

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 2 – Rozwiązywanie układów N równań liniowych z N niewiadomymi.

Opis rozwiązania

Celem zadania drugiego było zaimplementowanie metody eliminacji Jordana (Gaussa-Jordana) do znajdowania rozwiązań układów liniowych. Sposób działania tej metody:

- Jeśli macierz posiada wiersz zerowy, to albo nie będzie miała rozwiązania, albo będzie nieoznaczona, co kończy dalsze wykonywanie algorytmu.
- Wybieramy element podstawowy poprzez wybranie największego co do modułu elementu w danej kolumnie oraz przestawiamy wiersze, jeśli element podstawowy nie znajduje się na głównej przekątnej.
- dzielimy k -ty wiersz przez współczynnik a_{kk} (dla k naturalnych od 1 do n $a_{kj} = a_{kj} / a_{kk}$)
- Dla pozostałych wierszy dzielimy k -ty wiersz przez współczynnik a_{ik} , a następnie odejmujemy ten iloczyn od i -tego wiersza ($a_{ij} = a_{ij} - a_{ik} * a_{kj} / a_{kk}$). Następnie wracamy do kroku 1. zwiększając o 1 wartość k .

Wyniki

Przykłady z treści zadania:

a)

x_1	x_2	x_3	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
3	3	1	12	x_1	1,0000000000000009	1
2	5	7	33	x_2	1,9999999999999991	2
1	2	1	8	x_3	3,0000000000000004	3

b)

x_1	x_2	x_3	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
3	3	1	1	x_1	Układ nieoznaczony	Układ nieoznaczony
2	5	7	20	x_2		
-4	-10	-14	-40	x_3		

c)

x_1	x_2	x_3	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
3	3	1	1	x_1	Układ sprzeczny	Układ sprzeczny
2	5	7	20	x_2		
-4	-10	-14	-20	x_3		

d)

x_1	x_2	x_3	x_4	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
0,5	-0,0625	0,1875	0,0625	1,5	x_1	2,0	2
-0,0625	0,5	0	0	-1,625	x_2	-3,0	-3
0,1875	0	0,375	0,125	1	x_3	1,5	1,5
0,0625	0	0,125	0,25	0,4375	x_4	0,4999999999999999	0,5

e)

x_1	x_2	x_3	x_4	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
3	2	1	-1	0	x_1	układ	układ
5	-1	1	2	-4	x_2		

1	-1	1	2	4	x_3	sprzeczny	sprzeczny
7	8	1	-7	6	x_4		

f)

x_1	x_2	x_3	x_4	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
3	-1	2	-1	-13	x_1	1,0	1
3	-1	1	1	1	x_2	2,999999999999999	3
1	2	-1	2	21	x_3	-4,000000000000002	-4
-1	1	-2	-3	-5	x_4	4,999999999999999	5

g)

x_1	x_2	x_3	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
0	0	1	3	x_1	7,0	7
1	0	0	7	x_2	5,0	5
0	1	0	5	x_3	3,0	3

h)

x_1	x_2	x_3	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
10	-5	1	3	x_1	1,0	1
4	-7	2	-4	x_2	2,0	2
5	1	4	19	x_3	3,0	3

i)

x_1	x_2	x_3	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
6	-4	2	4	x_1	Układ nieoznaczony	Układ nieoznaczony
-5	5	2	11	x_2		
0,9	0,9	3,6	13,5	x_3		

j)

x_1	x_2	x_3	Macierz wynikowa	Wyniki programu		Wartości analityczne
1	0,2	0,3	1,5	x_1	1,0	1
0,1	1	-0,3	0,8	x_2	1,0	1
-0,1	-0,2	1	0,7	x_3	0,999999999999999	1

Wnioski

Metoda eliminacji Gaussa-Jordana:

1. Ma problem jeżeli współczynnik a_{kk} będzie wynosił 0. Skala problemu jest zmniejszana poprzez przestawianie wierszy. Jeżeli ten problem nie wystąpi to z pewną dokładnością program zadziała zawsze poprawnie.
2. Uzyskujemy macierz jednostkową (chyba, że układ jest sprzeczny lub nieoznaczony).
3. Sprawdzamy czy macierz jest nieoznaczona lub sprzeczna, co jeżeli jest prawdą, zostaje wykryte przed zakończeniem algorytmu.
4. Z powodu posługiwania się liczbami zmiennoprzecinkowymi występują minimalne odstępstwa obliczonych wartości niewiadomych względem wartości analitycznych.

