Wojciech Błyskal	247632	Rok akademicki 2023/24
Łukasz Centkowski	247638	poniedziałek, godzina 12:15

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 3 – Lagrange'a dla nierównych odstępów argumentu .

Opis rozwiązania

Opis interpolacji wielomianowej metodą Lagrange’a Interpolacja wielomianowa jest metodą numeryczną przybliżania funkcji tzw. wielomianem Lagrange'a stopnia n przyjmującym w n+1 punktach, zwanych węzłami interpolacji, wartości takie same jak przybliżana funkcja.

Przebieg algorytmu:

1. Wyznaczamy wartości funkcji dla węzłów interpolacyjnych podanych przez użytkownika.
2. Obliczamy kolejne punkty wielomianu interpolacyjnego za pomocą wzoru:

$$L_f(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \cdot \prod_{j=0 \wedge j \neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

3. Obliczamy wartości dla wybranego punktu za pomocą wzoru funkcji oraz wielomianu interpolacyjnego. Otrzymane wartości porównujemy w celu wyliczenia błędu.

Wyniki

Tabela 1 – dla funkcji liniowej y = 3x +2

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-8,9>	2	{-7, 0}

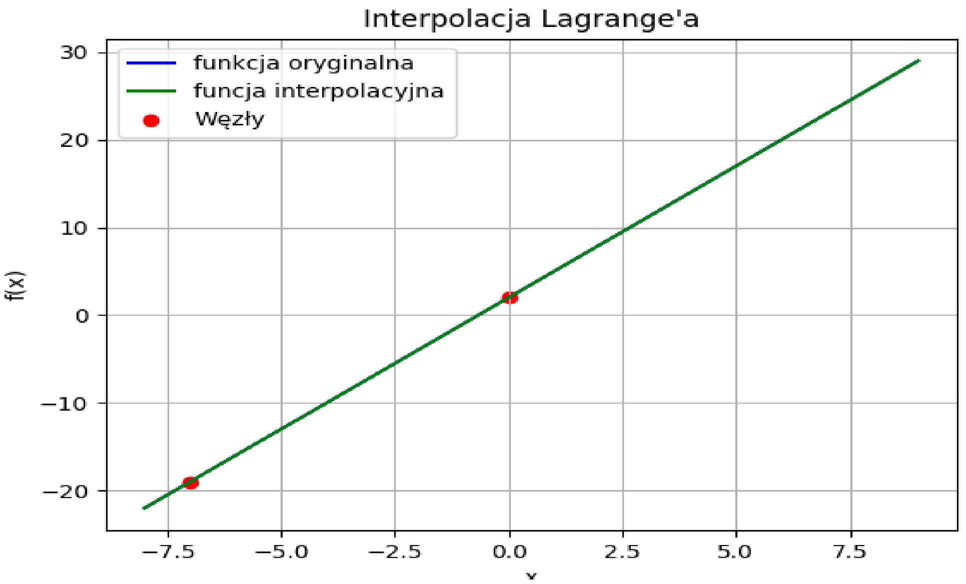


Tabela 2 – dla funkcji wielomianowej y = 3x^3 + 5x^2 + 3x + 2

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-15,6>	4	{-14, 5, -1, 3}

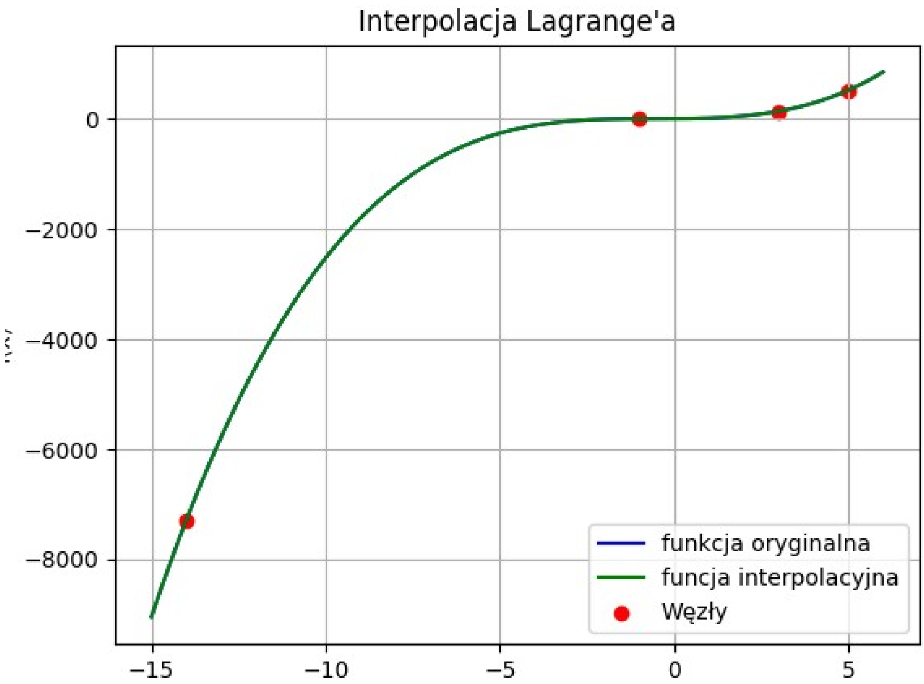


Tabela 3 – dla funkcji wielomianowej y = 3x^3 + 5x^2 + 3x + 2

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-15,6>	4	{-15, -13, -11, -9}

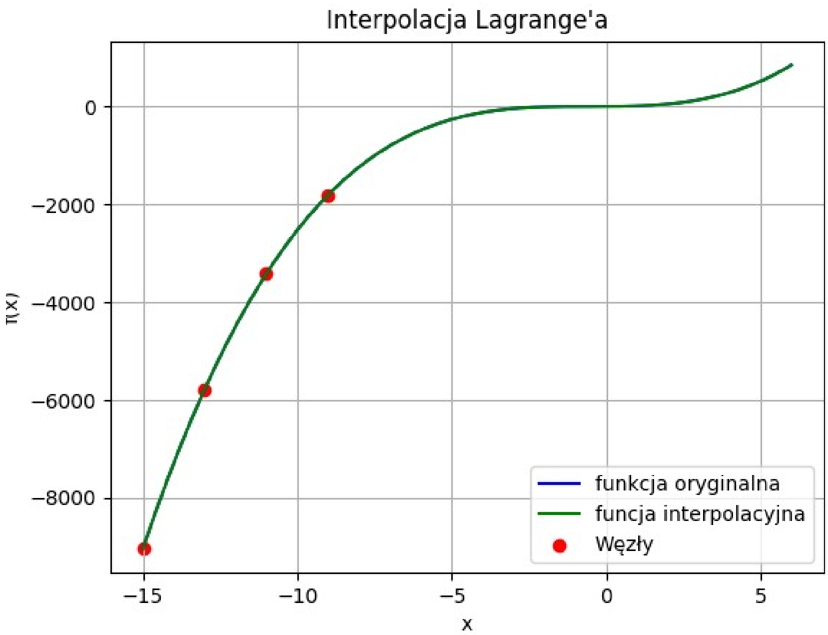


Tabela 4 – dla funkcji wielomianowej y = 3x^3 + 5x^2 + 3x + 2

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-15,6>	3	{-14, -9, 0}

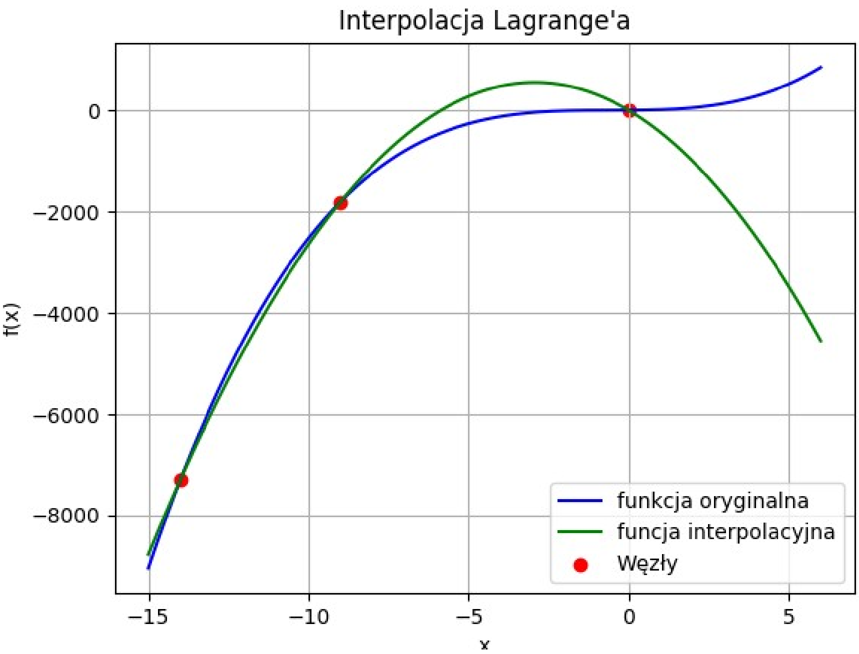


Tabela 5 - dla funkcji trygonometrycznej y = 5 * cos(x) + 3 * sin(x)

