



UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté de génie

Département de génie électrique et génie informatique

ÉLÉMENTS DE STATIQUE ET DE DYNAMIQUE

APP 1

Présenté à :

M.

Présenté par :

Hubert Dubé - dubh3401

Marc Sirois - sirm2508

Gabriel Lavoie - lavg2007

Sherbrooke

4 septembre 2019

Table des matières

1	Introduction	1
2	Cinématique	1
2.1	Mouvement de A dans le cas général	1
2.2	Mouvement horizontal de A	1
2.3	Mouvement vertical de A	2
2.4	Analyse avec Matlab	3
3	Statique et dynamique	3
3.1	Statique	3
3.2	Dynamique	5
3.3	Analyse avec Matlab	6
4	Conclusion	6

Table des figures

	a	Position initiale	1
	b	Position finale	1
1		Position du mouvement horizontale	1
2		Composantes en fonction de θ	2
	a	Position initiale	2
	b	Position finale	2
3		Position du mouvement vertical	2
4		Composantes en fonction de θ	3
5		Diagramme des forces en statique pour le calcul de F_b	3
6		Diagramme des forces en statique pour le calcul de C_b	4
7		couple statique en fonction de θ	5
8		couple dynamique en fonction de θ	5

1 Introduction

2 Cinématique

2.1 Mouvement de A dans le cas général

Le positionnement de \overrightarrow{OA} peut être exprimé par l'addition :

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{OA}_x = l_1 \cos(\theta) + l_2 \cos(\phi)$$

$$\overrightarrow{OA}_y = l_1 \sin(\theta) + l_2 \sin(\phi)$$

la vitesse étant la dérivée de la position :

$$\overrightarrow{V}_A = \frac{d\overrightarrow{OA}}{dt} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{V}_A x = \frac{d(\overrightarrow{OA}_x)}{dt} = \frac{d(l_1 \cos(\theta) + l_2 \cos(\phi))}{dt}$$

$$\overrightarrow{V}_A x = -l_1 \sin(\theta) \dot{\theta} - l_2 \sin(\phi) \dot{\phi}$$

$$\overrightarrow{V}_A y = \frac{d(\overrightarrow{OA}_y)}{dt} = \frac{d(l_1 \sin(\theta) + l_2 \sin(\phi))}{dt}$$

$$\overrightarrow{V}_A y = l_1 \cos(\theta) \dot{\theta} + l_2 \cos(\phi) \dot{\phi}$$

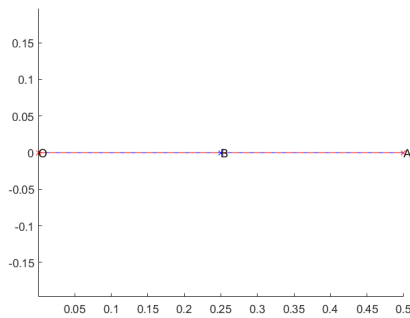
La même stratégie peut être utilisée pour obtenir l'accélération :

$$\overrightarrow{a}_A = \frac{d\overrightarrow{V}_A}{dt} \quad (3)$$

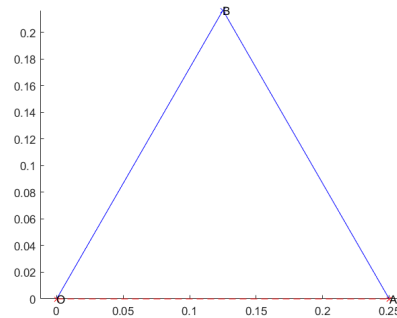
$$\overrightarrow{a}_A x = \frac{d\overrightarrow{V}_A x}{dt} = \frac{d(-l_1 \sin(\theta) \dot{\theta} - l_2 \sin(\phi) \dot{\phi})}{dt}$$

$$\overrightarrow{a}_A y = \frac{d\overrightarrow{V}_A y}{dt} = \frac{d(l_1 \cos(\theta) \dot{\theta} + l_2 \cos(\phi) \dot{\phi})}{dt}$$

