Биляна Индреева, ФМI 0800106, 2 група

6.) Имаме $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ – редица от функц.

с общ член $f_n(x)$, $f_i : D \to \mathbb{R}$

$\cancel{f_n(x) \to f(x)}$

(*) $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \nu > 0 : |f_i(x) - f(x)| < \varepsilon$ за $i > \nu$

за ~~ко~~ $x \in D$

5

$$\Updownarrow$$

$$f_n(x) \rightrightarrows f(x)$$

$$\Updownarrow$$

$\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ е равномерно сход.

7.) $\sup\limits_{x \in D} |f_n(x) - f(x)| \xrightarrow[n\to\infty]{} 0 \iff f_n(x) \rightrightarrows f(x)$

~~Нека $\varepsilon = \frac{1}{n}$, ...~~

(*) е вярно за кое да е $x \in D$ => можем

да разглеждаме $|f_n(x) - f(x)| \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$

?

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} |f_n(x) - f(x)| = 0 \iff \lim\limits_{\frac{1}{n}\to 0} |f_n(x) - f(x)| = 0$

$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \quad |f_n^{\infty} - f(x)| - 0| < \varepsilon$ за $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \to 0$?

$\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \to 0 \Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \ \exists \nu > 0 : \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon$ за $n > \nu$

$\Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \ |f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ за $n > \nu$?

Наобратно е очевидно, вземаме $\nu \Rightarrow \infty$

8.) $f : D \to \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}^2$

~~$f(x,y)$ Нека $M(x,y)$ и $M_0(x_0,y_0)$ са точки~~

~~Нека $M_0(x_0,y_0)$ е точка.~~

f е равномерно непр ~~в M_0~~, ако:

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 : M \in B_\delta(M_0) \Rightarrow |f(M) - f(M_0)| < \varepsilon$

за $\forall M, M \in D \cap B_\delta(M_0)$

f е равном. непр. в D, ако f е равн. непр. във $\forall M_0 \in D$?

- D е компактно $\Rightarrow D$ е затворено и ограничено

f е непрекъснато $\Rightarrow$?

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 : |f(M_1) - f(M_2)| < \varepsilon$ за $\rho(M_1, M_2) < \delta$

и $\forall M_1, M_2 \in D$

Биляна Инджеева, и MI0800106

1

=> разликата е, че ~~в равно~~ за да е равн. непр. функцията, тя трябва да е ~~деф~~ дефинирана над затворено множ. Т.е. контури да е част от множ.

?

Ако f е непр. над $\bar{D}$, то очевидно е равн. непр.

9.) $\frac{df}{dx}(x_0, y_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h}$

5

10.) ~~Условен лок. екстр. е~~

• Нека $f: D \to \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}^2$, т. $X_0 (x_0, y_0)$ е усл. лок. ~~екстр~~ макс., ако:

?

$\forall \varepsilon > 0 : \| X_0 - X \| < \varepsilon \Rightarrow f(X_0) > f(X)$, $X \in D$

(аналогично за мин)

• Нека $\overrightarrow{grad}\, f(x_0, y_0) \neq \vec{0}$, тоест не се нулират частни производни

?

Нека $F'(X) = f(X)$, тогава

$\overrightarrow{grad}\, f(x_0, y_0) = \lambda\, \overrightarrow{grad}\, F(x_0, y_0)$

Понава НУ за усл. лок. екстр е:

$$\begin{cases} \overrightarrow{grad}\, f'_x(x_0, y_0) = \lambda\, \overrightarrow{grad}\, F'_x(x_0, y_0) \\ \overrightarrow{grad}\, f'_y(x_0, y_0) = \lambda\, \overrightarrow{grad}\, F'_y(x_0, y_0) \\ F(x_0, y_0) = 0 \end{cases}$$

?