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-5,5>	4	{-4, 0, 2, 4}

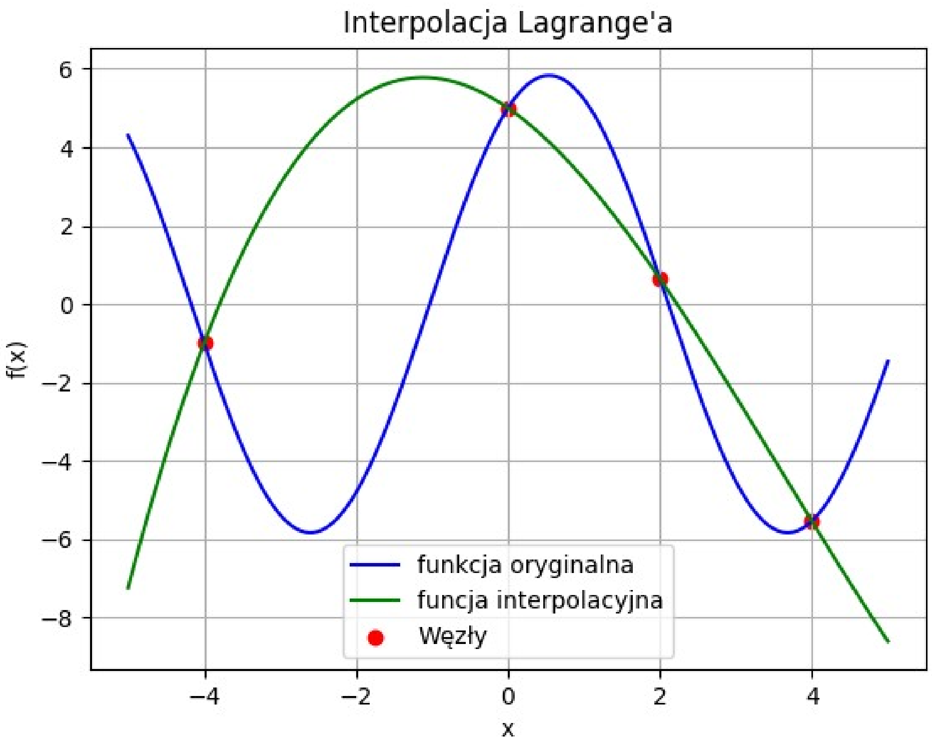


Tabela 6 – dla funkcji trygonometrycznej y = sin(x)

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-4,4>	8	{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}

