

Линейное возрастание сложности

Даниил Гафни

2019-07-30

1

Сколько существует А) трехзначных чисел? Б) пятизначных чисел? В) пятизначных чисел, в которых все цифры четные? Г) пятизначных чисел, в которых есть хотя бы одна четная цифра?

2

Сколькими способами можно из 15 слов выбрать набор, состоящий не более чем из 5 слов?

3

В группе Платоны учатся 2 девочки и 8 мальчиков. Сколькими способами Дмитрий Владимирович может отправить на олимпиаду команду из четырех человек так, чтобы среди участников была хотя бы одна девочка?

4

В группе Платоны учатся 2 девочки и 8 мальчиков. Сколькими способами Дмитрий Владимирович может отправить на олимпиаду команду из четырех человек так, чтобы среди участников была хотя бы одна девочка?

5

Сколькими способами можно 10 человек разбить на 2 баскетбольные команды по 5 в каждой?

6

Сколько раз можно разделить число $100!$ на 10 нацело?

7

Посмотрите на строчки треугольника Паскаля. (а) Выпишите явно, чему равно $(x+1)^4$ и $(x+1)^5$. (б) Докажите, используя только рекуррентное определение треугольника Паскаля, связь между биномом Ньютона и треугольником Паскаля.

8

В этой задаче нужно внимательно смотреть на треугольник Паскаля (а) Пусть есть бесконечная шахматная доска вправо и вверх. В левом нижнем углу стоит хромой король, умеющий ходить только вправо и вверх. Сколько есть способов добраться до клетки $(n;m)$, где n – число строк по вертикали, а m – по горизонтали? (б) Напишем в каждую клетку доски из предыдущей задачи число способов добраться до этой клетки. Как связан треугольник Паскаля и эта табличка с числами? Докажите свою гипотезу.

9

В этой задаче нужно внимательно смотреть на треугольник Паскаля (а) Пусть есть бесконечная шахматная доска вправо и вверх. В левом нижнем углу стоит хромой король, умеющий ходить только вправо и вверх. Сколько есть способов добраться до клетки $(n;m)$, где n – число строк по вертикали, а m – по горизонтали? (б) Напишем в каждую клетку доски из предыдущей задачи число способов добраться до этой клетки. Как связан треугольник Паскаля и эта табличка с числами? Докажите свою гипотезу.

10

Раскроем скобки в выражении $(x + 1)^n$ (а) Пусть все слагаемые приведены. Найдите коэффициент при x^m с помощью комбинаторных размышлений. (б) Докажите, что этот коэффициент равен найденному в предыдущем пункте числу, по индукции. (с) Сколько будет слагаемых без приведения подобных слагаемых? (д) Раскройте скобки у выражения $(x + y)^n$ и выразите коэффициенты при каждом приведенном члене. Выражение, полученное Вами в пункте (д) называется биномом Ньютона.