

# Релационна алгебра

Мултимножества  
(Bags)

# РА върху мултимножества

- Мултимножество (*bag*)
  - за разлика от множествата един елемент може да се среща повече от 1 път
  - *Multiset* , *bag*
- Пример: {1,2,1,3}
- Редът в мултимножеството не е от значение
  - {1,2,1} = {1,1,2} като мултимножества,
  - но [1,2,1] <> [1,1,2] като списъци

# Защо се използват мултимножества?

- SQL на практика работи върху мултимножества.
  - SQL елиминира дубликатите при явно посочване
- Някои оператори (проекция) са много по-ефективни върху мултимножества, отколкото върху множества.

# Операции върху мултимножества

- Обединение, сечение и разлика - особености при мултимножества.

# Обединение на мултимножества

- **Обединение** - един кортеж се среща толкова пъти в обединението на 2 мултимножества, колкото е сумата от срещанията му във всяко от мултимножествата.
- Пример:  $\{1,2,1\} \cup \{1,1,2,3,1\} = \{1,1,1,1,1,2,2,3\}$

# Сечение на мултимножества

- **Сечение** – един кортеж се среща в сечението на на 2 мултимножества, толкова пъти, колкото е минимумът от срещанията му във всяко от мултимножествата.
- Пример:  $\{1,2,1\} \cap \{1,2,3\} = \{1,2\}$ .

# Разлика на мултимножества

- **Разлика** - един кортеж се среща толкова пъти в разликата на мултимножествата  $A - B$ , колкото е броят на срещанията му в  $A$  минус броят на срещанията му в  $B$ .
- Пример 1:  $\{1,2,1,1\} - \{1,2,3\} = \{1,1\}$ .
- Пример 2:  $\{1,2,3\} - \{1,2,1,1\} = ?$

# Bag Laws != Set Laws

- Някои, но *не всички* алгебрични закон, които важат за множества не важат за мултимножества.
- Пример: комутативен закон при обединение ( $R \cup S = S \cup R$ ) важи и при множества.



# Разлика в операциите върху мултимножества и множества

■ Множества:

обединение  $\rightarrow (S \cup S = S)$ .

# Разлика в операциите върху мултимножества и множества

- Множества:  
обединение  $\rightarrow (S \cup S = S)$ .
- Мултимножества: ако  $x$  се среща  $n$  пъти в  $S$ , ще се среща  $2n$  пъти в  $S \cup S$ .
- $S \cup S \neq S$

# Операции върху мултимножества

- Селекция
- Проекция
- Декартово п-ние ( и съединение)

# Пример: селекция

R(

A,	B
1	2
5	6
1	2

)

$\sigma_{A+B<5} (R) =$

A	B
1	2
1	2

# Пример: проекция

R(

A,	B
1	2
5	6
1	2

)

$\pi_A(R) =$

A
1
5
1

# Пример: декартово п-ние

R(

A,	B
1	2
5	6
1	2

)

S(

B,	C
3	4
7	8

)

$R \times S =$

A	R.B	S.B	C
1	2	3	4
1	2	7	8
5	6	3	4
5	6	7	8
1	2	3	4
1	2	7	8

# Операции върху мултимножества

- **Селекция** - прилага се за всеки кортеж, еднакъв ефект при множества и мултимножества.
- **Проекция** - при мултимножества дубликатите не се елиминират.
- **Декартово п-ние ( и съединение)** – всеки кортеж от едната релация се свързва с всеки кортеж от другата, независимо от това дали се повтарят кортежите или не.

# Пример: Theta-Join върху мултимножества

R(

A,	B
1	2
5	6
1	2

)

S(

B,	C
3	4
7	8

)

$R \bowtie_{R.B < S.B} S =$

A	R.B	S.B	C
1	2	3	4
1	2	7	8
5	6	7	8
1	2	3	4
1	2	7	8



# Релационна алгебра

## Допълнителни оператори

# Допълнителни оператори

1. **DELTA ( $\delta$ )** = отстраняване на дубликати от мултимножества.
2. **TAU ( $\tau$ )** = сортиране на кортежи.
3. **Разширена проекция** : аритметични операции, преименуване на колони.
4. **GAMMA ( $\gamma$ )** = групиране и агрегиране.
5. **Външно свързване** : предотвратява “**висящи кортежи**” = кортежи, които не участват в свързването.

# Отстраняване на дубликати

- $R1 := \delta(R2)$
- R1 съдържа само по едно копие на всеки кортеж, който се среща в R2 повече от един път.

# Пример: Отстраняване на дубликати

$R =$

A	B
1	2
3	4
1	2

$\delta(R) =$

A	B
1	2
3	4

# Сортиране

- $R1 := \tau_L(R2)$ .
  - $L$  списък от атрибути на  $R2$ .
- $R1$  – списък от кортежите на  $R2$ , сортирани първо по първия атрибут на списъка  $L$ , после по втория атрибут на  $L$  и т.н.
- **TAU** е единственият оператор, чийто резултат е списък от кортежи, а не множество от кортежи

# Пример: Сортиране

$R =$

A	B
1	2
3	4
5	2

$$\text{TAU}_B(R) = [(5,2), (1,2), (3,4)]$$

# Разширена проекция

- Използвайки същия  $\pi_L$  оператор, позволяваме списъкът  $L$  да съдържа произволни изрази от атрибутите:
  1. Единичен атрибут на  $R$
  2. Израз:  $x \rightarrow y$  (преименуване на атрибута  $x$  в  $y$ )
  3. Аритметика върху атрибутите:  $A+B$ .