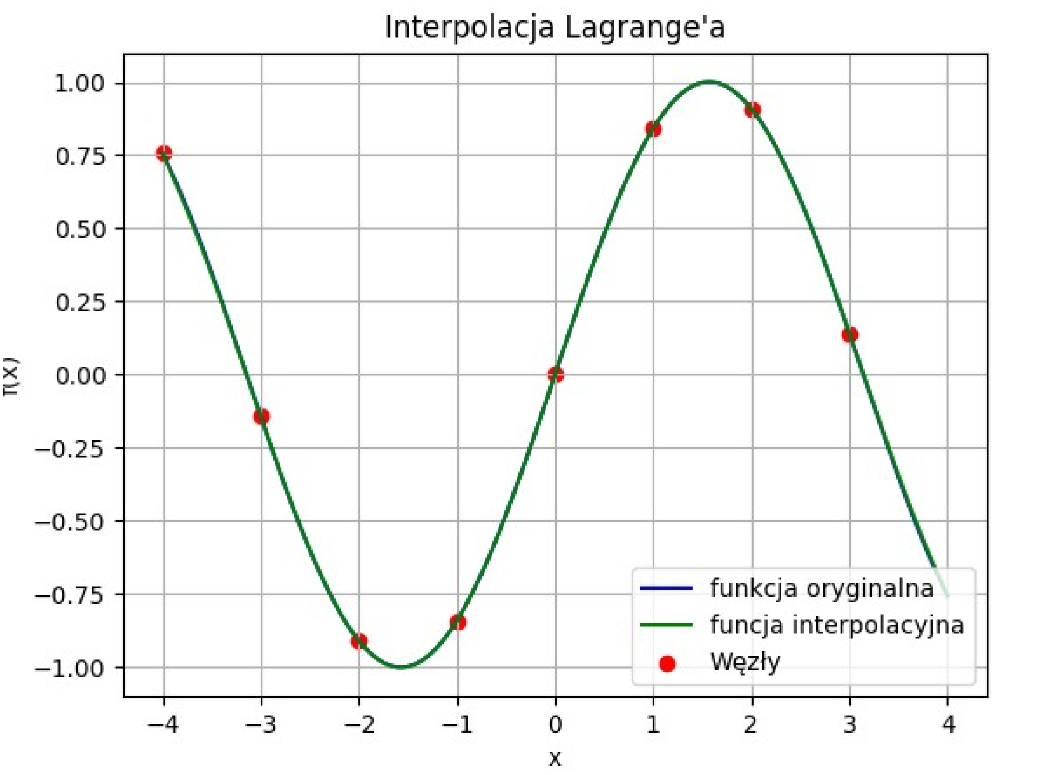


Tabela 7 – dla funkcji trygonometrycznej y = sin(x)

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-4,4>	8	{-4, -3.5, -3, -2.75, -2.5, -2, -1.75, -1.60}

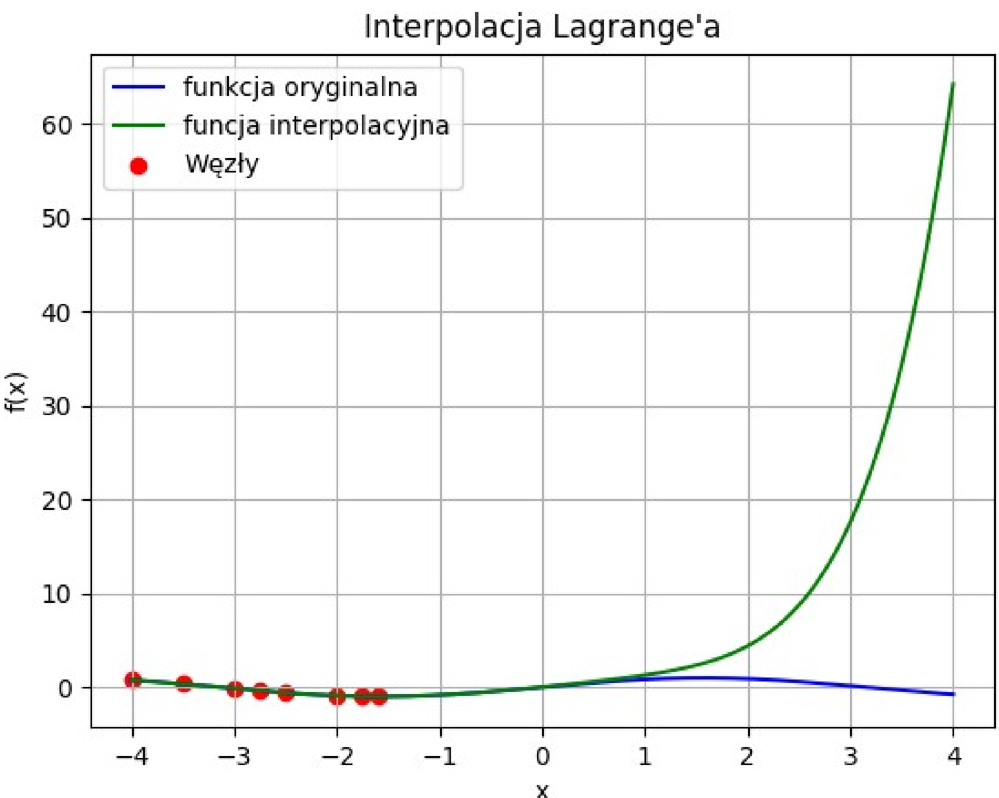


Tabela 8 – dla funkcji złożonej x^3 + 3x^2 + 3x + 13 + cos(x) + sin(x)

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-5,5>	8	{-5, -3, -3, -1, 0, 1, 3, 5}

