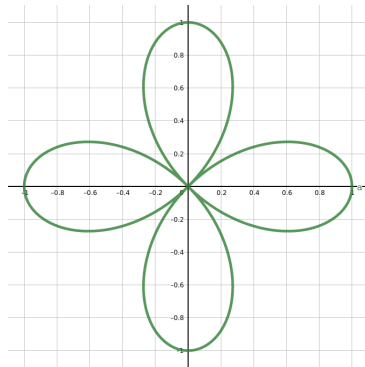
$$y = x^3 : f(x, x^3) = \frac{x^3 x^3}{x^6 + (x^3)^2} = \frac{x^6}{2x^6} = \frac{1}{2}.$$

Portanto,  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = \frac{1}{2}$ .

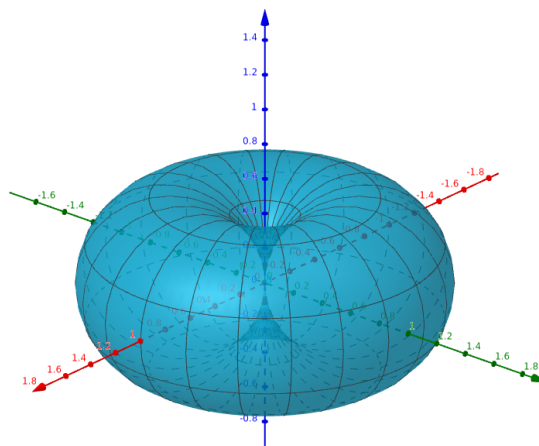
- (b) Se o gráfico de  $f(x, y)$  é um plano, então as derivadas parciais de primeira ordem de  $f$  são nulas.
2. Num retângulo o comprimento e a largura são medidos como 30 cm e 24 cm, respectivamente, com um erro de 0,1 cm em cada medida. Use a aproximação linear da área para estimar o erro máximo no cálculo da área, onde o erro é dado por  $|\text{área medida} - \text{área aproximada}|$ .
3. Os quatro tipos de sangue são determinados pelos alelos A, B e O. A proporção de indivíduos numa população que carregam dois alelos diferentes é  $P = 2ab + 2ac + 2cb$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são as proporções de A, B e O na população. Sabendo que  $a + b + c = 1$ , mostre que  $P$  é no máximo  $\frac{2}{3}$ .
4. A profundidade de um lago é dada em função das coordenadas no plano de sua superfície como  $z = 200 - 0,02x^2 - 0,001y^3$ . Um pescador está no ponto  $(40, 30)$  e se move na direção de uma boia que está no ponto  $(0, 0)$ . A profundidade do lago está aumentando ou diminuindo no momento em que ele inicia o trajeto?

## Avaliação P2:

1. Calcule a área da região limitada pela rosa  $r = \cos(2\theta)$ .



2. Calcule o volume do toro  $\rho = \sin(\phi)$ .



Use  $\int \sin^4(x) dx = \frac{3}{8}x - \frac{1}{4}\sin(2x) + \frac{1}{32}\sin(4x) + C$ , se necessário.

3. Calcule o trabalho realizado pelo campo  $F(x, y) = \left( \frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2} \right)$ , ao mover uma partícula ao longo do círculo unitário de centro na origem no sentido anti-horário.
4. Sejam  $F(x, y) = (x^3 + y, 3x - 2y)$  e  $C$  é a borda de um triângulo de área 3 e está orientada positivamente. Calcule  $\int_C F \cdot dr$ .

*Boa Prova!*