# Пример: Разширена проекция

$R =$

A	B
1	2
3	4

$\pi_{A+B,A,B}(R) =$

A+B	A	B
3	1	2
7	3	4

$\pi_{A+B \rightarrow C,A,B}(R) =$

C	A	B
3	1	2
7	3	4



# Агрегиращи оператори

- Агрегиращите оператори се прилагат върху целите колони и дават единичен резултат
- Примери:
  - SUM
  - AVG
  - MIN and MAX.
  - COUNT

# Пример: агрегиране

R =

A	B
1	3
3	4
3	2

SUM(A) = 7

COUNT(A) = 3

MAX(B) = 4

MIN (B) = 2

AVG(B) = 3

# Оператор за групиране

- $R1 := \gamma_L (R2).$
- $L$  списък от елементи, които са:
  1. Индивидуални атрибути (*grouping attributes*).
  2.  $AGG(A)$ , където  $AGG$  е агрегиращ оператор и  $A$  е атрибут.

# Приложение на $GAMMA_L(R)$

- Групираме  $R$  спрямо всички групиращи атрибути от списъка  $L$ .
- Във всяка група изчисляваме  $AGG(A)$  за всяко агрегиране върху списъка  $L$ .
- Резултатът е-жа един кортеж за всяка група:
  1. Групиращи атрибути и
  2. Техните групови агрегации.

# Пример: групиране/агрегиране

R =

A	B	C
1	2	3
4	5	6
1	2	5

$$\gamma_{A,B,AVG(C)}(R) = ??$$

I – групиране в R :

A	B	C
1	2	3
1	2	5
4	5	6

II – средна стойност  
на C в групата

A	B	AVG(C)
1	2	4
4	5	6

# Външно свързване (Outerjoin)

- $R \bowtie_c S$ .
- Кортежите от  $R$  , които не могат да образуват двойка (да се свържат ) с кортеж от  $S$  се наричат “висящи” (*dangling*).
  - Аналогично за  $S$ .
- Outerjoin ( $\bowtie^o$ ) запазва висящите кортежи, като ги включва в резултата, допълвайки ги с NULL values.

# Пример: външно свързване

R =

A	B
1	2
4	5

S =

B	C
2	3
6	7

(1,2) се свързва с (2,3),  
но остават 2 висящи кортежа.

$R \bowtie S =$

A	B	C
1	2	3
4	5	NULL
NULL	6	7

# Оператори на релационната алгебра

SELECT	$\sigma$	INTERSECT	$\cap$
PROJ	$\pi$	MINUS	$-$
*	$\times$	TAU	$\tau$
JOIN	$\bowtie$	DELTA	$\delta$
RENAME	$\rho$	GAMMA	$\gamma$
UNION	$\cup$	OUTERJOIN	$\bowtie^o$



# Ограничения върху релации

Две форми за представяне на ограниченията

- Нека  $R$ ,  $S$  са изрази от РА
  - $R = \emptyset$  “релацията  $R$  не трябва да съдържа кортежи”
  - $R \subseteq S$  “всеки кортеж от релацията  $R$  трябва да присъства като кортеж в  $S$ ”

# Пример 1:външен ключ

Movie(Title,Year,length,filmType, studioName,  
producerC#)

MovieExec(name,address,Cert#,netWorth)

- producerC# на всеки кортеж за филм трябва да присъства като cert# компонент на някои кортежи в MovieExec ( референциален интегритет)

## Пример 1: външен ключ

Movie(Title,Year,length,filmType, studioName,  
producerC#)

MovieExec(name,address,Cert#,netWorth)

■ Чрез релационната алгебра

$$\pi_{\text{producerC\#}}(\text{Movie}) \subseteq \pi_{\text{cert\#}}(\text{MovieExec})$$

$$\pi_{\text{producerC\#}}(\text{Movie}) - \pi_{\text{cert\#}}(\text{MovieExec}) = \emptyset$$

## Пример 2

- Всеки филм от релацията

`StarsIn(movieTitle,movieYear,starName)`

- се съдържа и в релацията

`Movie(title,year,length,inColor,studioName,producerC#)`

- Чрез релационната алгебра:

$$\pi_{\text{movieTitle,movieYear}}(\text{StarsIn}) \subseteq \pi_{\text{title,year}}(\text{Movie})$$

# Пример 3: функционални зависимости

## ■ Изразяване на FD:

- name  $\rightarrow$  address
- MovieStar(name,address,gender,birthday)

## ■ Чрез релационната алгебра

$$\sigma_{MS1.name=MS2.name \text{ AND } MS1.address \neq MS2.address} \\ (\rho_{MS1} (MovieStar) \times \rho_{MS2} (MovieStar)) = \emptyset$$

## Пример 4: ограничения на домейна

- Допустими значения за атрибута *gender* (пол) са символните константи 'F' ( female – жена ) и 'M' ( male - мъж ).
- В релационната алгебра:

$$\sigma_{\text{gender} \neq 'F' \text{ AND } \text{gender} \neq 'M'}(\text{MovieStar}) = \emptyset$$