2.2 Mouvement horizontal de A



(a) Position initiale



(b) Position finale

FIGURE 1 – Position du mouvement horizontale

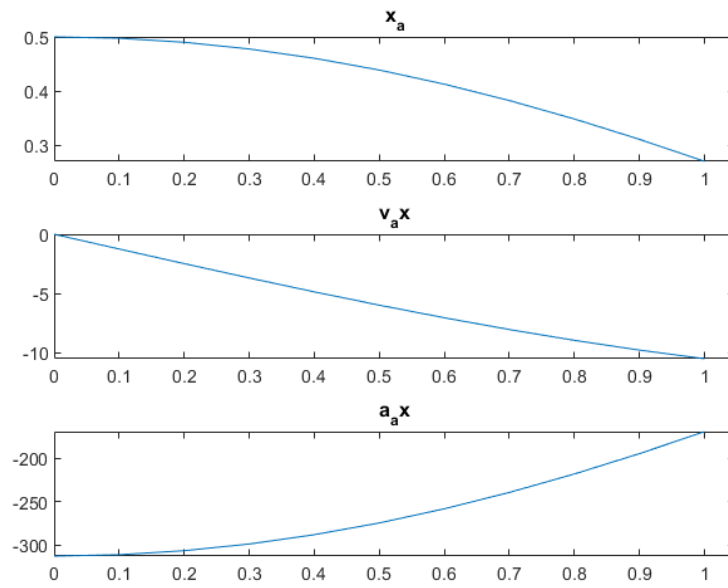


FIGURE 2 – Composantes en fonction de θ

2.3 Mouvement vertical de A

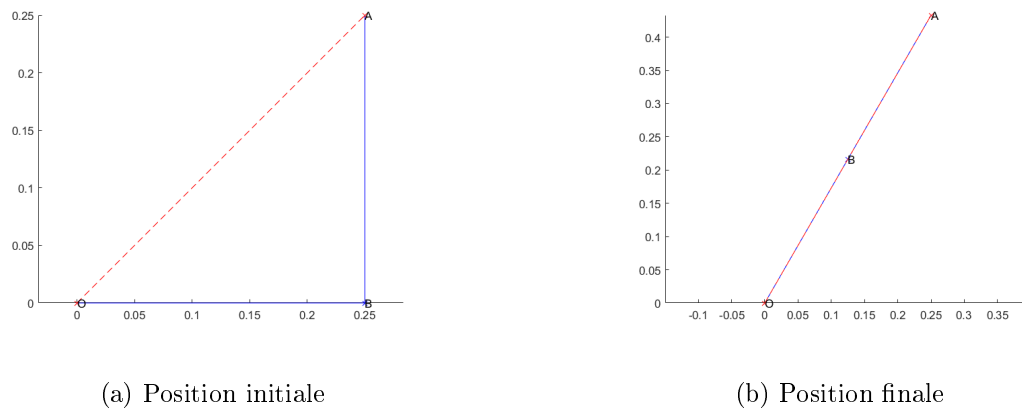


FIGURE 3 – Position du mouvement vertical

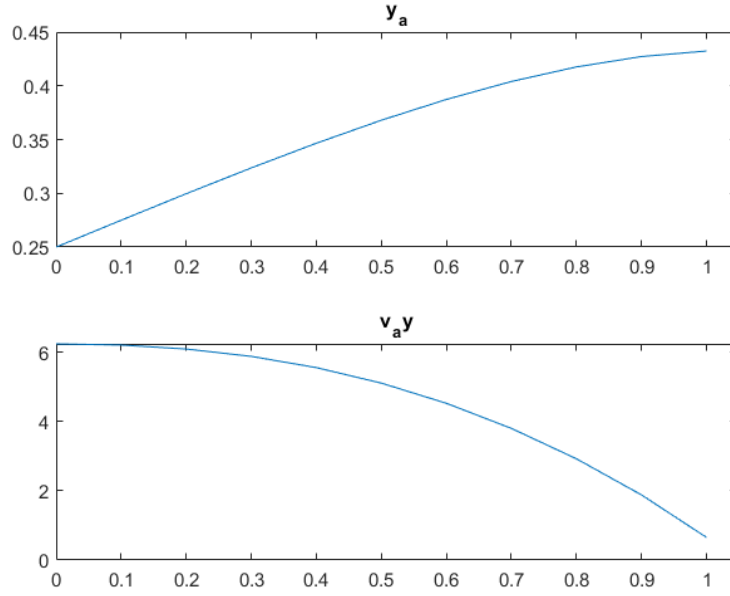


FIGURE 4 – Composantes en fonction de θ

2.4 Analyse avec Matlab

3 Statique et dynamique

3.1 Statique

La figure ci-dessous démontre les forces en action qui influencent le calcul de la force F_b lorsque le robot est immobile.

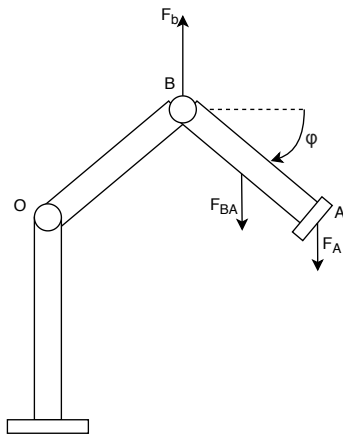


FIGURE 5 – Diagramme des forces en statique pour le calcul de F_b

La somme des forces d'un système statique est égale à 0, tel que décrit par :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad (4)$$

En suivant la formule et faisant la sommation des vecteurs de force, on obtient :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} = \vec{F}_b + \vec{F}_{BA} + \vec{F}_A$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{bx} \\ F_{by} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -F_{BA} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -F_A \end{bmatrix}$$

