

ВС практикум: Домашно задание 1

Биляна Инджева

16.04.2024

Задача 1

Имаме 24 ябълки, от които 4 са червиви. Разпределяме ябълките в 4 кутии, така че да са с равен брой ябълки. С помощта на симулации намерете приближение на вероятността във всяка кутия да има по една червива ябълка.

Константи

```
set.seed(42)

total_apples <- 24
n_red_apples <- 4
n_non_red_apples <- total_apples - n_red_apples
n_boxes <- 4
n_simulations <- 10000

red_apples_distribution <- integer()
```

Една симулация

```
sim_apples <- function(n_red_apples, n_non_red_apples, n_boxes) {
  apples <- c(rep(1, n_red_apples), rep(0, n_non_red_apples))
  shuffled_apples <- sample(apples)

  boxes <- matrix(shuffled_apples, nrow=n_boxes)
  red_apples_per_box <- apply(boxes, 1, sum)

  all(red_apples_per_box >= 1)
}
```

Всички симулации

```
prob_apples <- function(n_simulations, n_red_apples, n_non_red_apples, n_boxes) {
  res <- replicate(n_simulations, sim_apples(n_red_apples, n_non_red_apples, n_boxes))
  sum(res) / length(res)
}
```

Отговор

```
approx_probability <- prob.apples(n_simulations, n_red_apples, n_non_red_apples, n_boxes)
print(approx_probability)
```

```
## [1] 0.1197
```

Задача 2

За $n = 30, 120, 200$ генерирайте случайни числа x_1, \dots, x_n от експоненциално разпределение с параметър $\lambda = 1/5$ и пресметнете $\bar{x} = (x_1 + \dots + x_n)/n$. Повторете $N = 10000$ пъти и ще получите $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{10000}$. Нека

$$\widehat{F}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{I}(\bar{x}_i \leq t),$$

където $\mathbb{I}(a)$ е единица, ако a е вярно и нула, в противен случай.

- Направете графика на $\widehat{F}(t)$. Може да използвате функцията `plot(x, y, type="l")`.
- На същата картинка добавете графика на функцията на разпределение на $\mathcal{N}(\mu = 5, \sigma = 5/\sqrt{n})$. Двете графики трябва да са с различен цвят или едната да е с пунктирна линия.
- Трябва да получите три картинки – по една за всяка стойност на n .

Константи

```
set.seed(42)

lambda <- 1/5
n_values <- c(30, 120, 200)
n_simulation <- 10000
```

Симулация

```
sim.n <- function(n, n_simulation, lambda) {
  average_x <- numeric(n_simulation)

  for (i in 1:n_simulation) {
    x <- rexp(n, rate=lambda)
    average_x[i] <- mean(x)
  }

  list(t_values = sort(average_x),
       F_hat_values = seq_along(average_x) / n_simulation)
}
```

Графика

```
plot.n <- function(n, sim_res) {  
  plot(sim_res$t_values, sim_res$F_hat_values, type="l",  
        xlab="t", ylab="F(t)",  
        col="red", lwd=2)  
  
  F_values <- pnorm(sim_res$t_values, mean=5, sd=5/sqrt(n))  
  lines(sim_res$t_values, F_values, col="blue", lwd=2, lty="dashed")  
  
  legend("bottomright", legend=c("Our distribution", "Normal distributio  
n"),  
        col=c("red", "blue"), lty=c(1,2))  
}
```

Отговор

```
plot.simulation <- function(n_values, n_simulation, lambda) {  
  for (n in n_values) {  
    sim_res <- sim.n(n, n_simulation, lambda)  
    plot.n(n, sim_res)  
  }  
}  
  
plot.simulation(n_values, n_simulation, lambda)
```



