

Случайная комбинаторика2

Даниил Гафни

2019-08-08

- ☐ Задача 1. Сколько существует способов поставить двух черных ферзей на доску?
- ☐ Задача 2. В ленту длиной десять клеток вписывают числа от 1 до 10. При чем каждое следующее приписывают только рядом с уже существующим числом. Сколько способов заполнить таблицу существует?
- ☐ Задача 3. В ленту длиной десять клеток вписывают числа от 1 до 10. При чем каждое следующее приписывают только рядом с уже существующим числом. Сколько способов заполнить таблицу существует?
- ☐ Задача 4. В меню «Шоколадницы» есть 4 вида блинчиков и 3 различных молочных коктейля. Сколькими способами сможете выбрать «Блинчики + коктейль»?
- ☐ Задача 5. В вазе лежат 5 шоколадок с разными начинками и 7 мармеладок (всех цветов радуги). Но можно выбрать только одну сладость. Сколько способов у вас есть? А если можно выбрать одну шоколадку И одну мармеладку?
- ☐ Задача 6. А сколько способов есть выбрать 4 шоколадки из этих 5?
- ☐ Задача 7. Сколькими способами можно переставить буквы в слове ПРОБЛЕСК так, чтобы буква П шла непосредственно после буквы О?
- ☐ Задача 8. Ладья стоит на левом поле клетчатой полоски 1 на 30 и за ход может сдвинуться на любое количество клеток вправо. Сколькими способами она может добраться до крайнего правого поля?
- ☐ Задача 9. Выписаны всевозможные строки из нулей и единиц длины 8. Сколько всего выписано единиц?
- ☐ Задача 10. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску а) черную и белую ладьи; б) две белых ладьи так, чтобы они не били друг друга?
- ☐ Задача 11. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску а) черную и белую ладьи; б) две белых ладьи так, чтобы они не били друг друга?
- ☐ Задача 12. а) В команде из 5 человек нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколько есть способов это сделать? б) То же, но нужно выбрать двух капитанов. в) То же, но нужно выбрать капитана, старшего помощника и младшего помощника. г) То же, но нужно выбрать капитана и двух его помощников. д) То же, но нужно выбрать трjх капитанов.
- ☐ Задача 13. Какое наибольшее количество а) ладей; б) королей; в) коней; г) слонов можно поставить на шахматной доске так, чтобы никакие две фигуры друг друга не били?
- ☐ Задача 14. Какое наибольшее количество а) ладей; б) королей; в) коней; г) слонов можно поставить на шахматной доске так, чтобы никакие две фигуры друг друга не били?
- ☐ Задача 15. Можно ли в клетки таблички 6 на 7 вписать 20 крестиков и 22 нолика так, чтобы в каждом квадрате 2 на 2 и в каждом прямоугольнике 1 на 4 стояло хотя бы два крестика?
- ☐ Задача 16. Из двух математиков и десяти экономистов надо составить комиссию из восьми человек. Сколькими способами можно составить комиссию, если в нее должен входить хотя бы один математик?
- ☐ Задача 17. Найдите сумму всех семизначных чисел, которые можно получить всевозможными перестановками цифр 1,...,7

- ☐ Задача 18. Сколько существует двузначных чисел, у которых цифры идут по возрастанию?
- ☐ Задача 19. Сколько существует трехзначных чисел, у которых цифры идут по возрастанию?
- ☐ Задача 20. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы в слове «КРУЖОК»?
- ☐ Задача 21. На доске написаны 7 существительных, 5 глаголов и 2 прилагательных. Для предложения нужно выбрать по одному слову каждой из этих частей речи. Сколькими способами это можно сделать?
- ☐ Задача 22. Сколькими способами можно поставить на доску 3х3 белую и чёрную ладьи так, чтобы они не били друг друга?
- ☐ Задача 23. Сколькими способами можно поставить на доску 3х3 двух белых ладей так, чтобы они не били друг друга?
- ☐ Задача 24. Каких двоичных слов длины 50 больше: тех, в которых 36 единиц, или тех, в которых 14 единиц?
- ☐ Задача 25. На дискотеку пришли 10 юношей и 10 девушек. Сколькими способами они могут разбиться на пары перед очередным медленным танцем?
- ☐ Задача 26. Сколькими способами можно 20 человек разбить на пары?
- ☐ Задача 27. Сколькими способами можно переставить n подносов, стоящих на длинном узком столе? Это называется число перестановок из n элементов и обозначается P_n .
- ☐ Задача 28. Сколькими способами можно переставить цифры в числе 75571193 так, чтобы в полученном числе обязательно присутствовало сочетание 57?
- ☐ Задача 29. Сколькими способами можно из 15 слов выбрать набор, состоящий не более чем из 5 слов?
- ☐ Задача 30. Семен имеет 6 друзей и в течение 5 дней приглашает в гости каких-то троих из них так, чтобы компания ни разу не повторялась. Сколькими способами он может это сделать?
- ☐ Задача 31. Сколько существует десятизначных чисел, у которых сумма цифр равна 4?
- ☐ Задача 32. В классе 10 учеников. Сколькими способами можно разбить этот класс а) на две; б) на три не обязательно равные непустые группы? (Назначения групп различны!)
- ☐ Задача 33. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $xyz = 10^9$?
- ☐ Задача 34. 6 карточек пронумерованы числами 1, 2, 3, 4, 5, 6. Карточки наугад выкладываем в ряд. Сколько при этом можно получить различных шестизначных чисел?
- ☐ Задача 35. Посмотрите на строчки треугольника Паскаля. (а) Выпишите явно, чему равно $(x + 1)^4$ и $(x + 1)^5$. (б) Докажите, используя только рекуррентное определение треугольника Паскаля, связь между биномом Ньютона и треугольником Паскаля.
- ☐ Задача 36. Сколько различных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, если ни одна из цифр не будет повторяться? (число с нуля начинаться не может)
- ☐ Задача 37. Решите уравнения: а) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 72$ б) $\frac{n! - (n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$
- ☐ Задача 38. Семь девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?
- ☐ Задача 39. Человек забыл две последние цифры в семизначном телефонном номере, помнит только, что все цифры номера были неодинаковые. Сколько телефонных номеров ему придется опробовать, чтобы дозвониться?
- ☐ Задача 40. В этой задаче нужно внимательно смотреть на треугольник Паскаля (а) Пусть есть бесконечная шахматная доска вправо и вверх. В левом нижнем углу стоит хромой король, умеющий ходить только вправо и вверх. Сколько есть способов добраться до клетки $(n;m)$, где n – число строк по вертикали, а m – по горизонтали? (б) Напишем в каждую клетку доски из предыдущей задачи число способов добраться до этой клетки. Как связан треугольник Паскаля и эта табличка с числами? Докажите свою гипотезу.