On observe rapidement que la valeur de F_{bx} est égale à 0 et que la valeur de F_{by} correspond :

$$F_{by} = F_{BA} + F_A$$

En utilisant l'équation :

$$F = m * g \quad (5)$$

On obtient :

$$F_{by} = g * (m_{BA} + m_A)$$

Et donc la valeur de F_b en statique, avec g étant l'accélération gravitationnelle :

$$F_b = \begin{bmatrix} 0 \\ g * (m_{BA} + m_A) \end{bmatrix}$$

La figure ci-dessous démontre les forces en action qui influencent le calcul du moment C_b :

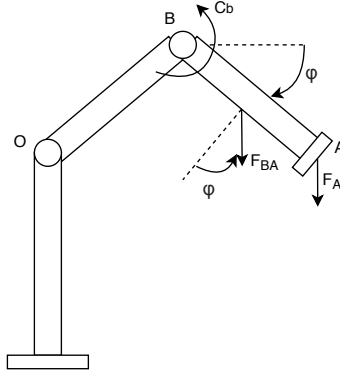


FIGURE 6 – Diagramme des forces en statique pour le calcul de C_b

La somme des moments à un point (dans notre cas B) d'un système statique est égale à 0, tel que décrit par :

$$\sum M_B = 0 \quad (6)$$

Les forces \vec{F}_{BA} et \vec{F}_A ont une influence tangentielle et normale à la tige BA. Pour le calcul des moments, uniquement la partie tangentielle nous intéresse (la normale n'a pas d'impact). La tangentielle se trouve à être la projection des forces ($\cos\varphi$). On obtient alors :

$$\sum M_B = 0 = C_b - \cos\varphi * F_{BA} * l_2/2 - \cos\varphi * F_A * l_2$$

En isolant C_b et simplifiant l'équation avec les valeurs pour F_{BA} et F_A trouvées ci-haut, on obtient sa valeur pour le cas statique (avec g étant l'accélération gravitationnelle) :

$$C_b = l_2 * g * \cos\varphi * (m_{BA}/2 + m_A)$$

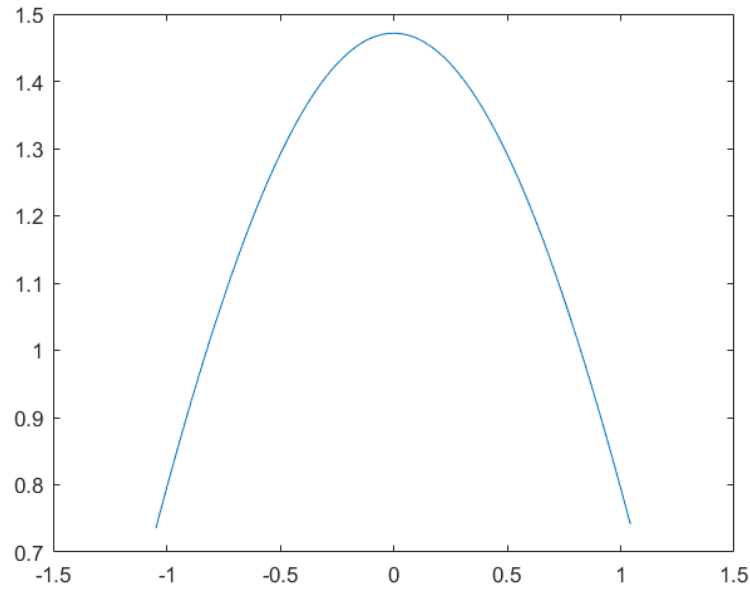


FIGURE 7 – couple statique en fonction de θ

3.2 Dynamique

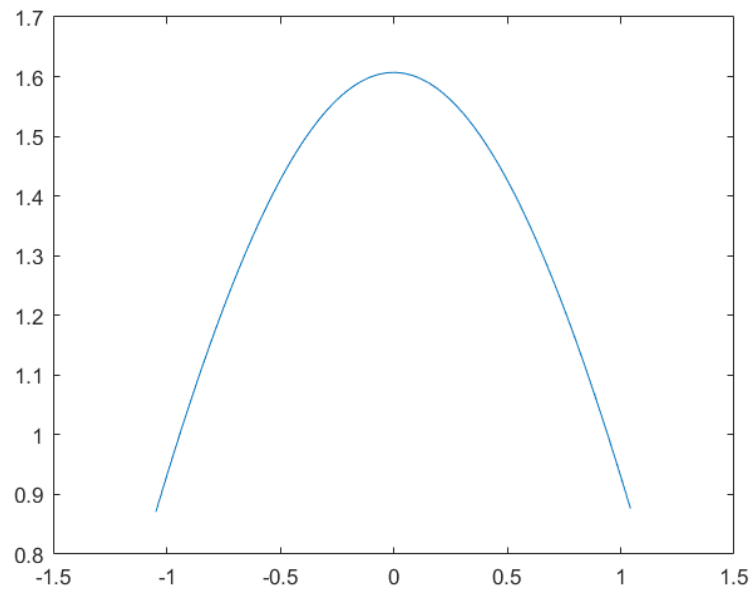


FIGURE 8 – couple dynamique en fonction de θ

3.3 Analyse avec Matlab

4 Conclusion