

## Контролна работа 3 (ПМ, КН1, И)

### Теория на групите

**Задача 1.** Нека  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$  и  $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  са елементи на  $S_6$ .

1. Разложете  $\sigma$  и  $\tau$  в произведение на независими цикли и пресметнете техните редове.
2. За кои стойности  $k \in \mathbb{Z}$  редът на  $\sigma^k$  е не по-голям от този на  $\tau^k$  ?
3. За кои стойности  $s \in \mathbb{Z}$  е изпълнено  $r(\sigma^s) < r(\sigma\tau\sigma^{-1})$  ?

**Задача 2.** Намерете редовете на всички елементи на групата  $G = \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2$ . Намерете всички подгрупи на  $G$  и направете схема на включванията.

**Задача 3.** Нека  $G = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid ab \neq 0\}$ . Въвеждаме операция в  $G$  по правилото

$$(a_1, b_1, c_1) \cdot (a_2, b_2, c_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2, a_1 c_2 + c_1 b_2)$$

Нека  $K = \{(a, b, c) \in G \mid a = b\}$ . Докажете, че  $G$  е неабелева група,  $K \triangleleft G$  и  $G/K \cong \mathbb{R}^*$ .