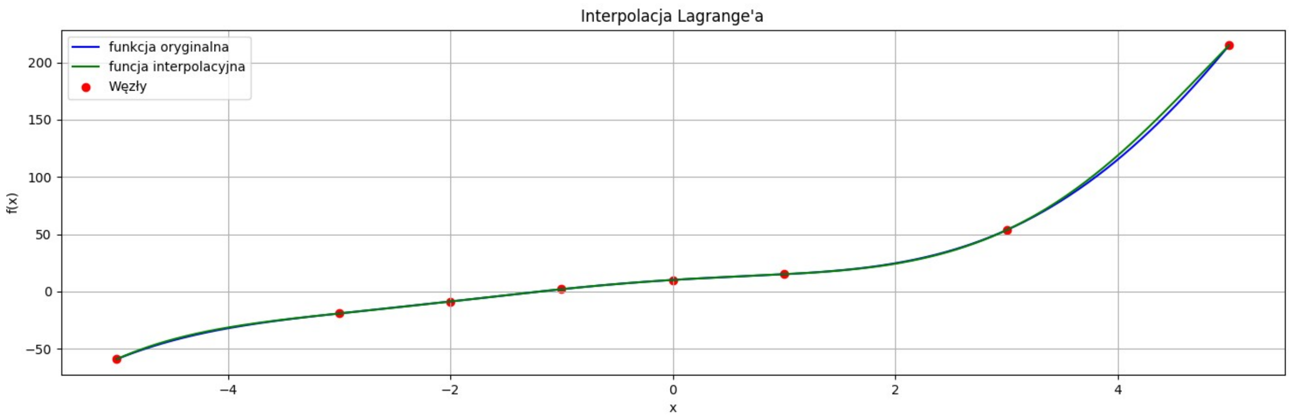
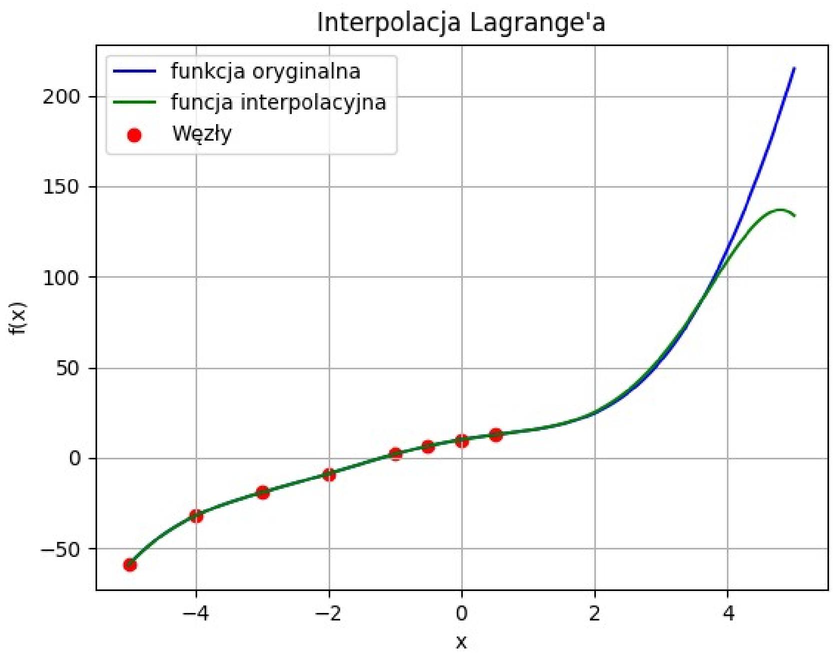


Tabela 9 – dla funkcji złożonej x^3 + 3x^2 + 3x + 13 + cos(x) + sin(x)

przedział	liczba węzłów	Węzły w punktach (x)
<-5,5>	8	{-5, -4, -3, -2, -1, -0.5, 0, 0.5}



Wnioski

- Wystarczy n+1 węzłów interpolacji, aby idealnie odwzorować wielomian interpolowany. Nie muszą być one usytuowane w równych dla siebie odstępach. Dla funkcji trygonometrycznej umieszczenie węzłów w odpowiednich odległościach wpływa na dokładność interpolacji.
- im bardziej skomplikowana funkcja, tym więcej węzłów potrzeba, by wielomian interpolacyjny był dokładny (np. dla funkcji liniowej wystarczą tylko dwa punkty, żeby wykresy się pokrywały)
- im bliżej węzłów interpolacyjnych leży wybrany punkt, tym dokładniejsze są wyniki obliczone ze wzoru interpolacyjnego
- mniej dokładna interpolacja dla funkcji trygonometrycznych z powodu ich charakterystyki. Występuje zjawisko Rungiego.